

Corrigé des énigmes du 18 mars 2016

Niveau 6ème et 5ème

A la fin d'une compétition, les 10 participants se serrent la main entre eux. L'arbitre a compté le nombre de poignées de mains échangées. Combien a-t-il trouvé ?

Réponse : 45 poignées de mains échangées

Explication

le 1er serre la main à tous les autres sauf lui même soit 9 poignées de main, le suivant doit serrer la main à tous sauf lui même et le 1^{er}, donc cela fait 8 poignées de mains, ainsi de suite...

Le 8ième serre la main au 9e et 10e soit deux poignées de main,

le 9e serre la main au 10e soit une dernière poignée de main et c'est terminé.

Il y a donc $9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$ poignées de mains échangées.

Niveau Quatrième et Troisième

A la fin d'une compétition, les participants se serrent la main entre eux. L'arbitre a compté exactement 45 poignées de mains échangées. Combien y-avait-il de participants ?

Réponse : 10 participants

Explication

Soit N le nombre de participants.

Le 1er serre la main à tous les autres sauf lui même soit N-1 poignées de main, le suivant doit serrer la main à tous sauf lui même et le 1^{er}, donc N-2 poignées de mains, etc ...

L'avant dernier serre la main au dernier soit une poignée de main.

Il faut donc calculer $(N-1)+(N-2)+\dots+1$ ou encore $1+2+3+4+5+6+7+\dots+(N-2)+(N-1)$ jusqu'à trouver 45.

Avec une calculatrice, on trouve rapidement que $9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$ Il y a donc 10 participants (car N-1 est égal à 9)

Niveau Seconde

A la fin d'une compétition, les participants se serrent la main entre eux. L'arbitre a compté exactement 300 poignées de mains échangées. Combien y-avait-il de participants ?

Réponse : 25 participants

Explication

Soit N le nombre de participants.

Le 1er serre la main à tous les autres sauf lui même soit N-1 poignées de main, le suivant doit serrer la main à tous sauf lui même et le 1^{er}, donc N-2 poignées de mains,

etc ...

L'avant dernier serre la main au dernier soit une poignée de main.

Il faut donc calculer $(N-1)+(N-2)+\dots+1$ ou encore $1+2+3+4+5+6+7+\dots+(N-2)+(N-1)$ jusqu'à trouver 300.

Avec un tableur, on trouve rapidement que $24 + 23 + 22 + 21 + \dots + 1 = 300$ Il y a donc 25 participants (car $N-1$ est égal à 24)

Niveau Première et Terminale

Lors d'une course cycliste, chaque concurrent a serré la main des autres sans que deux poignées de mains aient eu lieu en même temps.

Un journaliste a chronométré le temps qu'il a fallu et a trouvé environ 23 min.

Il évalue qu'il faut 3 seconde pour se serrer la main et annonce qu'il y a eu exactement 465 poignées de mains.

Comment peut-il être sûr de ce résultat ?

Combien y a-t-il eu de participants ?

Réponse : 31 participants

Soit N le nombre de participants

le 1er serre la main à tous les autres sauf lui même soit $N-1$ poignées de main

le suivant ne doit serrer la main à tous sauf lui même et le 1er donc $N-2$ poignées de mains etc ...

L'avant dernier serre la main au dernier soit une poignée de main.

Il faut donc calculer $(N-1)+(N-2)+\dots+1$. C'est la somme des $(N-1)$ premiers termes d'une suite arithmétique de raison 1.

$$(N-1)+(N-2)+\dots+1=(N)(N-1)/2$$

Avec un tableur, on peut calculer les valeurs possibles du nombre de poignées de mains.

De plus 23 min correspond à 1380s soit environ 460 poignées de main.

Pour 30 participants, il y a 435 poignées de mains, pour 31 participants 465 et pour 32 participants 496. 465 est donc la valeur la plus probable et cela correspond à 31 participants.