7 Introduction au traitement du signal.

7.1 Un signal c'est quoi ?

Dans le cadre de cette formation nous utiliserons la définition d'un signal comme la représentation physique d'une information à transmettre ou de façon équivalente comme une entité qui sert a véhiculer une information.

Attention toute grandeur physique qui varie au cours du temps n'est pas un signal. En effet les signaux sont tout le temps « bruité ». Le « Bruit » est l'ensemble des phénomènes perturbateurs qui gênent voire empêchent la perception ou l'interprétation de l'information suivant le rapport Signal sur Bruit. La grandeur physique véhiculant le signal doit être mesurable et pourvue d'une unité. Les grandeurs électriques sont souvent utilisées comme signaux transportant l'information. Mais on trouve aussi fréquemment des signaux lumineux, sonores ou radio.

Cette définition du signal amène à associer la grandeur physique véhiculant le signal à sa description mathématique sous la forme d'une fonction du temps.

7.2 Continuité et discontinuité en temps

Un signal peut-être représenté par une fonction qui varie dans le temps notée $f : t \mapsto y(t)$, on peut distinguer plusieurs cas possibles suivant les valeurs prises par la variable t :

- Les **signaux à temps continus**, les valeurs $f(t)$ sont définies pour $t \in \mathbb{R}^+$. Par convention, on suppose que la variable temps ne peut pas prendre de valeurs négatives.
- Les **signaux à temps discret**, les valeurs $f(t)$ n'existent que pour des valeurs discrètes de t, lors d'une acquisition les valeurs de t sont sont prises à intervalle constant.

On distingue également les **signaux non quantifiés** pour lesquels f peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle continu et les **signaux quantifiés** pour lesquels f ne peut prendre que des valeurs discrètes. Dans le premier cas on parle parfois de signaux analogiques et dans le deuxième cas on parle parfois de signaux numériques. Attention de ne pas généraliser, les signaux analogiques et numériques sont des sous ensembles respectifs des signaux continus et discrets.
Remarques : Si les signaux continus peuvent être modélisés par des fonctions mathématiques plus ou moins complexes il n'en est pas de même avec les signaux discrets. Il est plus facile de les définir à l'aide d'une suite de valeurs notée $(y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ où les y_i représentent les $f(t_i)$. Cette suite de valeurs est aussi souvent appelée **échantillons** en physique-chimie.
Une autre différence importante à faire pour le traitement du signal est celle qui permet de distinguer les *signaux déterministes* des *signaux stochastiques*. Pour le premier on peut grâce à une étude mathématique prévoir les valeurs qui vont être prises par le signal dans le temps alors que pour le second la valeur à l'instant t_i ne nous renseigne pas sur la valeur à un instant t_{i+1}

7.2.1 Dérivée discrète

D'après un document de Jean-Luc Charles, enseignant chercheur à l'ENSAM

Reprenons les résultats expérimentaux obtenus lors de la chute libre d'un point matériel M sans vitesse initiale. Nous avons fait l'acquisition des positions d'un point matériel de masse m en fonction du temps. Ces valeurs permettent également de tracer le graphique d'évolution des énergies (cinétique, potentielle et mécanique) lors d'une chute libre en calculant, en autres, la vitesse instanée en différents points de la chute.

La suite de ce document porte sur la difficulté d'obtenir un calcul acceptable pour le valeur de la vitesse instantannée. Ce qui revient à s'interroger sur le calcul de la dérivée d'une suite discrète de valeurs au cours du temps.

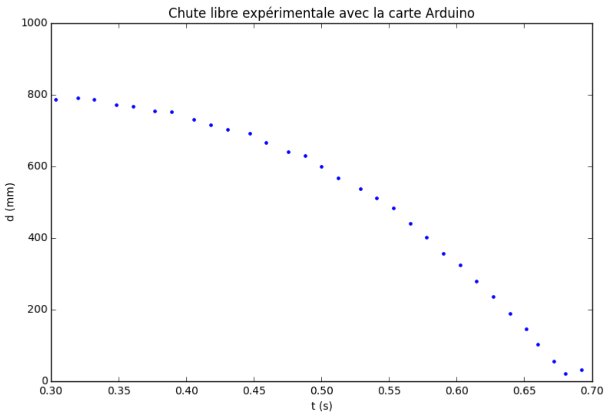
Soit un point matériel M de masse m en chute libre.
On note $(z_i)_{i\in\mathbb{N}}$ la suite de valeurs permettant de repérer l'altitude du point M au cours du temps. z_i est l'altitude du point M à un instant $t_i \geq 0$.
On note $(z'_i)_{i\in\mathbb{N}}$ la suite des valeurs de la vitesse du point matériel M au cours du temps. z'_i est la vitesse de M à un instant $t_i \geq 0$.
Le calcul de la vitesse du point M à un instant $t_i \geq 0$, encore appelé dans ce cas **dérivée discrète** à l'instant $t_i \geq 0$, peut se définir de différentes manières :

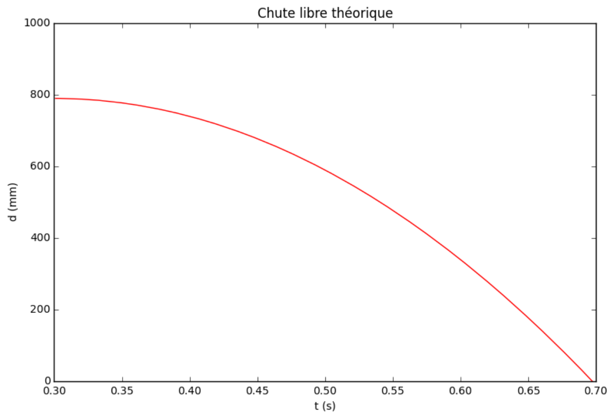
- Dérivée à gauche : $z'_i = \dfrac{z_i - z_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$

- Dérivée centrée : $z'_i = \dfrac{z_{i+1} - z_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$
- Dérivée à droite : $z'_i = \dfrac{z_{i+1} - z_i}{t_{i+1} - t_i}$

La loi horaire de la chute libre est donnée par : $z(t) = h - \dfrac{1}{2} g t^2$

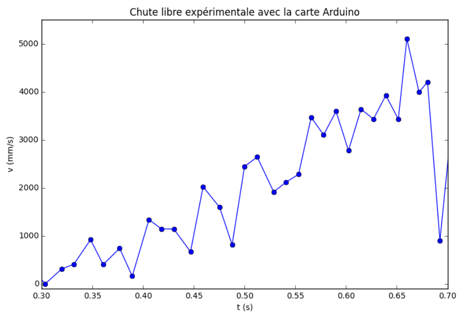
Les graphiques de la loi horaire de la chute libre, expérimentale et théorique, sont les suivants :

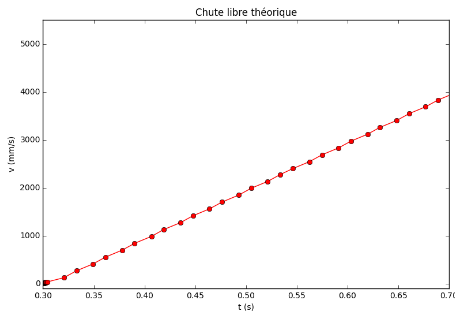




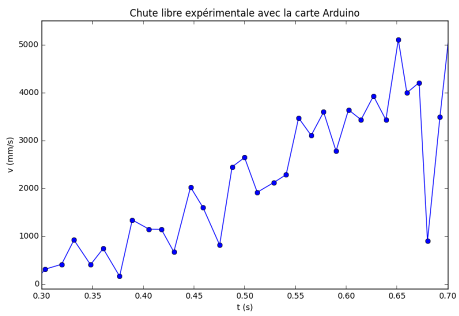
Maintenant nous allons calculer les vitesses du point matériel M en utilisant les trois relations (gauche, droite et centrée) avec les positions expérimentales et théoriques.

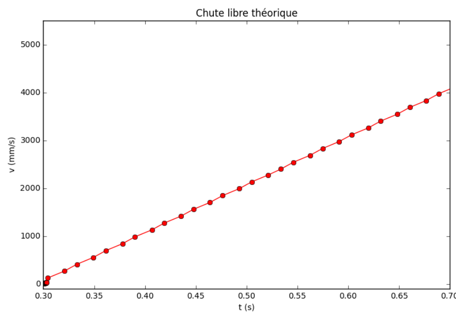
Gauche



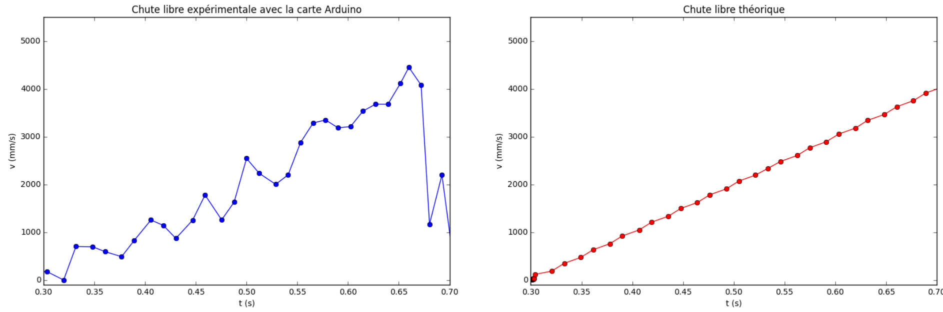


Droite





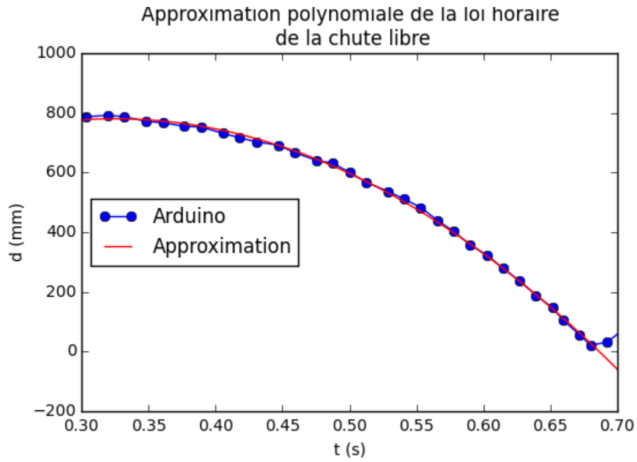
Centrée



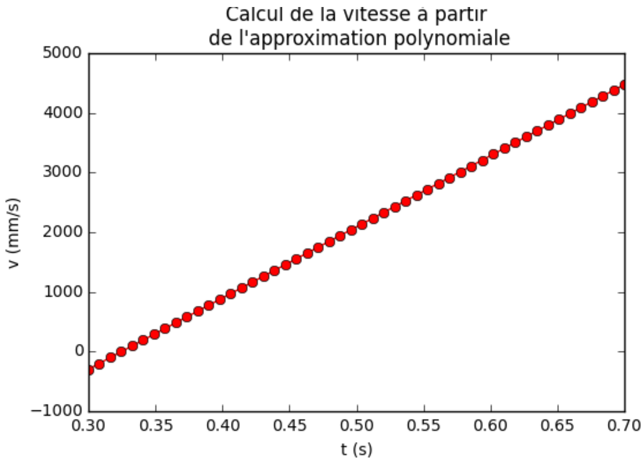
On observe que les résultats obtenus pour les calculs de la vitesse instantannée ne sont pas satisfaisants.

7.2.2 Calcul de la dérivée par approximation polynomiale

L'idée ici est de faire une approximation polynomiale de la suite $(z_i)_{i\in\mathbb{N}}$ par une fonction $Z : t \mapsto Z(t)$ sur l'intervalle de temps $[t_0, t_0 + T]$ avec $T \in \mathbb{R}^+$. t_0 représente le temps initial et on cherche une approximation polynomiale du mouvement pour $t \in [t_0, t_0 + T]$. La dérivée de cette fonction notée Z' s'obtient alors par simple dérivation du polynôme obtenu.



Approximation polynomiale $Z : t \mapsto -5961\,t^2 + 3871\,t + 151.7$



Représentation graphique de $|Z'|$

Pour calculer l'approximation polynomiale des points de la suite $(z_i)_{i\in\mathbb{N}}$ on utilise la fonction `polyfit` du module `numpy`. La fonction `polyfit` retourne les coefficients du polynôme représentant la fonction Z, qui peuvent ensuite être utilisés avec numpy.poly1d. Puis on trace la vitesse en dérivant la fonction Z obtenue.

Pour cela on utilise les fonction `polyfit` et `poly1d` du module numpy. La première renvoie l'ensemble des coefficients du polynome, de degré 2 dans l'exemple, ajusté par la méthode des moindres carrés, la deuxième permet de construire la fonction mathématique et Python correspondantes. Dans l'exemple suivant je n'ai conservé que les points intéressants de l'acquisition c'est à dire ceux de l'intervalle : [45 : 75] des listes x et y.

```
import numpy as np
z = np.polyfit(x[45:75], y[45:75], 2)
p = np.poly1d(z)
```

7.2.3 Moyenne et énergie d'un signal

À COMPLÉTER