

Le soleil, l'air, la mer et la fonction sinus

Résumé

Le but de cette activité¹ est de découvrir sur des exemples concrets de fonctions périodiques, les notions de valeur moyenne, amplitude, pulsation, et enfin déphasage. Elle peut être proposée en AP dans un objectif de liaison lycée-supérieur

Un point de vue bien terrestre

L'exemple choisi est le suivi des températures moyennes quotidiennes de l'air et de la mer au cours de l'année.

On part d'un relevé météo : la courbe ressemble à une vague. Répétée sur plusieurs années il apparaît une fonction sinusoïdale. On sait que le soleil est le moteur énergétique de la planète, ici il joue le rôle de l'excitateur, le fournisseur d'énergie. La période T est de un an.

La fonction « éclairage solaire » est sinusoïdale. La réponse en termes de température sur Terre est donc souvent sinusoïdale, comme à Paris, autour d'une valeur moyenne.

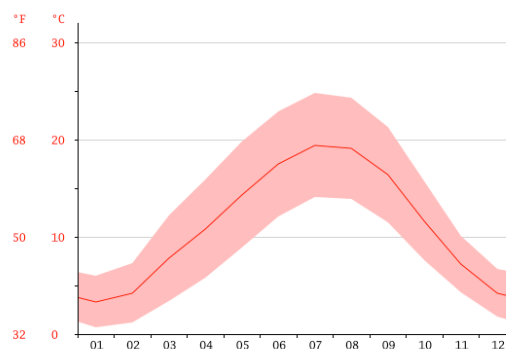
Température au parc Paris-Montsouris (latitude : 48°49'24"N longitude : 02°20'12"E altitude : 75 m ⁷).														
Période	Mois	jan.	fév.	mars	avril	mai	juin	juil.	août	sep.	oct.	nov.	déc.	année
1971-2000	Température moyenne (°C)	4,7	5,5	8,4	10,8	14,8	17,6	20	20	16,7	12,6	7,9	5,7	12,1

La courbe pour Paris.

<http://fr.climate-data.org/location/44/>

Décalage cause effet

On relève que les plus hautes températures ne sont pas atteintes fin juin (au solstice d'été), alors que l'éclairage solaire est le plus fort, mais en août, un mois plus tard. C'est la première approche d'un décalage entre la cause, le rayonnement solaire, et l'effet, l'air chauffe, sous l'action solaire.



Amplitude

On introduit alors la notion d'amplitude, c'est stricto sensu la moitié de l'amplitude thermique (attention à cette difficulté sémantique : « amplitude » thermique \neq amplitude de la fonction sinusoïdale, c'est la différence entre la plus haute et la plus basse température). Le tableau des températures moyennes mensuelles donne un peu moins de 8°C - En fait $(20-4,7)/2 = 7,65^\circ\text{C}$.

¹ Activité proposée par M. Benoit Raulin

Valeur moyenne

La valeur moyenne est de 12,1°C, définie dans le tableau

Origine des temps

On note que si l'origine est prise au premier janvier, la fonction n'est pas un cosinus, qui lui commence pour une valeur maximale, ni un sinus, qui commence pour une valeur nulle. Le plus simple est alors de choisir l'origine des temps au plus chaud de l'année, en août, à ce prix la fonction température « T » peut être modélisée par :

$$T(t) = T_{\text{moy}} + T_0 \cos(\omega t)$$

avec $\omega = 2\pi/T$.

On peut faire tracer la fonction sur une année comme en géographie physique. Avec une variable t en jours cela peut donner

$$T(t) = 12 + 8 \cos\left(\frac{2\pi}{365} t\right)$$

Mais aussi, avec une variable t exprimée en mois, cela donnerait :

$$T(t) = 12 + 8 \cos\left(\frac{2\pi}{12} t\right)$$

Pulsation, période, pourquoi multiplier le temps t par oméga ?

La fonction cosinus est définie nombres réels correspondant à des mesures d'angles en radians. Les angles, mesurés en radian, sont des grandeurs sans dimension. L'angle en radian est le rapport entre l'arc (le bout de cercle) et le rayon.

Ce qui signifie que calculer un $\cos(t)$ directement avec t en secondes est impropre. Il faut donc trouver une transformation simple pour changer un temps en un angle. On pense à une fonction linéaire. Le tableau est le suivant.

La contrainte est : pour un tour, une période T , l'angle vaut 2π ,

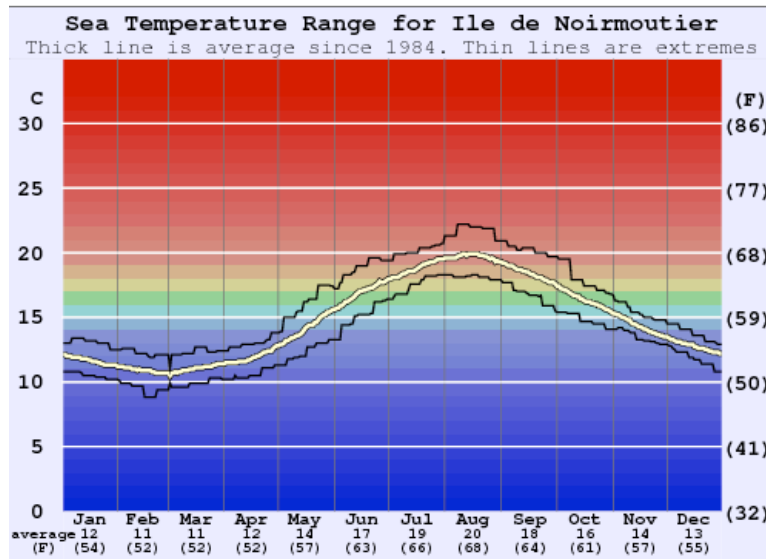
	Temps [s]	Angle [rad]
Un tour	T	2π
Valeur quelconque	t	$\alpha = \frac{2\pi}{T} \cdot t$

Par proportionnalité, on obtient ainsi l'expression de la pulsation oméga, en [rad/s]. $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Travail autour des notions amplitude et valeur moyenne

Les deux notions amplitude et valeur moyenne sont l'occasion de voyager. Elles donnent le type de climat considéré. Elles permettent un travail en lien avec l'EEDD et/ou la géographie. Dans quelles contrées l'amplitude est-elle forte (déserts) ?, Dans quelles régions de France l'amplitude est-elle faible (zones littorales) ?

Quelle est la température moyenne plus au nord en Europe ?, plus au sud de l'Europe, au sud de la Méditerranée ?



Température comparées de l'air et de la mer

Ensuite on présente une courbe de la température quotidienne moyenne de la mer.

On constate que les deux courbes ont la même période, car elles sont liées à un même phénomène : l'action du soleil.

La température est relevée à Noirmoutier (85).

<http://fr.surf-forecast.com/breaks/Ilede-Noirmoutier/seatemp>

La comparaison entre les deux courbes permet de mettre au jour :

- La différence d'amplitude, la température de la mer monte moins haut et descend moins bas, c'est lié à son inertie thermique, sa capacité thermique géante. L'air, moins dense, se laisse mieux chauffer que l'eau.

Ce phénomène est aussi observable dans une belle journée avec les vents thermiques liés aux différences de température terre, mer.

- Le déphasage de deux phénomènes de même période (fréquence). Les deux courbes sont décalées l'une par rapport à l'autre, le maximum de température atteint par la mer a du retard sur celui de l'air.

Du retard au déphasage

Le retard est évalué à un mois avec un maximum pour l'air fin août et un maximum pour la mer fin septembre. $\Delta t = 1$ mois.

On cherche ensuite à écrire la fonction « température de la mer ».

L'amplitude est plus faible.

Les températures moyennes sont voisines.

Un déphasage, un angle en radian, est nécessaire pour rendre compte du retard. Si l'origine des temps est prise en août pour le max de l'air, la fonction température de la mer doit accuser un déphasage négatif, elle retarde.

Pour calculer le déphasage on utilise le tableau de conversion des temps en angles.

	Temps [s] (Retard)	Angle [rad] (déphasage)
Un tour	T	2π
Valeur quelconque	Δt	$\Phi = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t$

On obtient ainsi le déphasage $\Phi = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{12\text{mois}} \cdot 1\text{mois} = \frac{\pi}{6}$.

Construction avec le tableur

Le tableau comprend 3 colonnes

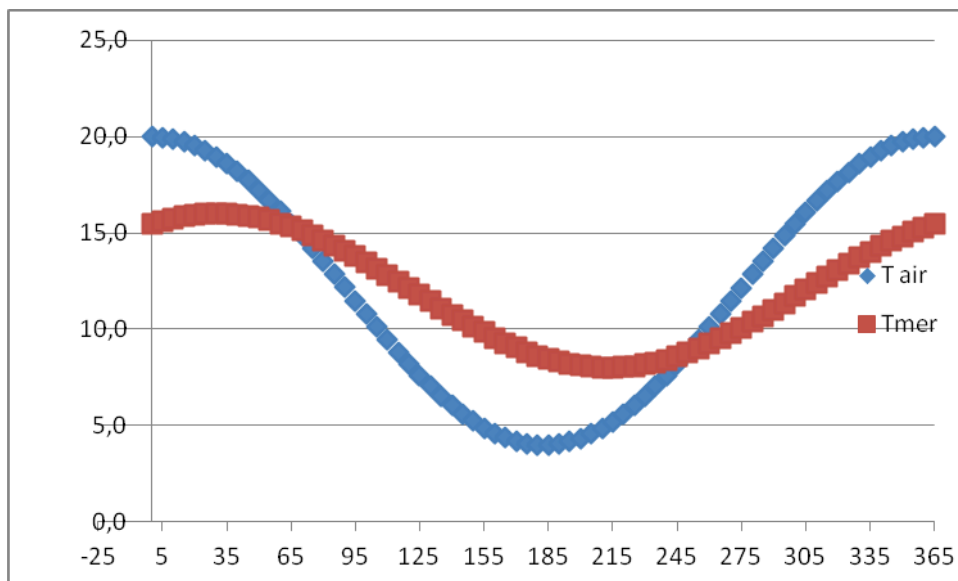
jours	T air	Tmer
0	20,0	15,5

On peut choisir un pas de 5 jours, pour limiter le nombre de lignes.

La fonction pour l'air peut être : $=12+8*\text{COS}(6,28/365*A2)$

La fonction pour la mer peut-être : $=12+4*\text{COS}(-6,28/12+6,28/365*A2)$, bien noter le déphasage négatif (retard).

On obtient alors les chronogrammes suivants, abscisse en jours, ordonnée en degrés Celsius.



L'origine $t = 0$ correspond ici au 1^{er} août.