

# DOSSIER PEDAGOGIQUE

28 SEPTEMBRE 2016  
7 JUILLET 2017

# MATHS

# & PUZZLES

Créez des maths  
de toutes pièces !

EXPOSITION, ATELIERS  
& CONFÉRENCES  
POITIERS - 05 49 50 33 08  
Programme détaillé sur [emf.fr](http://emf.fr)

ESPACE  
MENDES  
FRANCE  
POITIERS

# À l'attention des enseignants, pour préparer la visite des classes...

L'exposition s'adresse à tous les élèves à partir de 4 ans. Selon leur âge, leur niveau, les élèves trouveront...). Cette exposition est interactive dans le sens où de très nombreuses manipulations de puzzles sont possibles pour les élèves.

Préparer la visite c'est, pour l'enseignant, voir les pôles les plus adaptés selon le niveau de ses élèves et donc les manipulations les plus judicieuses qui pourront être exploitées éventuellement ultérieurement (je ne conserverais qu'un seul des deux adverbes) en classe.

Cette exposition montre que sur un même thème, il est possible de faire, à tout niveau, des mathématiques (celles des programmes) et contribuer à donner une image positive des mathématiques

## Que trouvera-t-on dans la salle de l'exposition ?

### **L'exposition** elle-même

Elle comporte 7 pôles, chaque pôle comportant 3 panneaux sur trois aspects différents du thème traité par le pôle. On y trouve à la fois des **défis** à visées pédagogiques, mais aussi des **compléments culturels** voire **mathématiques**. A chaque panneau est associée une ou plusieurs manipulations de matériel.

Un animateur en assure la visite (en faisant participer les élèves).

### **Des animations vidéos**

Elles expliquent la reconstitution de puzzles plus complexes, en particulier dans l'espace.

### **Un bar à casse tête**

Les reconstitutions des puzzles peuvent parfois prendre du temps, d'où la difficulté de les réaliser devant les panneaux. Il a été prévu un lieu dans lequel chaque élève pourra se concentrer sur un puzzle particulier (matériel fourni par l'animateur) en prenant le temps de le reconstituer. Cela permet à chacun, après la visite des pôles, de revenir sur un des aspects qui l'a intéressé.

### **Un atelier**

Il est intéressant que les enfants qui le souhaitent puissent construire leurs propres puzzles ou bien répondre à des défis pour lesquels aucun matériel spécifique n'est nécessaire. ***Il suffit que chaque élève vienne avec du papier quadrillé, ses instruments (règle, compas, ciseaux, colle) voire pour les moins jeunes une calculatrice.***

### **Des puzzles** de grandes dimensions.

Ils mettent les plus jeunes élèves dans des situations inhabituelles d'apprentissage.

### **Un coin lecture**

Il est destiné aux élèves les plus âgés ou aux enseignants.

Il met à disposition des livres consacrés aux puzzles.

### Le catalogue de l'exposition

On y retrouve tout le contenu de l'exposition avec de nombreux prolongements et problèmes. Il comporte de nombreuses illustrations et une abondante bibliographie permettant d'approfondir les sujets abordés. Vous pourrez le consulter sur place et bien sûr l'acheter.

### Suivi de l'exposition

Vous avez la possibilité de consulter des ressources pédagogiques, en particulier pour des exploitations à faire en classe après la visite sur :

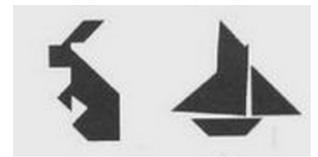
- le site de la Régionale de l'APMEP <http://apmep.poitiers.free.fr/>
- le site de l'AGEEM pour les classes maternelles <http://blogs86.ac-poitiers.fr/mathspuzzles/>

## Descriptif de l'exposition

### Pôle 1 - Les tangrams

#### Panneau 1 - Les premiers puzzles

Il existe de nombreux tangrams dont certains sont présentés dans ce pôle.



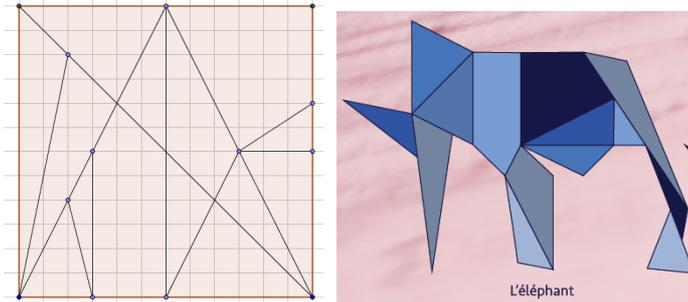
#### *Que faire avec les élèves ?*

- reconstituer des figures données et ainsi se familiariser avec les figures géométriques usuelles,
- s'intéresser à des figures qui ont toute la même aire mais des périmètres différents que l'on pourra mesurer ou bien calculer suivant le niveau,
- reconstituer des figures usuelles, par exemple un triangle rectangle, et s'interroger sur la validité de la figure — le triangle que j'ai obtenu est-il bien rectangle ? — et ainsi aborder la preuve mathématique,
- rechercher le nombre de polygones convexes que l'on peut former avec les 7 pièces du tangram.
- ...

*Matériel disponible: Tangrams chinois, Œuf magique, Puzzle trois pièces, Paratonnerre...*

#### Panneau 2 - le Loculus d'Archimède

Pourquoi Archimède s'est-il intéressé à ce vieux jeu grec et comment a-t-on retrouvé les écrits d'Archimède ? Telles sont les questions posées dans ce panneau où l'on montre que la question des puzzles géométriques est ancienne.



### *Que faire avec les élèves ?*

Au-delà de l'aspect culturel qui montre l'ancienneté des puzzles géométriques, ce puzzle aussi peut être sujet à des questionnements mathématiques,

- faire une silhouette familière avec ces pièces,
- construire ce puzzle,
- reformer le carré en disposant les pièces autrement,
- prouver que les sommets des polygones sont ~~is~~ réellement sur un quadrillage,
- calculer les aires de chaque pièce en fonction de celle du carré,
- repérer les angles égaux, les alignements
- ...

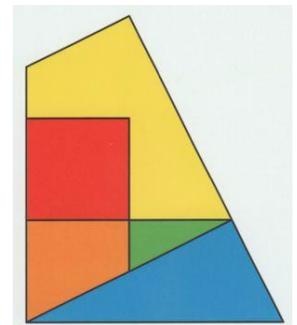
**Matériel disponible :** *le Loculus d'Archimède.*

### **Panneau 3 - Sam Loyd, créateur de puzzles**

Difficile de passer sous silence ce créateur d'énigmes mathématiques du début du 20<sup>e</sup> siècle que s'arrachaient les journaux américains de l'époque.

### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les figures géométriques avec les pièces.



- prouver la validité des constructions
- construire ce puzzle sur quadrillage ou papier blanc
- calculer les aires de chaque pièce
- repérer les angles égaux
- résoudre des défis de Sam Loyd
- ...

**Matériel disponible :** le puzzle de Sam Loyd



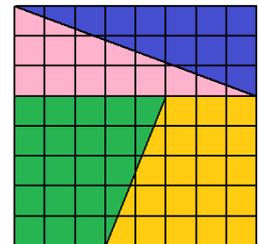
## Pôle 2 - Paradoxes et preuves

### Panneau 1 - Les puzzles paradoxaux

Un carré formé de 4 pièces se transforme en un rectangle. Mais il y a quelque chose d'étonnant ! Pourquoi ? Il y a un paradoxe. Plusieurs puzzles paradoxaux sont présentés sur ce panneau.

#### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- mettre en avant les paradoxes,
- expliquer les paradoxes,
- construire de tels puzzles,
- comprendre pourquoi les côtés sont mesurés par les termes de la suite de Fibonacci,



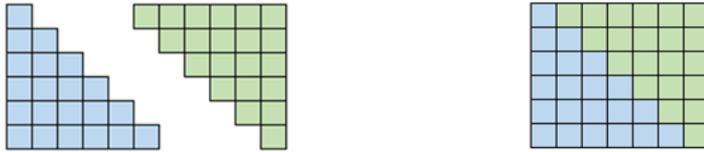
**Matériel disponible :** le puzzle de Lewis Carroll.

### Panneau 2 - Des puzzles pour trouver des formules

Des formules classiques (sommes des  $n$  premiers nombres, somme de  $n$  premiers impairs etc.) peuvent se trouver à l'aide de puzzles. Ces puzzles peuvent être réalisés par les plus jeunes : comment, par exemple, former un carré en assemblant des équerres ?

#### *Que faire avec les élèves ?*

- reconstituer les puzzles,
- généraliser les puzzles afin d'obtenir une formule,
- écrire les formules,
- tester les formules obtenues,
- utiliser ces formules pour que les élèves construisent des devinettes,
- ...



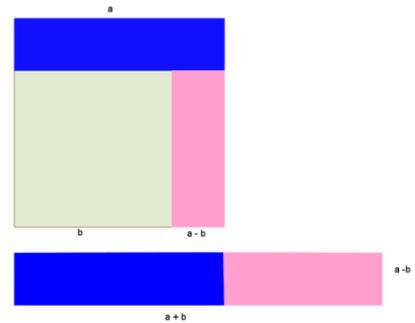
*Matériel disponible : différents puzzles plans ou dans l'espace illustrant des formules.*

### Panneau 3 - Des puzzles pour faire de l'algèbre.

L'algèbre grecque puis arabe est essentiellement géométrique et les identités voire les résolutions d'équations se sont appuyées sur des manipulations géométriques qui sont de véritables puzzles.

#### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- analyser les résultats obtenus,
- faire comprendre des identités remarquables, la résolution des d'équations du second et troisième degré, avec des puzzles
- ...

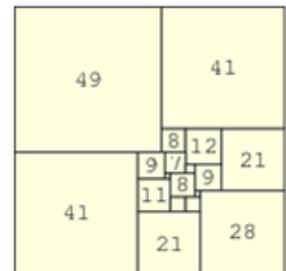


*Matériel disponible : différents puzzles plans ou dans l'espace illustrant des formules.*

### Pôle 3 - Faire des carrés avec des carrés

#### Panneau 1 - Construire un carré avec des carrés

Il est facile de reconstituer un carré avec 9 carrés identiques sans les couper. Mais c'est impossible à réaliser, si on a 5, 13 carrés identiques. Dans quels cas est-ce possible ? Et si les carrés (insécables) ont des dimensions différentes ? Est-t-il possible de réaliser un carré avec 3 carrés de côtés 4 et 4 de carrés de côté 2 ? Ici la géométrie laisse place au numérique et à la manipulation des opérations arithmétiques.



#### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- chercher les tactiques économiques de résolution,
- utiliser les opérations arithmétiques,
- calculer des aires,
- décomposer un nombre en produit de deux facteurs,
- ...

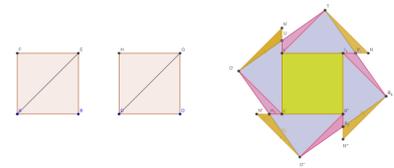
*Matériel disponible : différents carrés et différents puzzles plans*

#### Panneau 2 - Construire un carré avec des carrés identiques

Comment faire un seul carré avec deux carrés identiques ? Avec 3 ?...

Comment trouver le minimum de pièces ?

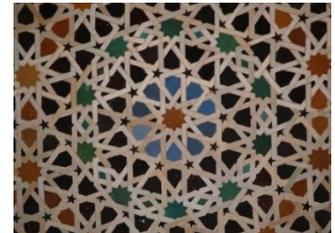
Ces questions ont préoccupé les mathématiciens arabes comme Abul Wafa au 10<sup>e</sup> siècle mais aussi, bien plus tard, les mathématiciens européens comme Dürer. Ces préoccupations étaient utiles dans la vie



courante pour les artisans, en particulier dans le monde arabe, pour les décorations de mosquées.

#### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- réaliser les puzzles,
- compter les nombres de pièces,
- ...



**Matériel disponible :** différents puzzles plans permettant de réaliser des carrés.

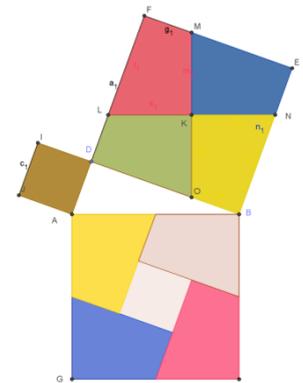
### **Panneau 3 - Construire un carré avec deux carrés de tailles différentes**

Comment avec deux carrés de tailles différentes reconstituer un carré ?

C'est une façon de revisiter le théorème de Pythagore et d'en comprendre l'origine avec des découpages originaux.

#### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- visualiser le théorème de Pythagore et en trouver des preuves
- compter les nombres de pièces,
- ...



**Matériel disponible :** différents puzzles plans ou dans l'espace permettant de réaliser un carré ou un cube à partir de deux carrés ou de trois cubes.

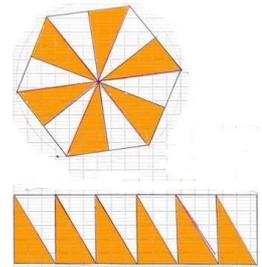
## **Pôle 4 - Découpages, aires et volumes**

### **Panneau 1 - Le calcul des aires, origine des puzzles ?**

Depuis les mathématiques chinoises, on *dissèque* la figure, on fait bouger des morceaux, on observe le résultat, on réfléchit et on trouve la formule. Cela conduit à réfléchir sur l'origine des formules usuelles.

#### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- calculer des aires,
- trouver et prouver des formules,
- réfléchir aux écritures littérales,
- ...



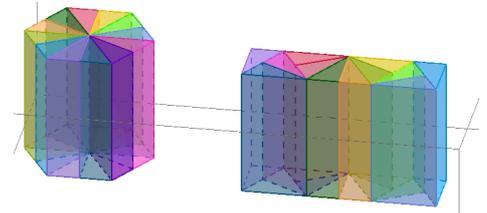
**Matériel disponible :** différents puzzles plans permettant de réaliser un rectangle à partir de différentes figures rectilignes.

## Panneau 2 - Calculer des volumes avec des puzzles

On reprend la même démarche que précédemment mais dans l'espace.  
On aborde le problème du volume de la pyramide.

### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- calculer des volumes,
- établir des formules et les prouver
- réfléchir aux écritures littérales



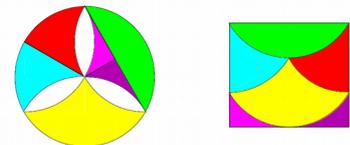
**Matériel disponible :** différents puzzles dans l'espace permettant de réaliser un pavé ou un cube à partir de différents polyèdres.

## Panneau 3 - Du courbe au droit, aller et retour.

Est-il possible de transformer des figures courbes en rectangle afin d'en calculer l'aire ? D'où vient l'aire du disque ? Le volume de la sphère ?

### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- calculer des aires et des volumes,
- établir des formules,
- ...



**Matériel disponible :** différents puzzles courbes, et des animations

## Pôle 5 - Puzzles articulés

### Panneau 1 - Le puzzle de Dudeney

Il est possible de transformer un triangle en carré à l'aide de trois articulations. Cela semble relever d'un tour de passe-passe !

### *Que faire avec les élèves ?*

- réaliser le puzzle,
- comprendre la construction de Dudeney,

*Matériel disponible : le puzzle articulé de Dudeney.*

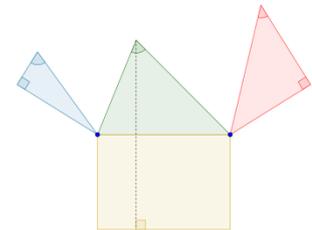


## **Panneau 2 - la géométrie naturelle d'Alexis Clairaut**

Clairaut au 18<sup>e</sup> siècle a exploité cette idée pour expliquer de manière naturelle comment on peut calculer des aires, et prouver des théorèmes classiques du collège en utilisant des puzzles articulés.

### *Que faire avec les élèves ?*

- manipuler des puzzles
- établir des formules d'aires et des théorèmes connus,
- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- rechercher des articulations pour passer d'une figure à une autre.



*Matériel disponible : différents puzzles articulés*

## **Panneau 3 - La recherche de puzzles articulés**

Quels puzzles peuvent s'articuler ? Cela ouvre un pan de recherche pour les mathématiciens. Cette recherche se prolonge aux puzzles en 3 D qui trouvent des applications bien connues des élèves : les *transformers*.

### *Que faire avec les élèves ?*

- manipuler des puzzles
- transformer des figures
- réaliser les puzzles,
- comprendre et prouver les découpages,
- rechercher des articulations pour passer d'une figure à une autre.

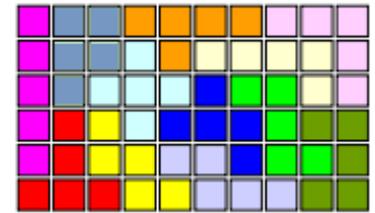


*Matériel disponible : différents puzzles articulés*

## **Pôle 6 - Polyminos et polycubes**

## Panneau 1 - Les polyminos

Les polyminos sont des assemblages de carrés : dominos, triminos etc.



### *Que faire avec les élèves ?*

- fabriquer des polyminos : triminos, tétra minos, pentaminos...
- comprendre les problèmes de non superposition par manipulation
- dénombrer les polyminos
- réaliser des puzzles avec les tétraminos ou bien les pentaminos,
- chercher à réaliser des rectangles, des carrés,
- rechercher différentes façons de faire un rectangle avec tous les pentaminos différents,
- jouer à des jeux utilisant des polyminos
- ...

*Matériel disponible : des carrés, des polyminos, un Katamino, un Concerto, une lampe Tetris*

## Panneau 2 - Les polycubes

Les polycubes sont des assemblages de cubes. On retrouve les mêmes activités qu'avec les polyminos mais la reconstitution de puzzles est plus difficile car les modèles sont proposés en perspective ce qui est une bonne façon d'apprendre à appréhender la représentation d'objets spatiaux. Parmi les plus connus, les cubes SOMA et le cube diabolique.

### *Que faire avec les élèves ?*

- fabriquer des polycubes : tricubes, tétracubes, pentacubes ...
- réaliser des puzzles à partir de perspectives,
- rechercher les pavés possibles à partir des pièces du cube des cubes SOMA
- réaliser le cube diabolique
- réaliser le cube de l'expo
- ...



*Matériel disponible : des cubes, des polycubes, un cube Soma, un cube diabolique*

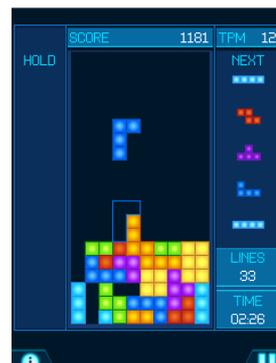
## Panneau 3 - Polyminos et polycube : une source d'inspiration

Les formes mathématiques sont souvent source d'inspiration pour les designers concepteurs de mobilier et de jeux, et pour les artistes. Les polyminos et polycubes tout particulièrement.

Une des applications les plus connues est le jeu *Tetris*.

### *Que faire avec les élèves ?*

- Expliquer que les mathématiques sont utilisées par des artistes,
- Retrouver les polyminos et polycubes dans les photos des œuvres présentées,
- ...



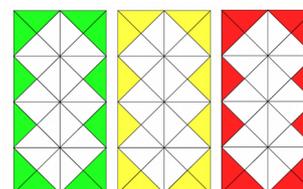
## ***Pôle 7 - Puzzles par juxtaposition***

### **Panneau 1 - Mac Mahon créateur de passe temps mathématiques**

D'autres puzzles fondés sur des règles de logique de couleurs peuvent être créés et les réalisations s'apparentent à des réalisations esthétiques. Il en est ainsi des carrés et des cubes de Mac Mahon.

### *Que faire avec les élèves ?*

- Dénombrer les pièces
- réaliser des puzzles
- créer ses propres figures
- ...



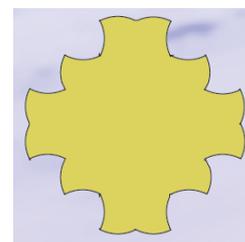
***Matériel disponible :*** des carrés et cubes de Mac Mahon

### **Panneau 2 - D'une règle à l'autre pour de nouveaux puzzles**

On peut modifier les jeux de Mac Mahon ~~entre~~ pour créer d'autres jeux comme le Curvica et les cubes de JeF en faisant évoluer les règles.

### *Que faire avec les élèves ?*

- dessiner les pièces
- classer les pièces en fonction de l'aire ou du périmètre
- réaliser des puzzles
- ...



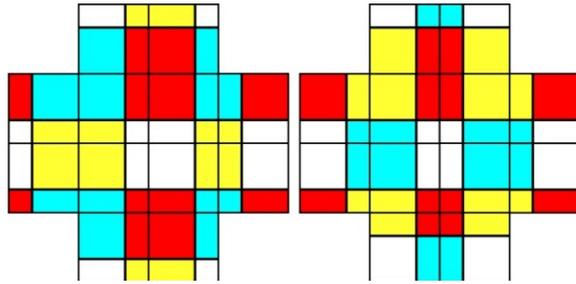
***Matériel disponible :*** un Curvica

### **Panneau 3 – Art, technique et jeu.**

Arts et mathématiques ont toujours été étroitement liés : n'oublions pas que les peintres du quattrocento qui ont inventé la perspective artistique étaient aussi mathématiciens. Ici les puzzles sont inspirés par l'œuvre de Mondrian ou par la technique pour le Huit cubes.

*Que faire avec les élèves ?*

- réaliser des puzzles
- construire les pièces.
- ...



**Matériel disponible :** un Mondrio, un Huit cubes