



**MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE,  
DE L'ENSEIGNEMENT  
SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE**

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

# Livret d'accompagnement de programme

# Mathématiques

**2025**

Avant  
4 ans

À partir de  
4 ans

À partir de  
5 ans

CP

CE1

CE2

CM1

CM2

6<sup>e</sup>

5<sup>e</sup>

4<sup>e</sup>

3<sup>e</sup>

Ce livret d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 2, publié au [BOENJS du 31 octobre 2024](#) propose des ressources organisées sous la forme de fiches thématiques. Chaque fiche présente une séquence de classe, dans laquelle une ou plusieurs séances ou activités sont détaillées. Les exemples proposés abordent certaines priorités ou nouveautés des programmes scolaires.

# Sommaire

4 | **Enjeux pédagogiques du cycle 2**

5 | **Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés**

5 | Une démarche d'enseignement structuré et progressif

5 | La place de l'erreur

5 | La place et le rôle de la verbalisation par l'élève

6 | Le suivi et l'évaluation des progrès des élèves

7 | **Proposition de séquence n° 1 – Enseigner les nombres et la numération au CP (les nombres entiers jusqu'à 59)**

La séquence vise à faire acquérir aux élèves la connaissance des nombres jusqu'à 59, en s'appuyant à la fois sur la numération orale et sur la numération chiffrée(aspect positionnel et décimal).

Les élèves apprennent à passer d'une représentation à une autre : collections d'objets, écriture chiffrée, orale, additive ou en lettres.

Ils doivent comprendre la valeur positionnelle des chiffres selon leur place (unités/dizaines) et organiser les collections en regroupements par 10. Les séances s'articulent autour de situations de dénombrement, de décompositions et de codage en chiffres, avec une progression vers l'automatisation

15 | **Proposition de séquence n° 2 – Apprendre des procédures de calcul mental (ajouter deux nombres inférieurs à 100 en CP).**

La séquence vise à apprendre à additionner deux nombres inférieurs à 100 en utilisant une procédure fondée sur les décompositions en dizaines et unités.

Les élèves s'approprient l'arbre à calcul, support visuel facilitant la compréhension et la structuration du raisonnement.

Ils apprennent à distinguer les dizaines et les unités, à les additionner séparément, puis à recomposer le total.

L'objectif final est l'automatisation progressive de la procédure, sans support écrit.

24 | **Proposition de séquence n° 3 – Résoudre des problèmes additifs du type parties-tout portant sur des nombres allant jusqu'à 100**

Cette séquence apprend aux élèves à résoudre des problèmes additifs en une étape La séance apprend aux élèves à résoudre des problèmes additifs en une étape de type parties-tout, avec des nombres jusqu'à 100.

Elle commence par des cas simples sans conversion de dizaines, puis introduit progressivement des situations plus complexes.

Les élèves modélisent les problèmes à l'aide de matériel de numération pour comprendre les relations entre les données.

Ils apprennent à distinguer quand utiliser l'addition (recherche du tout) ou la soustraction (recherche d'une partie). L'enseignement est progressif, avec des moments d'entraînement guidé, d'évaluation et de remédiation.

## ■ Enjeux pédagogiques du cycle 2

En mathématiques, la priorité du cycle 2 est l'acquisition de connaissances et de savoir-faire solides sur la **numération**, le **calcul** et la **Résolution de problèmes arithmétiques**. En effet, les mathématiques sont une discipline cumulative et ces apprentissages, qui s'appuient déjà sur ceux du cycle 1, constituent le socle indispensable sur lequel reposeront les apprentissages des cycles 3 et 4 pour ce qui concerne les nombres, le calcul et l'algèbre. Chaque année, les deux tiers du temps d'enseignement des mathématiques, au minimum, sont consacrés à la partie « Nombres, calcul et résolution de problèmes » du programme. » (**Programme de mathématiques de cycle 2, arrêté du 22-10-2024**).

La classe de CP joue un rôle essentiel dans les apprentissages fondamentaux, en introduisant les premiers principes du système de numération, notamment ses aspects positionnel et décimal, qui serviront ensuite à comprendre les grands nombres entiers jusqu'aux milliards, ainsi que l'écriture à virgule des nombres décimaux. La première séquence proposée dans ce document est consacrée à l'introduction des principes fondamentaux de notre système de numération dont la bonne compréhension est décisive pour la suite de la scolarité.

L'aptitude à résoudre des problèmes complexes est conditionnée par l'automatisation de tâches élémentaires qui permet de soulager la mémoire de travail et disposer ainsi des ressources cognitives suffisantes pour résoudre ces problèmes complexes. Parmi les procédures élémentaires à automatiser, il y a notamment des procédures de calcul mental qui permettent de traiter rapidement et sans anxiété des calculs plus ou moins élémentaires de façon assurée. La deuxième séquence de ce document est un exemple d'une séquence dédiée à l'automatisation d'une telle procédure de calcul mental.

La résolution de problèmes est le cœur de l'activité mathématique. Le développement des compétences des élèves en résolution de problèmes doit s'appuyer sur un enseignement structuré qui permet non seulement d'acquérir des outils spécifiques pour soutenir la modélisation des problèmes, mais aussi de développer des aptitudes à faire des analogies entre un nouveau problème et des problèmes résolus précédemment. La troisième et dernière séquence de ce document est un exemple s'inscrivant dans la construction de cet enseignement structuré de la résolution de problèmes.

# ■ Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés

## ■ Une démarche d'enseignement structuré et progressif

Les recherches en sciences cognitives montrent que pour apprendre efficacement, les élèves doivent comprendre ce qui est attendu d'eux, identifier les obstacles cognitifs susceptibles de freiner leur progression, et disposer de stratégies adaptées pour les surmonter. L'enseignant joue alors un rôle clé en guidant les élèves, en structurant les savoirs, et en leur fournissant des outils concrets pour réussir. Toutefois, si cette démarche peut s'avérer particulièrement efficace, elle ne peut être mobilisée de manière systématique, quels que soient le contenu ou la situation d'enseignement. Son efficacité repose donc sur une mise en œuvre réfléchie, attentive aux spécificités de chaque situation d'apprentissage, des contenus enseignés et des profils d'élèves. Pour que cette approche produise pleinement ses effets, elle doit s'appuyer sur une capacité de l'enseignant à ajuster ses interventions et à différencier ses pratiques. C'est en conjuguant les apports des sciences cognitives avec une fine compréhension des besoins des élèves et une approche pédagogique souple et réactive que l'on crée les conditions d'un apprentissage à la fois efficace et durable.

La démarche d'enseignement illustrée dans les séquences de ce livret, se compose de quatre temps d'enseignement pour aider l'élève à passer de découvertes fortuites à des apprentissages structurés et transférables.

- Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite
- Temps 2 – Mise en activité des élèves
- Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif
- Temps 4 – Automatisation, réinvestissement, transfert

## ■ La place de l'erreur

Lorsqu'un élève fait une erreur, il est essentiel de l'aider à l'identifier afin qu'il puisse comprendre le principe mathématique en jeu et améliorer son raisonnement logique. Le professeur favorise, encourage et accompagne la réflexion de l'élève en lui proposant des rétroactions régulières sur son travail, dans l'intention de l'amener progressivement à identifier ses erreurs.

## ■ La place et le rôle de la verbalisation par l'élève

Le professeur encourage et favorise la verbalisation et l'explication des objets d'apprentissage afin d'en assurer une meilleure compréhension et de développer ainsi la capacité à en reconnaître les régularités. Il peut, par exemple, demander aux élèves de décrire ce qu'ils observent et de justifier leurs réponses.

## ■ Le suivi et l'évaluation des progrès des élèves

Suivre régulièrement la progression des élèves dans la compréhension des notions et dans le développement des compétences, non seulement par l'observation directe mais aussi par l'utilisation d'outils d'évaluation, permet d'ajuster les activités en fonction des acquis des élèves, en tenant compte de leurs progrès et de leurs difficultés.

# Proposition de séquence n° 1

## – Enseigner les nombres et la numération au CP (les nombres entiers jusqu'à 59)

### Objectifs

Pour les nombres entiers jusqu'à 59 :

- Connaitre l'écriture en chiffres et la suite orale des nombres jusqu'à 59.
- Connaitre et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre.
- Connaitre la valeur des chiffres en fonction de leur position (unités, dizaines).

### Éléments de progression

Âge / niveau	Progressivité
À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés	<ul style="list-style-type: none"><li>• Associer à une quantité un nombre représenté de différentes façons (représentations analogiques, nom des nombres, écriture chiffrée) et vice versa.</li><li>• Dénombrer des collections et comparer des quantités à l'aide de procédures variées.</li><li>• Composer et décomposer des nombres.</li><li>• Ordonner des quantités.</li><li>• Lire et écrire la représentation chiffrée des nombres de un à dix.</li><li>• Connaitre la comptine numérique jusqu'à 30 au moins.</li></ul>
CP	<ul style="list-style-type: none"><li>• Connaitre l'écriture en chiffres et la désignation orale des nombres jusqu'à cent.</li><li>• Connaitre et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre.</li><li>• Connaitre la valeur des chiffres en fonction de leur position (unités, dizaines).</li><li>• Progressions : <b>en période 1</b> : les nombres de 1 à 20 – La dizaine ; <b>au plus tard en période 2</b> : les nombres jusqu'à 59 ; <b>au plus tard en période 3</b> : les nombres jusqu'à 100.</li></ul>
CE1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dénombrer des collections ayant jusqu'à 1000 éléments en les organisant.</li><li>• Construire des collections de cardinal donné.</li><li>• Connaitre et utiliser la relation entre unités et dizaines, entre dizaines et centaines, entre unités et centaines.</li><li>• Connaitre l'écriture en chiffres et la suite orale des nombres jusqu'à mille.</li><li>• Connaitre et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre.</li><li>• Connaitre la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre.</li></ul>

## Enjeux pédagogiques

Deux systèmes de numération sont à enseigner au cours préparatoire : la numération orale et la numération écrite chiffrée.

Bien que la **numération orale** soit globalement irrégulière, elle présente certaines régularités qu'il est important de mettre en évidence. Il s'agit donc de s'appuyer sur la comptine de 1 à 9 pour les nombres de 20 à 59.

La **numération écrite chiffrée** permet d'écrire le cardinal correspondant à une collection.

Elle est parfaitement régulière et s'appuie sur des groupements par 10 (aspect décimal) et en ordonnant les chiffres en fonction de leur valeur : unités à droite, puis dizaines, centaines (aspect positionnel).

### Les deux systèmes de numération cohabitent.

Il est nécessaire de les enseigner et d'enseigner le lien entre les deux.

Pour maîtriser les nombres entiers jusqu'à 59, les élèves doivent être capables :

- d'organiser les éléments d'une collection en groupes de dix unités et en unités isolées ;
- de dénombrer une collection ;
- de comparer deux nombres.

## Éclairage de la recherche

Depuis une cinquantaine d'années la recherche en didactique des mathématiques insiste fortement sur l'importance de la compréhension du système positionnel de numération, car ce système constitue une structure cognitive fondamentale pour les apprentissages numériques ultérieurs (calcul, résolution de problèmes, estimation, etc.).

En effet, la compréhension de l'aspect positionnel permet de représenter tous les nombres entiers avec les dix symboles (chiffres de 0 à 9) utilisés pour notre système de numération en base dix. Par ailleurs, c'est sur cet aspect positionnel que s'appuie le calcul posé et souvent le calcul mental.

Le système positionnel repose sur trois principes que doivent intégrer conjointement les élèves :

- le principe de position : la place du chiffre détermine sa valeur (le 4 de 345 vaut 40) ;
- le principe de groupement : à chaque rang, les chiffres indiquent combien de groupes de dix (unités, dizaines, centaines...) sont présents ;
- le principe d'échange : 10 unités = 1 dizaine ; 10 dizaines = 1 centaine, etc.

Les élèves doivent pouvoir articuler ces trois principes pour comprendre comment les nombres fonctionnent.

La numération orale est le point de départ des travaux sur les nombres à l'école maternelle, mais à l'école élémentaire la compréhension du système de numération positionnel peut rapidement conduire les élèves à pouvoir manipuler et comprendre des nombres qu'ils ne savent pas nommer oralement. Ils peuvent par exemple écrire que la somme  $43 + 55$  est égale à 98 sans savoir lire ce résultat. Il est essentiel de mener en parallèle du travail sur les principes de la numération écrite un travail sur la numération orale.

# Démarche d'enseignement

## Prérequis

### En première période de l'année de CP

Les élèves travaillent la comptine orale et l'écriture chiffrée des nombres de 1 à 20.

Ils comparent le cardinal de deux collections sans nécessairement passer par le dénombrement. L'objectif est de mettre en évidence l'intérêt des groupements par 5 puis par 10. La validation se fait par correspondance terme à terme ou groupement par groupement pour éviter le recours au dénombrement et à la comptine orale.

Le professeur varie l'activité en utilisant dans un premier temps des collections d'éléments déplaçables puis des collections d'objets non déplaçables pour aller ensuite vers l'abstraction.

Ce type d'activités est proposé régulièrement aux élèves, également avec des collections qui ne sont pas toujours organisées en nombre maximal de dizaines (cela permet de systématiser le groupement par 10). Les élèves constatent ainsi l'utilité de grouper les éléments par 10.

Diverses représentations de la dizaine rencontrées par les élèves en période 1 :



Photo 1 : représentation d'une dizaine



Photo 2 : représentation d'une dizaine



Photo 3 : représentation d'une dizaine



Photo 4 : représentation d'une dizaine



Photo 5 : représentation schématisée d'une dizaine

### Les nombres jusqu'à 59 (période 2)

De 20 à 59, la numération orale est relativement régulière. C'est une alternance de noms de dizaines entières (les repérants) associés à la comptine de 1 à 9.

## Déroulement de la séquence

Progression	Composante	Focus
Séance 1	Le nom des dizaines entières (20, 30, 40, 50).	
Séance 2	<p>Poursuite de la construction du système de numération écrite chiffrée.</p> <p>Compréhension/construction des écritures chiffrées en termes de dizaines et d'unités via des comparaisons, des dénombvements et des estimations de cardinal de collections ayant jusqu'à 59 éléments.</p>	Cf. focus sur la séance 2.
Séance 3 (peut être proposée le même jour que la séance 2)	Entrainement : automatisation des groupements par 10 et écriture chiffrée.	
Séance 4 à 7 (au plus tard en période 2)	<p>Décompositions, recomposition de nombres.</p> <p>Produire des écritures en unités de numération (quatre dizaines et sept unités ou quarante-sept unités ou 3 dizaines et 17 unités).</p> <p>Effectuer des décompositions additives sous la forme <math>40 + 7</math> ; autres décompositions additives (<math>40+5+2</math> ; <math>10+10+10+10+7</math>) à partir du moment où cela a été enseigné.</p>	
Séance 8	Produire des écritures en lettres (quarante-sept) à partir du moment où cela a été enseigné.	Cf. focus sur la séance 8.

### Observation et évaluation

Toute l'année, les élèves manipulent divers matériaux pour représenter unités et dizaines : par exemple, des cubes emboitables formant des barres de dix sécables, ou des buchettes pouvant être assemblées aisément en groupes de dix.

Des évaluations, courtes mais fréquentes, sont attendues en mathématiques pour aider les élèves à identifier leurs réussites, leurs progrès et éventuellement leurs besoins et pour permettre au professeur d'adapter ses séances d'enseignement afin d'encourager chaque élève à s'engager et à progresser dans les apprentissages dans le but d'atteindre *in fine* les objectifs attendus.

## Focus sur la séance 2 – Construction du système de numération écrit et chiffré

### Objectifs

Être capable de coder en écriture chiffrée le cardinal d'une collection.

### Critère de réussite

L'élève code en écriture chiffrée le cardinal d'une collection.

### Modalité

Les élèves sont répartis en groupe. Une collection d'objets est présentée à chacun d'eux (différente pour chaque groupe).

### Matériel

Cubes emboitables de même couleur

À noter la nécessité d'avoir un matériel de manipulation qui serait toujours le même pour construire la numération, pour systématiser (les cubes emboitables utilisés dans l'exemple permettent de passer rapidement des unités aux barres de dizaines). Une fois la notion acquise, il sera alors possible de transposer avec un autre matériel. Ce matériel (cubes emboitables) est utile et nécessaire pour accompagner les apprentissages sur le calcul.

### Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

#### Recherche individuelle

Les élèves ont pour consigne d'organiser le plus rapidement possible une collection de cubes devant eux en un maximum de groupements par 10, et de noter sur l'ardoise le nombre de groupements par 10 et le nombre d'éléments isolés (3 minutes).

## Enseignement de la procédure

L'enseignant invite un élève en réussite à organiser la collection en un maximum de groupements par 10.



Photo 6 : cubes isolés

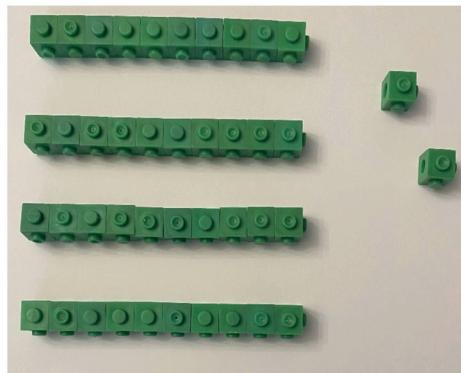


Photo 7 : groupements par 10

L'enseignant verbalise le nombre de dizaines réalisées et le nombre d'unités restantes : 4 dizaines et 2 unités, ce qui s'écrit : 42 cubes.

## Temps 2 – Mise en activité des élèves

Les élèves ont pour consigne d'organiser une autre collection face à eux et d'écrire le nombre d'éléments qu'elle contient sans dénombrer les éléments un à un. Ils sont si besoin, guidés par l'enseignant. Il s'agit d'apprendre aux élèves le codage conventionnel et l'écriture chiffrée.

## Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif

Une collection peut être organisée en groupements de 10 et en éléments isolés. Chaque groupement de 10, appelé dizaine peut être codé par une barre ou noté « d ».



Photo 8 : Représentation de dizaine

Chaque élément isolé appelé unité est codé par un carré (en référence aux cubes utilisés) ou noté « u ».

L'écriture chiffrée de la quantité d'éléments dans cette collection se fait : nombre de groupements de 10 (dizaines) suivi du nombre d'éléments isolés (unités). S'il n'y a pas d'éléments isolés dans la collection, son écriture chiffrée sera : nombre de groupements par 10 suivie d'un zéro.

## ■ Présentation synthétique de la séance 3

### Temps 4 – Automatisation, réinvestissement, transfert

En variant les supports (éléments déplaçables ou non déplaçables, codage du nombre en d et u (par exemple : 15 u et 3 d), les élèves doivent donner l'écriture chiffrée du nombre représenté. Il s'agit de permettre l'automatisation des groupements par 10 et l'écriture chiffrée.

Dans un premier temps, l'enseignant peut reprendre l'enseignement de la procédure utilisée lors du temps 1 de la séance 2 pour les élèves rencontrant des difficultés.

Remarque : le passage d'une collection déplaçable à une collection non déplaçable est une étape importante : associé à la verbalisation, cela permet aux élèves de passer de l'expérience concrète à une pensée mathématique abstraite.

### Lien entre la numération orale et la numération écrite chiffrée de 20 à 59

De 20 à 59, la suite orale est relativement régulière et s'associe facilement à l'écrite chiffrée : le premier mot (vingt, trente, quarante, cinquante) indique le chiffre des dizaines du nombre ou le nombre dans sa totalité s'il n'est composé que d'un mot, et le deuxième indique le chiffre des unités.

Ainsi, trente-cinq s'écrit en chiffres 35 (trente indique 3 en chiffre des dizaines et cinq indique 5 en chiffre des unités).

Les dictées et lectures de nombres permettront des va-et-vient entre les deux types de numération.

À la suite de la séquence, des activités ritualisées peuvent être proposées, tout comme la réalisation d'un livret dédié à l'écriture des nombres. Chaque page est consacrée à un nombre et s'enrichit progressivement : l'élève inscrit différentes écritures et représentations de ce nombre.

## ■ Focus sur la séance 8 – Activités ritualisées

### Objectifs

Connaitre et utiliser diverses représentations d'un nombre et être capable de passer de l'une à l'autre.

### Critère de réussite

L'élève utilise différentes représentations d'un nombre

### Modalité

Classe entière

### Matériel

Fiche représentant une collection non déplaçable.

## Activité 1 (10 minutes)

Les élèves ont la collection suivante sur **fiche** (image).

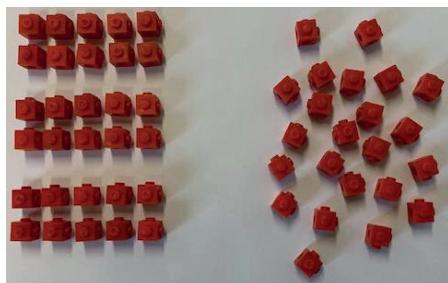


Photo 9 : éléments non déplaçables

Il leur est demandé de donner l'écriture chiffrée du nombre de cubes et d'en proposer différentes représentations.

L'enseignant invite les élèves en difficulté à réaliser un maximum de groupements par 10 (en entourant les cubes) et à déterminer le nombre de dizaine et le nombre d'unités

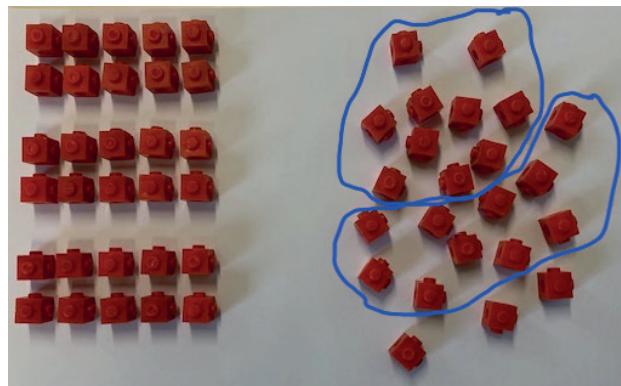


Photo 10 : groupements par 10 opérés

## Activité 2 (15 minutes)

L'enseignant demande ensuite aux élèves en réussite de proposer l'écriture chiffrée du nombre ainsi que diverses représentations.

L'enseignant peut construire collectivement d'autres représentations ou constituer des groupes de besoin pour alterner sa présence dans les groupes et laisser une partie des élèves travailler en autonomie.

Représentations pouvant être attendues :

53, 3 d et 23 u, 5 d et 3 u, 30+23, 53 u, 3 u et 5 d.

# Proposition de séquence n° 2 – Apprendre des procédures de calcul mental (ajouter deux nombres inférieurs à 100 en CP)

« Certaines procédures de calcul mental peuvent nécessiter de garder des résultats intermédiaires en mémoire, ce qui peut être difficile pour certains élèves. Ceux-ci seront encouragés, au début des apprentissages, à noter par écrit ces résultats intermédiaires, puis à alléger progressivement le recours à l'écrit, jusqu'à s'en libérer totalement dès qu'ils n'en auront plus besoin, ce qui peut advenir au cours du CP ou plus tard. » BOEN n° 41 du 31 octobre 2024

## Objectifs

Savoir utiliser un arbre à calcul pour additionner deux nombres inférieurs à 100 (enseignement de la procédure).

Savoir que pour ajouter deux nombres inférieurs à 100, il est possible de les décomposer pour ajouter les dizaines entre elles et les unités entre elles puis d'additionner les deux nombres trouvés en utilisant la procédure apprise pour ajouter des dizaines entières à un nombre.

## Éléments de progression

Âge / niveau	Référence au programme et progressivité
Cycle 1	<p>L'élève apprend au cycle 1 à composer et décomposer les nombres inférieurs à dix voire au-delà :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Composer et décomposer des nombres inférieurs ou égaux à dix, voire au-delà.</li><li>• Manipuler et verbaliser des compositions et des décompositions de nombres. Cela permet d'installer le fait que, dans une composition, l'ordre ne compte pas.</li></ul>
CP	<p>Nombres, Calculs et résolution de problèmes</p> <p>Le calcul mental</p> <p>En CP, les résultats mémorisés au cours du cycle 1, sont traduits sous forme d'opérations (par exemple <math>4 + 2 = 6</math> ; <math>9 = 5 + 4</math>), puis sont complétés par un travail de construction et de mémorisation des sommes de deux nombres inférieurs à 10 dont la somme dépasse 10 (par exemple <math>7 + 6 = 13</math>). L'élève mémorise ainsi progressivement l'ensemble des résultats des tables d'addition. Ces résultats seront mobilisés dans la séquence pour ajouter des dizaines entre elles et des unités entre elles.</p> <p>Apprendre des procédures de calcul mental</p> <p>La séquence vise à apprendre une procédure qui utilise les décompositions et compositions pour additionner deux nombres inférieurs à 100 en CP.</p>

Âge / niveau	Référence au programme et progressivité
CE1 et CE2	<p>Les calculs peuvent être progressivement étendus au cas où les deux termes ajoutés sont inférieurs à 100, mais où la somme est supérieure à 100.</p> <p>Les élèves se détachent progressivement de l'arbre et de l'écriture des résultats intermédiaires et déterminent mentalement, sans aucun support écrit, la somme de deux nombres inférieurs à 100. Cela commence par les calculs sans retenue comme <math>57 + 32</math>, puis progressivement des calculs avec retenues comme <math>47 + 26</math> ou <math>54 + 62</math>.</p>

## Enjeux pédagogiques

L'enseignement du calcul mental au cycle 2 est constitué de trois types d'apprentissages :

- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- savoir utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer des calculs rapidement en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maîtriser des procédures de calcul mental efficaces qui seront progressivement automatisées.

## Automatisation des procédures

Des recherches en neurosciences mettent en évidence que la construction d'automatismes est fondamentale pour l'apprentissage des mathématiques, d'une part pour que la mémoire de travail soit la plus libre possible lors de la résolution d'une tâche mathématique complexe, d'autre part pour augmenter la confiance en soi de chaque élève vis-à-vis de tâches mathématiques.

Par exemple, dans son ouvrage *Le calcul mental entre sens et technique* (2007), Denis Butlen, souligne que l'automatisation des procédures de calcul mental est essentielle pour libérer les ressources cognitives des élèves, leur permettant ainsi de se concentrer sur des tâches plus complexes et conceptuelles. Il préconise toutefois que cette automatisation s'accompagne d'un travail sur la compréhension des nombres et des opérations afin de favoriser une adaptabilité efficace des élèves face aux problèmes rencontrés.

Jérôme Prado, chercheur au Centre de Recherche en Neurosciences de Lyon, ([Les automatismes au collège](#)) s'intéresse également aux mécanismes de mémorisation et à leur impact sur l'apprentissage des mathématiques. Il explique que l'automatisation des procédures de calcul mental permet de réduire la charge cognitive, libérant ainsi de l'espace en mémoire de travail pour des tâches plus complexes. Prado souligne que pour atteindre cette automatisation, il est crucial de pratiquer régulièrement le calcul mental, en intégrant des activités variées et ludiques qui encouragent la répétition et la consolidation des connaissances.

Pour favoriser la construction de ces automatismes, trois principes sont mis en avant dans des recherches en psychologie cognitive :

- une pratique répétée de la procédure visée ;
- des révisions étaillées dans le temps, alternées avec d'autres apprentissages ;
- des tests destinés à consolider la mémorisation.

## Enseignement de procédures de calcul mental

Les procédures indiquées dans le programme, ici ajouter deux nombres inférieurs à 100 en utilisant les décompositions du nombre, doivent faire l'objet de séquences d'enseignement structurée et donner lieu à une trace écrite.

Cette séquence se situera avant l'apprentissage de la technique de l'addition posée afin que les élèves puissent comprendre le sens de l'algorithme de l'addition posée.

D'autres procédures sont enseignées au cycle 2 pour effectuer la somme de deux nombres inférieurs à 100, l'élève doit maîtriser l'ensemble des procédures enseignées et être en mesure de choisir une procédure pertinente en fonction des nombres en jeu.

Autres procédures enseignées en cycle 2 pour ajouter deux nombres entiers :

- ajouter à un nombre inférieur à 100 un nombre inférieur à 9, sans changement de dizaine (CP) ;
- ajouter à un nombre inférieur à 100 un nombre inférieur à 9, avec changement de dizaine (CP).

L'enseignant veillera donc pendant la séquence à ne poser que des calculs pour lesquels la procédure enseignée est pertinente. Il ne demandera donc pas le calcul de sommes comme  $47 + 20$ ,  $47 + 9$ .

## Déroulement de la séquence

Dans la séquence, lorsque les élèves maîtriseront la procédure d'ajout de deux nombres en utilisant l'arbre à calcul, les élèves pourront progressivement s'abstraire d'avoir recours à un arbre à calcul en utilisant la même procédure de décomposition, mais cette procédure sera toutefois impérativement enseignée en début de séquence, afin que les élèves puissent en disposer.

## Prérequis

La séquence proposée prend appui sur des connaissances relatives à la numération pour les nombres inférieurs à 100 : l'élève doit savoir que dix unités sont égales à une dizaine et doit savoir associer différentes désignations d'un même nombre : écriture chiffrée (34), décomposition canonique en unités de numération (3 dizaines 4 unités), autre décomposition en unités de numération (2 dizaines et 14 unités).

Avant d'aborder cette séquence les élèves doivent avoir appris à additionner un nombre entier de dizaines à un nombre donné, par exemple ils doivent savoir calculer mentalement  $13 + 20$  ou  $17 + 40$ , car ils utiliseront ce savoir-faire dans cette séquence.

Cette séquence peut être abordée en période 3. Elle peut être menée sur des nombres allant jusqu'à 59 ou 69 seulement si les élèves rencontrent encore des difficultés importantes avec les nombres plus grands.

La séquence comprendra plusieurs séances qui respecteront les rythmes d'apprentissages des élèves.

Progression	Composante	Focus
Séance 1	Découverte de la procédure avec un calcul proposé, construction de l'arbre à calcul.  Entrainement.  Institutionnalisation de la procédure visée et production d'une trace écrite avec l'arbre à calcul.	Cf. focus 1.  Très courte recherche individuelle (3 minutes) Résolution collective : construction de l'arbre à calcul).
Séance 2 – Séance 3 (ou plus si besoin)	Les élèves progressivement en fonction de leur maîtrise de la procédure pourront effectuer plusieurs calculs de manière autonome.	Cf. focus 2.  Différenciation : le matériel de manipulation sera mis à disposition des élèves en cas de besoin.
Séance 4	Évaluation chronométrée.	Évaluation chronométrée de l'automatisation de l'utilisation de la procédure à l'aide d'une fiche de 6 à 9 calculs en 3 minutes.
Séances plus courtes	Réinvestissement.	Tout au long de l'année.

Cette procédure sera réinvestie en résolution de problèmes de type partie/tout avec la recherche du tout.

### Observation et évaluation

L'évaluation consistera en une série de calculs à effectuer en un temps limité sur fiche à l'aide d'un arbre à calcul. Pour les calculs effectués mentalement en s'appuyant sur la numération ou sur des procédures apprises, la fluence attendue en fin de CP est la restitution de neuf résultats en trois minutes. Lors des évaluations, il est précisé explicitement aux élèves qu'ils n'ont pas l'obligation de tracer l'arbre à calcul et qu'ils peuvent additionner directement dans leur tête et écrire uniquement les résultats pour les calculs qu'ils trouvent faciles.

Lors d'évaluations régulières tout au long de l'année, il est recommandé de favoriser une évaluation positive qui met en valeur les progrès d'un élève d'un entraînement à un autre (par exemple en affichant le nombre de calculs réussis) pour valoriser et encourager l'élève.

# Focus sur la séance 1 – Découverte de la procédure pour additionner deux nombres inférieurs à 100

## Objectifs

Être capable d'additionner deux nombres inférieurs à 100 à l'aide d'un arbre à calcul.

## Critère de réussite

L'élève doit être capable d'additionner deux nombres inférieurs à 100 avec une somme inférieure ou égale à 100 à l'aide d'un arbre à calcul : décomposition en dizaines et unités et recomposition des dizaines et des unités ; échange des unités supérieures à 10 en dizaine et unités ; recomposition des dizaines et unités en nombre sans forcément être capable de prononcer le mot-nombre.

## Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

### Recherche individuelle

Présenter le calcul écrit au tableau  $34 + 17$  et demander aux élèves de chercher sur l'ardoise.

Pendant 3 minutes maximum, les élèves cherchent sur un seul support, feuille ou ardoise individuellement en binômes ou en groupes. L'enseignant circule dans la classe et observe les recherches des élèves.

À noter : la situation présente des nombres qui permettent de confronter immédiatement les élèves à la nécessité de la conversion entre 10 unités et 1 dizaine.

### Enseignement de la procédure

Si la procédure par arbre à calcul n'est pas apparue dans les recherches des élèves, l'enseignant dira rapidement que des élèves ont dessiné les barres de dizaines et les unités pour compter, que cette procédure est juste, mais qu'elle est longue et que certains élèves ne sont pas arrivés au résultat du calcul en dessinant et en comptant le nombre de jetons un par un. Si la procédure par arbre à calcul ou une procédure similaire a été utilisée par un des élèves, la mettre en valeur à ce moment. « J'ai vu que ... a réussi le calcul rapidement en utilisant une autre façon de procéder. Je vais vous montrer comment il a procédé ».

Si la procédure par arbre à calcul n'a pas été proposée, l'introduire en disant : « Je vais vous montrer comment on peut calculer cette opération plus rapidement et plus sûrement qu'en dessinant. ».

Introduire la procédure par arbre à calcul en verbalisant avec les élèves :

- « Pour calculer  $34 + 17$ , je décompose les nombres en dizaines et en unités. 34 c'est 3 dizaines et 4 unités (j'écris 30 et 4) ; 17 c'est 1 dizaine et 7 unités (j'écris 10 et 7).
- J'ajoute les dizaines entre elles et les unités entre elles : 3 dizaines et 1 dizaine ça fait 4 dizaines (j'écris 40) ; 4 unités et 7 unités ça fait 11 unités (j'écris 11).

- J'ajoute 4 dizaines à 1 dizaine et à 1 unité, « nous avons déjà appris à le faire », j'obtiens 5 dizaines et 1 unité et j'écris 51 ».

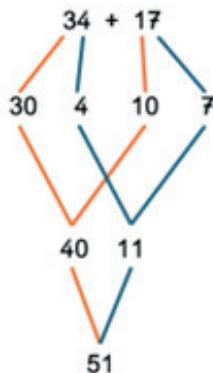


Figure 1 : arbre à calcul

- La validation s'opère par l'utilisation du matériel de manipulation avec les cubes et les barres de dizaines.

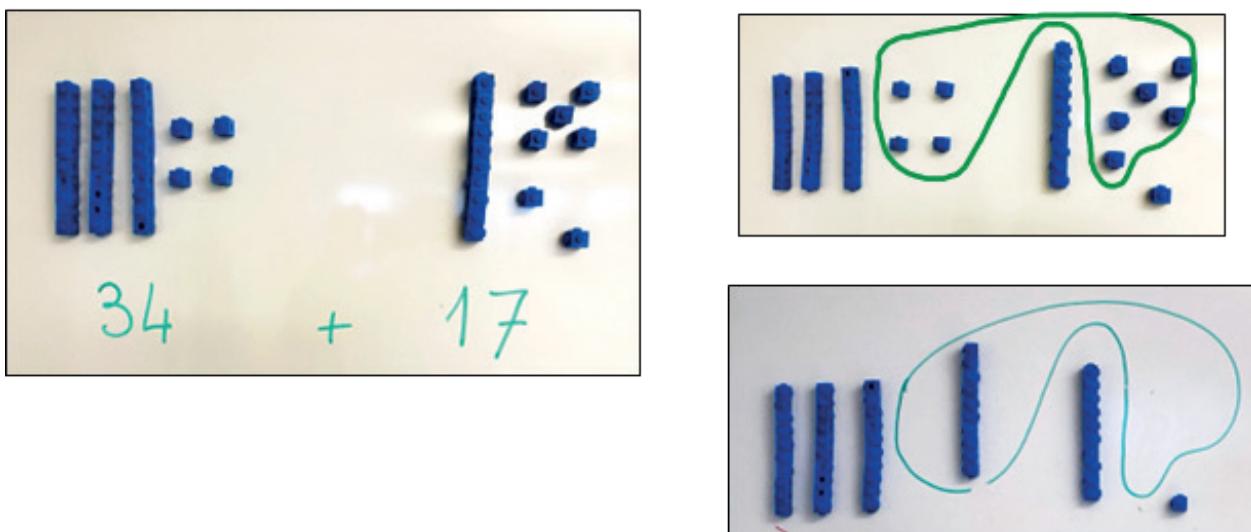


Figure 2 : Validation du résultat de 34+17

### Point de vigilance

Lors de la très rapide mise en commun, précédant l'introduction de la procédure par arbre à calcul, les procédures correctes mais couteuses utilisées spontanément par des élèves de la classe sont évoquées très brièvement. Elles sont officiellement reconnues comme valides, mais leur caractère peu efficient (lenteur, risque d'erreurs accru) est souligné. Ainsi, par exemple, dessiner 34 jetons et 17 jetons, puis les dénombrer un à un nécessite beaucoup de concentration et de persévérance pour ne pas faire d'erreur). La procédure consistant à dessiner les barres de dizaines et les unités est également juste et sera reconnue comme juste, mais elle est lente également. (Les procédures à valoriser en calcul mental sont les procédures par calcul les plus efficientes : celles qui sont les plus rapides en étant sûres.)

## Temps 2 – Mise en activité des élèves

Un autre exemple de calcul est donné  $28 + 26$ . L'enseignant propose une résolution individuelle de l'exercice qui sera suivie d'une correction collective avec arbre à calcul. Pour ce temps 2, il est prioritairement demandé aux élèves de reproduire fidèlement la procédure vue au tableau. La bonne réponse, ici, ce n'est pas le bon résultat, mais la bonne utilisation de la procédure enseignée.

### Points de vigilance

Un obstacle à l'appropriation de cette notion pour les élèves est la maîtrise des décompositions en dizaines et unités. Cet apprentissage, s'il n'est pas maîtrisé, par tous les élèves doit être réinvesti quotidiennement avec matériel de manipulation puis progressivement sans matériel. Ainsi, pour additionner deux nombres inférieurs à 100, tant que la décomposition/recomposition n'est pas maîtrisée par l'élève, l'élève a besoin d'avoir recours au matériel de manipulation pour élaborer l'arbre à calcul. Pour les élèves utilisant l'arbre, il est important de faire le lien avec la manipulation pour valider la solution pour que les élèves fassent bien le lien avec le sens de la procédure avant de l'automatiser.

La verbalisation de la procédure est essentielle à toutes les étapes de l'apprentissage. L'enseignant(e) puis les élèves devront pouvoir expliciter les différentes étapes de la construction de l'arbre à calcul, décomposition en dizaines et unités, recomposition des dizaines et des unités et échanges éventuels des unités supérieures à 10, ...

Il est important de porter une attention particulière au matériel de manipulation employé. L'utilisation d'un matériel de manipulation se composant de cubes emboitables par exemple, permet à l'élève de composer et décomposer rapidement des barres de dizaines.

Puis plusieurs calculs sont proposés à la classe et effectués sur l'ardoise à l'aide de la procédure, comme  $17 + 33$ ,  $24 + 27$ ,  $35 + 13$ ,  $15 + 27$ ,  $31 + 12$ ,  $34 + 18$  en évitant les nombres qui se terminent par 9.

Pour cette première séance, les calculs sont effectués successivement, individuellement sur l'ardoise (ou sur feuille) puis corrigés au tableau par des élèves. La validation est proposée avec le matériel de manipulation au tableau.

### Différenciation

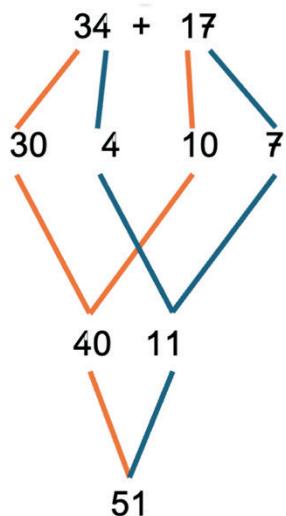
Durant ce temps, les élèves qui se sentent à l'aise dans l'application de la procédure d'arbre à calcul, pourront effectuer les calculs en autonomie :

$17+33$  ;  $24+27$  ;  $39+13$  ;  $15+27$  ;  $31+12$  ;  $34+18$ .

## Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif

Le temps d'institutionnalisation est incontournable pour que l'apprentissage s'effectue correctement par l'élève. Il pourra se situer à la fin du temps 1 ou à la fin de la première séance pour récapituler ce qui a été appris.

Une trace écrite est élaborée et conservée dans un cahier dédié aux apprentissages mathématiques, par exemple :



Pour calculer  $34 + 17$  j'utilise **un arbre à calcul** :

- Je décompose les nombres en dizaines et en unités
- Je regroupe les dizaines et les unités restantes.

## Focus sur les séances 2, 3 (ou plus si besoin) – Séances d'entraînement

### Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Le professeur propose le calcul suivant écrit au tableau :  $24 + 38$ . Il rappelle la procédure avec l'utilisation de l'arbre à calcul. Un élève vient effectuer le calcul au tableau ou dicte la procédure à l'enseignant(e) qui l'écrit au tableau.

### Temps 2 – Mise en activité des élèves

Le professeur propose ensuite aux élèves deux calculs à réaliser successivement sur l'ardoise  $27 + 26$  ;  $36 + 15$ . Chaque calcul sera corrigé collectivement. Le professeur distribue ensuite une fiche avec les calculs suivants (cf. annexe séance 2-entraînement) :

$24+12$  ;  $15+22$  ;  $25+17$  ;  $14+27$  ;  $31+14$  ;  $34+23$  ;  $27+26$  ;  $24+27$  ;  $36+17$ .

Il précise aux élèves que s'ils ont bien compris l'arbre à calcul, ils peuvent effectuer le calcul dans leur tête et ne marquer que le résultat ou un résultat intermédiaire si besoin. Les calculs sont corrigés par l'enseignant directement sur la feuille des élèves.

## Temps 3 – Retour sur les difficultés

À l'issue des exercices, lors d'un temps bref, le professeur peut revenir sur certaines difficultés rencontrées par les élèves pour apporter un étayage supplémentaire par exemple avec la réalisation d'un nouvel arbre de calcul.

## Temps 4 – Automatisation/réinvestissement

Cette séance sera reproduite plusieurs fois (avec des nombres différents) en fonction de la maîtrise de la procédure par les élèves,

Une limitation du temps sera progressivement introduite. D'abord environ une minute pour un calcul, l'objectif étant à la fin de la séquence, de viser 6 à 9 calculs de ce type en 3 minutes.

### Différenciation

Pour les élèves ayant compris la procédure, mais restant fragiles dans son utilisation, on adaptera le nombre de calculs, par exemple 3, 4 ou 6 calculs. Il sera alors nécessaire de choisir également des calculs avec retenues afin de conserver le même objectif pour tous les élèves.

Le professeur pourra durant une séance d'entraînement, ou durant des séances d'APC réunir de nouveau les élèves qui ne maîtrisent pas solidement la procédure pour la retravailler avec eux si besoin à l'aide du matériel de manipulation, comme pour la première séance, l'objectif étant que tous les élèves puissent comprendre et appliquer cette procédure pour entrer dans le calcul en dépassant les procédures de dénombrement ou de surcomptage qui ne sont pas efficientes.

Pour ce faire, certains élèves auront besoin de plus de temps d'entraînement. Il pourra être possible de proposer également des calculs de ce type en temps rituels une fois par jour, de laisser des calculs autocorrigés (cf. exemple de cartes ci-dessous), avec une ardoise dans un espace autonome dédié dans la classe afin que les élèves, durant le temps d'accueil ou dès qu'ils ont un moment puissent aller s'entraîner.

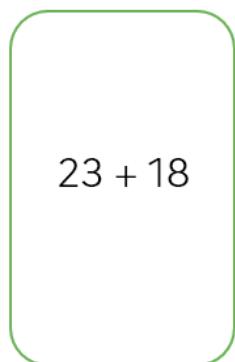


Figure 3 : carte recto

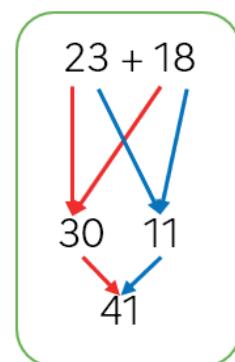


Figure 4 : carte verso

# Proposition de séquence n° 3 – Résoudre des problèmes additifs du type parties-tout portant sur des nombres allant jusqu'à 100

## Objectif

Résoudre des problèmes additifs en une étape du type parties-tout.

## Éclairage de la recherche

Nous résumons brièvement ici quelques éléments qui sont développés dans le chapitre I du guide [La résolution de problèmes au cours moyen](#) disponible sur éduscol : nous invitons le lecteur à s'y reporter pour disposer d'éléments plus détaillés, d'exemples et de références bibliographiques appuyant ce qui est résumé ici.

Les **problèmes additifs en une étape** (c'est-à-dire les problèmes à énoncés verbaux qui peuvent se résoudre en effectuant une addition ou une soustraction) ont fait l'objet de différentes classifications, dont celle de Gérard Vergnaud. Ces classifications distinguent différentes familles de problèmes additifs : des problèmes de « transformation » (ajouts ou retraits), des problèmes de « combinaison » et des problèmes de « comparaison ». Ces classifications n'ont pas été enseignées aux élèves. Ce sont en revanche des outils pour les enseignants pour s'assurer qu'ils confrontent effectivement leurs élèves à une diversité de situations possibles sans se limiter à quelques situations prototypiques, et pour anticiper la difficulté que certains problèmes risquent de poser aux élèves. Des études ont en effet montré que les taux de réussite à différents problèmes relevant d'une même opération (par exemple la soustraction) peuvent différer selon la structure de ces problèmes. Par exemple, il a été observé que la résolution d'un problème de recherche de la valeur finale dans un retrait, comme

**(A)** *J'avais 25 billes. J'en ai perdu 11. Combien de billes reste-t-il ?*

soulève souvent moins de difficultés que celle de problèmes de recherche d'une partie dans une combinaison de deux collections ou de la transformation par un ajout ou un retrait engageant les mêmes nombres, comme

**(B)** *Dans cette corbeille, il y a 25 fruits. Il y a 11 pommes. Combien de poires y a-t-il ?*

ou

**(C)** *Léna a 11 crayons. Simon lui donne des crayons. Léna a maintenant 25 crayons. Combien de crayons Simon a-t-il donnés à Léna ?*

Les « **problèmes de type parties-tout** » travaillés dans la séquence développée dans ce document regroupent les problèmes de « transformation » et les problèmes de « combinaison ». Les regrouper au sein d'une même famille de problèmes ne va pas de soi : reconnaître que résoudre le problème B ou le problème C ci-dessus, **c'est comme résoudre** le problème A, n'a rien d'intuitif. Pourtant, identifier des analogies entre ces trois problèmes est possible, en les interprétant comme des problèmes dans lesquels il y a **un tout** (les 25 billes que j'avais au départ, les 25 fruits dans la

corbeille, les 25 crayons que Léna a maintenant), qui se décompose en **deux parties** (les billes que j'ai perdues et celles qu'il me reste ; les pommes et les poires ; les crayons que Léna avait et ceux que Simon lui a donnés). Dans chacun des cas, une partie est connue, et on cherche l'autre partie : le résultat s'obtient donc en effectuant la soustraction 25 - 11.

## ■ Éléments de progression

**Des problèmes additifs en une étape du type parties-tout sont travaillés dès le cycle 1**, aussi bien dans le cas de la recherche du tout que d'une partie, en incluant, pour les problèmes d'ajout et de retrait, des situations de recherche de la valeur finale et de la valeur ajoutée ou retirée. Ces problèmes portent sur des nombres que les élèves maîtrisent (jusqu'à dix, voire au-delà pour certains élèves).

**En début de CP**, la résolution de problèmes de type parties-tout engageant les différentes structures rencontrées en cycle 1 est entretenue **tout en introduisant le symbolisme associé aux opérations (+, -, =)** pour rendre compte de la solution du problème. Le champ numérique s'étend aux nombres allant jusqu'à vingt, en cohérence avec la **construction progressive des tables d'addition**.

**La séquence proposée dans ce document** s'inscrit dans la continuité de ce travail en élargissant le champ numérique aux nombres allant jusqu'à 100. Elle est envisagée en fin de période 3 ou en période 4, en cohérence avec l'avancée du travail mené sur la numération décimale. Les élèves travaillent avec des nombres allant jusqu'à 100 sous diverses formes : représentations par du matériel de numération, écriture chiffrée et désignation orale.

**Plus tard dans l'année de CP**, des problèmes de même structure continueront à être proposés, en les mêlant avec d'autres problèmes ayant des structures différentes (problèmes additifs en deux étapes, premiers problèmes multiplicatifs, etc.).

**Au CE1**, l'apprentissage de la résolution de problèmes additifs de type parties-tout sera consolidé avec l'introduction de représentations des nombres adaptées à un champ numérique plus grand pour soutenir la modélisation (schémas en barre, droite numérique, etc.).

**Au CE2 et dans les années suivantes**, ces problèmes seront régulièrement retravaillés dans un champ numérique de plus en plus étendu (entiers de plus en plus grands, fractions et nombres décimaux).

## ■ Démarche d'enseignement

### Choix de conception

La séquence développée dans ce document est fondée sur les choix de conception suivants :

- développer des interactions entre apprentissage de la numération décimale et apprentissage de la résolution de problèmes : les démarches de résolution enseignées dans cette séquence sont l'occasion de faire fonctionner le principe de position et le principe décimal lors des phases de calcul ; de manière associée, passer par une représentation des données de l'énoncé à l'aide du matériel de numération conduit les élèves à s'interroger sur les relations entre ces données (juxtaposition des deux collections de cubes ou inclusion d'une collection dans une autre), ce qui peut procurer un appui pour distinguer les situations qui relèvent de la recherche du tout (et donc de l'addition) de celles qui relèvent de la recherche d'une partie (et donc de la soustraction).

- confronter les élèves à une diversité de problèmes relevant de la famille des problèmes de type parties-tout, en introduisant progressivement des problèmes relevant de structures variées du point de vue de la classification proposée par Vergnaud. L'introduction de problèmes relevant d'une nouvelle structure est faite délibérément par l'enseignant à certains moments de la séquence, mais sans que cela ne constitue un « évènement » du point de vue des élèves, pour lesquels les problèmes traités dans la séquence sont vus indifféremment, tout au long de la séquence, comme des problèmes pour lesquels on cherche le tout ou une partie.

## Variables didactiques utilisées pour structurer la séquence

- **Les nombres :** les données numériques relèvent toutes du champ numérique visé en CP, au sens où les nombres peuvent porter jusqu'à 100. Une variable est utilisée pour moduler la difficulté entre les premières séances (1, 2 et 3) et les suivantes : on traite d'abord de cas sans cassage de dizaine lors des retraits afin de permettre aux élèves de développer des savoir-faire dans la résolution de problèmes de recherche d'une partie en limitant les difficultés liées à la numération, puis, ensuite, on apprend aux élèves à « casser une dizaine »..
- **La structure des problèmes :** les premières séances de la séquence engagent uniquement des soustractions ; les deux premières séances portent sur des problèmes de recherche de la valeur finale dans un retrait, car ce sont des cas connus comme facilitateurs pour la reconnaissance de l'opération à effectuer. D'autres structures de problèmes relevant de la recherche d'une partie dans un tout sont introduites rapidement ensuite, afin de ne pas figer les conceptions des élèves dans des associations réductrices comme « la soustraction, c'est pour chercher ce qu'il reste » : recherche d'une partie dans un tout dans le cas d'une décomposition d'une collection en deux sous-collections (dès la séance 3), puis recherche de la transformation dans un ajout ou un retrait (à partir de la séance 11). Des situations relevant de l'addition, déjà travaillées dans une séquence dédiée prévue avant la séquence développée ici, sont réinjectées au cours de la séquence (à partir de la séance 8), afin de développer l'aptitude des élèves à discerner les situations qui relèvent de la recherche du tout de celles qui relèvent de la recherche d'une partie.
- **L'habillage des énoncés :** selon les séances, les habillages sont les mêmes pour tous les problèmes de la séance ou varient d'un problème à l'autre : dans le premier cas, il s'agit de permettre aux élèves de se focaliser sur ce qui varie par ailleurs (par exemple en séance 1, sur la nature du fruit, pour travailler sur la phase « Répondre », ou, de manière plus profonde, sur la structure du problème, comme en séance 8) ; dans le second cas, il s'agit de développer la flexibilité des élèves, et notamment de leur apprendre à tirer parti d'un problème de référence pour en résoudre de nouveaux en faisant abstraction de l'habillage des énoncés et en reconnaissant des analogies de structures (en termes de « tout » et « parties »).

## Avant la séquence

Pour aborder sereinement cette séquence, les élèves doivent disposer de connaissances et savoir-faire relatifs à la numération décimale et à la résolution de problèmes du champ additif.

**En numération**, les élèves ont auparavant dénombré des collections et constitué des collections de cardinal donné en prenant appui sur la numération décimale, et ils ont associé différentes représentations d'un même nombre. Par exemple, ils ont résolu les tâches suivantes :

<p>Voici une étiquette avec un nombre. Je veux cette quantité de cubes. Prépare-la.</p> <p>2 d 5 u</p> <p>52</p> <p>40</p>	<p>Écris le nombre de cubes qu'il y a dans chacune de ces collections :</p>
--	---

**En résolution de problèmes**, les élèves ont résolu des problèmes de type parties/tout dès le début de l'année de CP, en apprenant à utiliser le symbolisme associé aux opérations (+, -, =) pour rendre compte de la solution du problème. Ces problèmes ont été proposés en cohérence avec la construction des tables d'addition (résultats reconstruits à cette occasion, ou restitués de manière déjà automatisée). Des exemples de productions d'élèves effectuées en période 1 en CP sont proposés dans la partie I de l'[annexe 0](#).

En période 3, en cohérence avec l'avancée du travail mené en numération décimale qui permet de travailler avec des nombres allant jusqu'à 100 sous diverses formes (écriture chiffrée, représentation par du matériel de numération, désignation orale), **une séquence portant sur la résolution de problèmes additifs en une étape portant sur la recherche du tout** a été conduite, selon une trame similaire aux premières séances de la séquence développée ici (situations sans conversion de dizaines puis avec conversion de dizaines, avec des habillages variés, pour des problèmes relevant de la recherche de la valeur finale dans un ajout et de la recherche du cardinal d'une collection issue de la réunion de deux ou trois collections de cardinaux connus). La trace écrite de référence élaborée lors de cette séquence et des exemples de problèmes résolus pendant la séquence sont proposés dans la partie II de l'[annexe 0](#).

## Déroulement de la séquence

Objectif de la séquence : apprendre aux élèves à résoudre des problèmes du champ additif de recherche d'une partie dans un tout portant sur des nombres jusqu'à 100, en prenant appui sur une représentation des nombres par du matériel de numération pour modéliser et calculer.

Séance	Objectifs	Durée	Modalités
1 Focus Annexe 1	<p>Apprendre aux élèves à résoudre un <b>problème de recherche d'une partie dans un tout (1)</b>.</p> <p><b>Nombres</b> : aucune conversion de dizaines en unités n'est nécessaire.</p> <p><b>Structures</b> : recherche d'une partie dans le cas de la recherche du résultat d'un retrait.</p> <p><b>Habillage</b> : paniers de fruits.</p>	40 min	<p>Enseignement d'une procédure de résolution de problème et élaboration d'une trace écrite de référence.</p> <p>Entraînement guidé (différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant).</p>

Séance	Objectifs	Durée	Modalités
2 et 3 Focus Annexes 2 et 3	<b>Entrainements après la séance 1</b> <b>Nombres</b> : aucune conversion de dizaines en unités n'est nécessaire. <b>Structures</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Séance 2 : recherche d'une partie dans le cas de la recherche du résultat d'un retrait.</li> <li>• Séance 3 : introduction de la recherche d'une partie dans le cas où une collection est décomposée en deux parties.</li> </ul> <b>Habillages</b> : variés ; paniers de fruits, autobus, cour de récréation.	15 min	Séances collectives, courtes sur ardoise, avec résolution de trois problèmes dont les énoncés sont donnés oralement et/ou vidéoprojetés.
4 Focus Annexe 4	Apprendre aux élèves à résoudre un <b>problème de recherche d'une partie dans un tout (2)</b> . <b>Nombres</b> : introduction de cas où la conversion d'une dizaine en dix unités est nécessaire pour effectuer le retrait. <b>Structure</b> : recherche d'une partie quand une collection connue est décomposée en deux parties. <b>Habillage</b> : cour de récréation.	40 min	Enseignement d'une procédure de résolution de problème et élaboration d'une trace écrite de référence. Entrainement guidé (différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant).
5, 6 Focus Annexes 5 et 6	<b>Entrainements après la séance 4.</b> <b>Nombres</b> : alternance de cas avec ou sans conversion d'une dizaine en dix unités pour effectuer le retrait. <b>Structures</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Séance 5 : recherche d'une partie dans le cas de la recherche du résultat d'un retrait.</li> <li>• Séance 6 : recherche d'une partie quand une collection connue est décomposée en deux parties.</li> </ul> <b>Habillages</b> : variés ; paniers de fruits, autobus, cour de récréation, espaces sportifs.	15 min	Séances collectives, courtes sur ardoise, avec résolution de deux problèmes dont les énoncés sont donnés oralement et/ou vidéoprojetés.
7 Focus Annexe 7	<b>Évaluation intermédiaire et remédiations.</b>		Évaluation courte (deux problèmes). Remédiation en APC ou en petits groupes pendant le temps de classe, avec manipulation de matériel tangible.

Séance	Objectifs	Durée	Modalités
<b>8 à 13</b>  Annexes 8 à 13	<p><b>Développer la flexibilité</b> des élèves en leur apprenant à <b>distinguer des situations qui relèvent de la recherche du tout (addition) et des situations qui relèvent de la recherche d'une partie (soustraction)</b>.</p> <p><b>Nombres</b> : alternance de cas où la conversion d'une dizaine en dix unités (et réciproquement) est nécessaire et de cas où elle ne l'est pas.</p> <p><b>Structures</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Séances 8 et 9 : recherche de la valeur finale lors d'un ajout ou un retrait.</li> <li>• Séance 10 : recherche du tout ou d'une partie dans le cas où une collection est décomposée en deux parties.</li> <li>• Séance 11 : recherche de la valeur finale ou de la transformation lors d'un ajout.</li> <li>• Séance 12 : recherche de la transformation lors d'un ajout ou d'un retrait, ou de la valeur finale lors d'un ajout.</li> <li>• Séance 13 : rebrassage des séances 8 à 12.</li> </ul> <p><b>Habilles</b> : variés, mais uniques pour une séance donnée ; paniers de fruits avec un type de fruits ; autobus ; corbeille de fruits avec deux types de fruits.</p>	2 séances longues (30 min) et 4 séances courtes (10 min)	<p>Pour les séances longues : résolution individuelle sur le cahier d'entraînement d'une liste de problèmes.</p> <p>Différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant.</p> <p>Pour les séances courtes : séances collectives, sur ardoise, avec résolution de deux ou trois problèmes dont les énoncés sont donnés oralement et/ou vidéoprojetés.</p>
<b>14</b>  Annexe 14	<b>Évaluation – Bilan de fin de séquence.</b>	20 min	Résolution individuelle de problèmes semblables aux problèmes proposés tout au long de la séquence.
Tout au long de l'année	Entretenir les savoir-faire acquis pendant la séquence.	15 min	Régulièrement, des résolutions de problèmes sont proposées lors de séances ponctuelles, par exemple dans le créneau dédié au calcul mental. Elles sont effectuées sur ardoise ou sur le cahier d'entraînement.

# Focus sur la séance 1 – Problèmes de recherche d'une partie dans un tout

Le déroulement des séances longues est largement inspiré du déroulement d'une séance filmée en CP et d'une séance décrite en CM2 que l'on peut retrouver dans le focus de fin de chapitre II du guide *La résolution de problèmes au cours moyen* disponible sur éduscol<sup>1</sup>.

## Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

### Présentation des objectifs de la séquence (1 min)

L'enseignant indique aux élèves qu'une nouvelle séquence de mathématiques débute et qu'elle va porter sur des problèmes avec deux parties et un tout, comme dans les problèmes qu'ils ont appris à résoudre lors de la séquence précédente [une affiche avec la trace écrite du problème de référence de la séquence précédente, comme celle qui figure dans la partie II de l'annexe 0 peut être montrée]. Dans la séquence précédente, les élèves ont appris à déterminer le tout. Dans cette séquence, ils vont apprendre à déterminer une partie. L'enseignant précise ensuite le déroulement de la séance. Dans un premier temps, les élèves vont travailler tous ensemble pour résoudre un premier problème, qui sera important pour la suite. Une fois qu'il sera résolu, une trace en sera gardée sur une affiche et dans le cahier de leçons. Dans un second temps, les élèves travailleront individuellement ou avec l'aide de l'enseignant, à leur rythme, en s'entraînant à résoudre des problèmes qui ressembleront beaucoup au premier problème résolu.

### Présentation du premier problème (5 min)

L'enseignant dépose sur une table un panier (opaque).

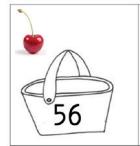
*Voilà comment commence l'histoire du problème : Il y a 56 cerises dans un panier. Mais ce n'est pas la saison des cerises ... Avec quel matériel présent dans la classe et utile en mathématiques pouvons-nous les représenter ? Des cubes emboitables que les élèves ont l'habitude d'utiliser sont ainsi mobilisés. Certains cubes sont en vrac, d'autres sont déjà organisés en barres de dix.*

Il s'agit donc de déposer cinquante-six cubes dans le panier. *Comment le faire rapidement ? Si nécessaire, il est rappelé qu'il serait possible de déposer cinquante-six cubes en les ajoutant un par un, mais qu'il y aurait des risques de se tromper en comptant : les préparer en les déposant sous forme de dizaines et d'unités est plus sûr.*

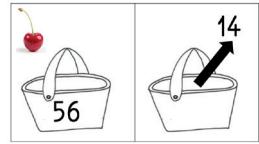
*À combien de dizaines et d'unités est égal « cinquante-six » ? Pour les élèves pour lesquels l'association entre la désignation orale et l'écriture chiffrée n'est pas encore automatisée, l'enseignant montre le tableau des nombres affiché dans la classe, et montre la ligne correspondant à la famille des nombres qui se lisent « cinquante ... » : l'écriture chiffrée de « cinquante-six » est ainsi retrouvée : c'est 56. La décomposition cherchée en dizaines et unités s'en déduit : cinquante-six, c'est cinq dizaines et six unités.*

1. *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen* (pages 56 à 63)

L'enseignant dépose ainsi cinq dizaines de cubes et six unités dans le panier puis, pour représenter la situation en complément de la manipulation, projette ou dessine un panier au tableau, et, à l'intérieur, écrit 56.

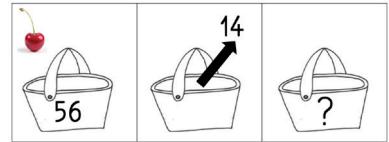


La suite de l'histoire est énoncée : Zoé enlève quatorze cerises. Un élève est appelé pour jouer cette action. Auparavant, l'enseignant lui demande ce qu'il va faire, pour lui faire formuler qu'il doit enlever une dizaine et quatre unités. L'élève retire ensuite effectivement ces cubes. Simultanément, l'enseignant complète le schéma du tableau pour représenter la suite de l'histoire du problème.



L'enseignant indique alors : *Voici le problème que vous allez devoir résoudre : Combien de cerises y-a-t-il dans le panier maintenant ?*

Il complète alors le schéma représentant l'énoncé du problème avec la troisième vignette, montre le point d'interrogation, puis invite les élèves à chercher la réponse sur leur ardoise.



### Recherche individuelle du premier problème (3 min)

La phase de recherche individuelle débute. L'enseignant circule dans les rangs pour prendre connaissance des productions des élèves. Il encourage toute tentative de recherche et valorise les réussites. Il incite les élèves qui ont terminé très vite à essayer d'écrire une phrase pour donner leur réponse.

### Enseignement de la procédure de résolution visée (10-15 min)

L'enseignant indique que pendant quelques minutes, toute la classe va travailler ensemble pour que chacun apprenne à résoudre le problème posé : il s'agit d'en faire une correction qui sera conservée dans le cahier de leçons, de manière à ce que tous puissent réussir ensuite, pendant les entraînements qui suivront, à résoudre des problèmes qui lui ressemblent. En appui sur le schéma en trois temps qui représente l'histoire du problème, l'enseignant formule à nouveau oralement l'énoncé puis met en mots les étapes de la résolution du problème.

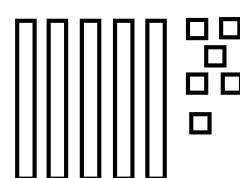
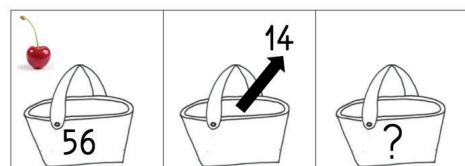
#### Mise en mots par l'enseignant

Que cherchons-nous ? Nous cherchons combien de cerises il y a dans le panier maintenant.

Pour répondre, nous allons imaginer les cubes qui nous servent à représenter les cerises, et nous allons représenter le nombre de cubes dans le panier tout au long de l'histoire.

Il y a cinquante-six cerises dans un panier [l'enseignant montre la première vignette puis s'attarde sur l'écriture 56 dans l'énoncé codé] : comme tout à l'heure quand nous avons mis cinquante-six cubes dans le panier, je dessine cinq dizaines [l'enseignant pointe le chiffre 5] et six unités [en pointant le chiffre 6].

Trace construite progressivement au tableau (en conservant l'énoncé codé en trois étapes visibles tout au long de la résolution) :



## Mise en mots par l'enseignant

Zoé doit enlever une partie des cerises. Elle doit enlever quatorze cerises [en montrant la deuxième vignette dans l'énoncé], soit une dizaine et quatre unités. Moi, de la même manière, je colorie rapidement une dizaine et quatre unités, et j'entoure cette partie des cubes.

Remarque : nous faisons ici le choix **d'entourer la collection des cubes enlevés et non de la barrer** ; nous le faisons avec l'intention de **proposer une représentation généralisable ensuite à tous les problèmes de type parties-tout**.

Le fait de colorier les cubes avant de les entourer n'est en revanche pas décisif (en particulier, il ne faudrait pas que la tâche de coloriage prenne le pas sur l'activité mathématique, et il faut qu'il soit explicite pour les élèves qu'un coloriage rapide suffit). Nous avons fait ce choix pour le début de séquence, pour proposer une représentation où les deux parties sont bien visibles, et pour marquer la différence entre entourer une partie que l'on isole (ce que l'on fait ici), et entourer dix unités pour former une dizaine (ce que l'on a fait dans la séquence précédente).

Que cherchons-nous ? Nous cherchons le nombre de cerises qu'il y a dans le panier maintenant (en montrant le point d'interrogation de la troisième vignette). Pour nous, c'est le nombre de cubes qui ne sont pas entourés (en les montrant sur le schéma).

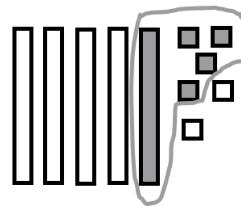
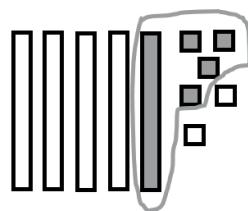
**Parmi les 56 cubes que l'on a dessinés, il y a deux parties** : les cubes entourés et les autres cubes. **Je cherche le nombre de cubes qu'il y a dans une des deux parties, donc je fais une soustraction** : je pars de 56 (ce que j'ai en tout), et j'enlève 14 (la partie que je connais). En mathématiques, cela s'écrit :  $56 - 14$ .

Pour trouver le résultat de cette soustraction, je compte les cubes qui ne sont pas entourés : il y a quatre dizaines et deux unités, ce qui s'écrit 42. Je peux donc écrire :  $56 - 14 = 42$ .

Il reste à écrire la réponse au problème. Pour répondre, je me souviens de la question : combien de cerises y a-t-il maintenant dans le panier ? La réponse est : il y a 42 cerises dans le panier.

Vérifions ! Un élève vient alors dénombrer les cubes qui restent dans le panier.

Trace construite progressivement au tableau (en conservant l'énoncé codé en trois étapes visibles tout au long de la résolution) :



$$56 - 14 = 42$$

Il y a 42 cerises dans le panier.

## Trace écrite

À l'issue de la résolution de ce problème, une trace écrite est collée dans le cahier de leçons de mathématiques. Elle reprend l'énoncé, le schéma réalisé, l'égalité mathématique et la phrase qui apporte la réponse.

Remarque : pour faciliter l'appropriation de la trace écrite, certains éléments peuvent éventuellement être laissés à compléter par les élèves au moment où la leçon est insérée dans le cahier. Dans ce cas, en prenant appui sur des échanges avec la classe, l'enseignant complète les éléments manquants sur une affiche qui pourra être remobilisée au cours des séances suivantes, tandis que les élèves recopient les éléments manquants sur leur cahier.

**Le problème des cerises de Zoé**

56 – 14 = 42

Il y a 42 cerises dans le panier.

## Temps 2 – Mise en activité des élèves

### Mise en activité et entraînement (15mn)

L'enseignant indique aux élèves qu'ils vont maintenant résoudre d'autres problèmes dans leur cahier d'entraînement. Plus précisément, il s'agit de résoudre des problèmes qui ressemblent beaucoup au problème de la leçon, en s'entraînant à effectuer les calculs en dessinant le matériel de numération. La trace écrite reste affichée au tableau (et est disponible dans le cahier de leçons). Quatre problèmes sont prévus, mais **chaque élève va travailler à son rythme**. L'énoncé du problème 2 est distribué immédiatement et collé dans le cahier d'entraînement. **Les énoncés des autres problèmes sont disponibles un par un sur une table** ; dès qu'un élève a terminé la résolution d'un exercice, il vient chercher l'énoncé suivant, sans attendre la validation de l'enseignant.

L'objectif est que les élèves résolvent tous les problèmes 2 et 3 (les deux suivants sont prévus pour que les élèves les plus rapides résolvent des problèmes jusqu'au terme de la séance). **Si au début de ce moment d'entraînement, l'enseignant repère des élèves qui ne se lancent pas dans la résolution du problème 2, il les regroupe quelques minutes autour d'une table pour les guider** : il met alors à leur disposition du matériel de numération tangible pour simuler l'histoire du problème, puis accompagner la représentation sur l'ardoise des actions effectuées et la résolution du problème. Une fois cette aide apportée, les élèves retournent à leur place et, en prenant appui sur les traces conservées sur leur ardoise, résolvent à nouveau le problème n° 2, mais cette fois-ci seuls, et sur leur cahier d'entraînement.

Lors de sa circulation dans la classe, l'enseignant valide les productions correctes, et apporte sinon des aides individuelles. Dans la mesure du possible, il privilégie un bref retour immédiat écrit sur les productions individuelles au fur et à mesure de sa circulation dans la classe. Les productions non vérifiées pendant la séance feront l'objet d'une correction dans les cahiers dont les élèves prendront connaissance le lendemain.

### Énoncés des problèmes proposés pendant la séance 1<sup>2</sup>

Les énoncés des problèmes proposés pour ce premier entraînement sont disponibles **en annexe 1** (et les formulations orales proposées pour les différents énoncés de cette séquence sont récapitulées **en introduction de la liste des annexes**).

Après la distribution de l'énoncé du problème 2 collé dans le cahier d'entraînement et avant le

2. Plusieurs des énoncés codés proposés dans cette séquence sont inspirés d'un document mis en ligne par la mission **Mathématiques du Nord**.

début du travail individuel, **l'enseignant fait formuler oralement l'énoncé par des élèves**, après avoir indiqué que l'histoire est la même que celle du problème déjà résolu, et que seuls les nombres changent. L'énoncé « Il y a 43 cerises dans un panier. Zoé enlève 21 cerises. Combien de cerises y a-t-il dans le panier maintenant ? » est ainsi reconstitué.

Le problème 2 est un exercice d'entrainement direct après la correction du problème 1. Dans le problème 3, le nombre de cerises retirées est un nombre entier de dizaines : seules des dizaines seront entourées pour représenter la partie connue. Dans les problèmes 4 et 5, destinés aux élèves les plus rapides pendant l'entrainement, on propose des énoncés portant sur un champ numérique un peu plus étendu que dans les trois premiers énoncés.

**Compléments sur la différenciation**, en sus du travail en petit groupe proposé pour la résolution du problème 2 :

- pour les élèves rencontrant des difficultés dans l'écriture de la phrase donnant la réponse au problème à partir du modèle figurant dans la trace écrite, l'enseignant peut distribuer un énoncé avec une phrase réponse déjà partiellement rédigée. Par exemple, pour le problème 2, la phrase « Il y a ..... dans le panier. » peut être proposée. Il reste alors à l'élève à indiquer la réponse, en la remettant en contexte.
- pour des élèves très rapides qui auraient terminé les cinq problèmes avant la fin de la séance, des propositions de problèmes avec deux étapes portant sur un champ numérique large sont disponibles en annexe 15.

## Temps 3 – Retour réflexif

### Clôture de la séance (5 min)

Un élève vient au tableau pour corriger le problème 3 (les autres problèmes sont corrigés par l'enseignant après la séance). Le moment où les 20 poires sont entourées est l'occasion pour l'enseignant de rappeler le rôle du zéro dans l'écriture chiffrée d'un nombre : on entoure deux dizaines, et il n'y a aucune unité isolée supplémentaire à entourer.

Pendant cette correction, l'enseignant souligne le fait que le problème est résolu *comme le problème de la leçon* : on sait combien il y a de poires **en tout** et combien il y a de poires **dans une partie**, et on cherche combien il y a de poires **dans l'autre partie** : pour trouver la réponse, on fait une **soustraction**.

L'enseignant conclut en faisant rappeler ce qui a été appris par les élèves au cours de la séance : ils ont appris à résoudre des problèmes dans lesquels il y a deux parties et un tout, et dans lesquels on cherche combien d'éléments il y a dans l'une des parties : on les résout en effectuant une soustraction. Il annonce que le travail sera poursuivi le lendemain : les élèves continueront à s'entraîner à résoudre des problèmes qui ressemblent beaucoup au problème du jour, en utilisant la même démarche.

## Focus sur les séances d'entraînement courtes (2, 3, 5 et 6) - Formulation d'analogies avec des problèmes déjà résolus

Les séances d'entraînement courtes sont des séances collectives, rythmées, d'une **quinzaine de minutes**. L'enseignant indique explicitement en début de séance qu'il s'agit de s'entraîner à résoudre des problèmes qui ressemblent à des problèmes de référence déjà travaillés (ces problèmes sont clairement identifiés ; la ou les affiches des problèmes concernés sont montrées en début de séance). Il précise les attendus incontournables : l'opération et le résultat. Il rappelle qu'il est conseillé de faire un schéma avec le matériel de numération pour s'aider (ce schéma peut être imposé dans les premiers entraînements). La phrase qui donne la réponse au problème sera formulée oralement.

Pour chacun des problèmes, l'énoncé est projeté sous forme codée puis formulé oralement par un élève, ou donné oralement par l'enseignant (dans ce cas, il encourage les élèves à imaginer l'histoire du problème dans leur tête). Les élèves cherchent individuellement pendant environ deux ou trois minutes, puis la correction est rédigée rapidement au tableau par l'enseignant sous la dictée d'un élève (travail sur la mise en mots du raisonnement). Si besoin, la situation est en même temps simulée à l'aide de cubes organisés en dizaines et en unités, comme dans les séances longues 1 et 4.

Au moment d'identifier l'opération en jeu, **une analogie est faite avec le problème de référence dédié** ; par exemple :

- pour le problème 2 de la séance 3 (**annexe 3**), l'enseignant peut dire : « Résoudre ce problème, **c'est comme** résoudre le problème des cerises de Zoé. Il y a deux parties dans les élèves qui sont en récréation : les élèves qui sont sous le préau, et les autres, qui sont dans la cour. En tout, il y a 35 élèves ; dans une partie il y a 14 élèves ; pour trouver le nombre d'élèves dans l'autre partie, je fais une soustraction. »
- pour le problème 1 de la séance 12 (**annexe 12**), l'enseignant peut dire : « Résoudre ce problème, **c'est comme** résoudre le problème des cerises de Zoé ; les personnes qui montent dans le bus forment une partie des personnes qui sont dans le bus maintenant ; celles qui y étaient déjà l'autre partie. En tout il y a 49 personnes ; dans une partie, il y a 38 personnes ; pour trouver le nombre de personnes dans l'autre partie, je fais une soustraction. ».

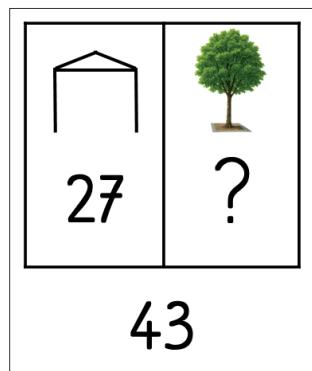
D'autres exemples sont proposés dans les annexes 2, 3, 5, 6, 8, 10, 11, 12.

## Focus sur la séance 4 – Résolution du problème de référence

Le déroulement de la séance est globalement semblable à celui de la séance 1, avec simplement quelques différences au moment de la présentation du problème. L'énoncé codé est projeté puis décodé oralement par des élèves sollicités par l'enseignant (un énoncé avec un codage similaire a été proposé pendant la séance courte 3).

*Il y a 43 élèves en récréation. 27 élèves jouent sous le préau. Les autres élèves jouent dans la cour. Combien d'élèves y a-t-il dans la cour ?*

La manipulation des cubes pour simuler l'action n'est effectuée cette fois-ci que pendant la correction.



## Correction collective du premier problème de la séance 4 (cf. déroulement séance 1)

<p>Que cherchons-nous ? Nous cherchons combien d'élèves jouent dans la cour. Pour répondre, nous allons utiliser des cubes qui nous servent à représenter les élèves.</p>	<p>Trace construite progressivement au tableau (en conservant l'énoncé codé en trois étapes visible tout au long de la résolution).</p>
<p><i>Il y a quarante-trois élèves en récréation [l'enseignant montre l'écriture 43 dans l'énoncé codé, et entoure avec son doigt l'ensemble des deux cases pour montrer que c'est le tout].</i></p> <p>Un élève est appelé pour préparer une collection de quarante-trois cubes, tandis qu'au tableau, l'enseignant dessine quatre dizaines et trois unités.</p> <p><i>Vingt-sept élèves jouent dans le préau [en entourant avec le doigt la case de gauche et en montrant l'écriture 27 dans l'énoncé] : vingt-sept, c'est deux dizaines et sept unités.</i></p> <p>L'enseignant demande à l'élève de retirer deux dizaines et sept unités. L'obstacle rencontré est souligné : comment faire pour retirer sept unités, alors qu'il n'y a que trois unités isolées ?</p>	
<p>La solution de « casser une dizaine » pour récupérer dix unités isolées est formulée (par un élève ou par l'enseignant) ; elle est mise en œuvre sur les cubes présents dans le panier par l'élève qui casse une barre de dix cubes pour obtenir dix cubes isolés. En même temps, l'enseignant représente cette action au tableau.</p>	
<p><i>Il est maintenant possible d'enlever deux dizaines et sept unités.</i></p> <p>L'élève qui vient de casser la dizaine met de côté deux barres de dix cubes et sept cubes isolés du panier.</p> <p><i>Il a pris <b>une partie</b> des cubes. Sur le dessin, je colorie et j'entoure une partie des cubes : j'entoure deux dizaines et sept unités.</i></p>	

Que cherchons-nous ? Nous cherchons le nombre d'élèves qui jouent dans la cour (en montrant le point d'interrogation de la troisième vignette). Ce sont ceux qui ne sont pas sous le préau : c'est l'autre partie des élèves. Pour nous, c'est le nombre de cubes qui ne sont pas entourés (en les montrant sur le schéma).

**Parmi les 43 cubes que j'ai dessinés, il y a deux parties :** les cubes entourés et les autres cubes. **Je cherche le nombre de cubes qu'il y a dans une des deux parties donc je fais une soustraction :** je pars de 43 (ce que j'ai en tout), et j'enlève 27 (la partie que je connais).

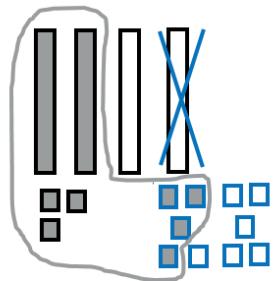
En mathématiques, comme nous l'avons déjà vu, cela s'écrit :  $43 - 27$ .

Pour trouver le résultat, je compte les cubes qui ne sont pas entourés : il y a une dizaine et six unités, ce qui s'écrit 16.

Je peux donc écrire :  $43 - 27 = 16$ .

Quelle est la réponse au problème ? Pour répondre, je me souviens de la question : Combien d'élèves y-a-t-il dans la cour ? Il y a 16 élèves dans la cour.

Vérifions ! L'élève dénombre les cubes qui n'ont pas été mis de côté.



$$43 - 27 = 16$$

Il y a 16 élèves dans la cour.

## Trace écrite collée dans le cahier de leçons, avant l'entraînement

**Le problème de la récréation**

27	?
43	

$43 - 27 = 16$

Il y a 16 élèves dans la cour.

## Focus – Évaluation intermédiaire et remédiation associée

Cette évaluation courte reprend des problèmes similaires à ceux qui ont été résolus pendant les séances 1, 2 et 3. Les élèves travaillent individuellement. L'enseignant rassure les élèves : les deux problèmes ressemblent aux problèmes travaillés lors des séances précédentes. Il explique qu'il s'agit de se tester, pour que chacun puisse savoir s'il sait désormais résoudre ces problèmes de manière autonome ou s'il a besoin de continuer à s'entraîner avec l'enseignant. Le cahier de leçons est fermé, les affiches de référence ne sont pas visibles.

Les énoncés, disponibles en **annexe 7**, sont distribués sous forme codée et formulés oralement par l'enseignant au début de l'évaluation.

Il y a 58 élèves en récréation. 26 élèves jouent sous le préau. Les autres jouent dans la cour. Combien d'élèves y a-t-il dans la cour ?

Il y a 45 cerises dans un panier. Zoé enlève 18 cerises. Combien de cerises y a-t-il dans le panier maintenant ?

À l'issue de cette évaluation, l'enseignant peut dresser un relevé des difficultés et réussites des élèves en référence aux critères suivants :

<b>Comprendre</b>	Problèmes 1 et 2 : l'élève a représenté une collection faisant partie d'une autre collection.
<b>Numération</b>	Problèmes 1 et 2 : l'élève associe correctement l'écriture chiffrée des nombres donnés dans l'énoncé et une décomposition en dizaines et unités représentée par du matériel de numération (ex : 58 représenté avec cinq dizaines et huit unités)
<b>Modéliser</b>	Problèmes 1 et 2 : l'élève a écrit les soustractions $58 - 26$ et $45 - 18$ .
<b>Dénombrer, calculer</b>	Problème 1 (sans cassage de dizaine) : l'élève a obtenu 32. Problème 2 : l'élève a déterminé le résultat correct (27) en effectuant la conversion d'une dizaine en dix unités.
<b>Répondre</b>	Problème 1 : l'élève complète ou écrit une phrase mentionnant 32 élèves dans la cour. Problème 2 : l'élève complète ou écrit une phrase mentionnant 27 cerises.

Pendant la correction des travaux des élèves, l'enseignant complète le tableau suivant (R : réussi pour les deux problèmes ; AR : réussi pour l'un des deux problèmes, à renforcer ; NR : non réussi, NT : non traité). Ce relevé peut être complété d'informations plus précises. L'enseignant dénombre ensuite les R dans chaque ligne et chaque colonne. Pour les composantes massivement réussies, l'enseignant repère les élèves en difficulté, et leur propose une remédiation en APC ou en petit groupe pendant le temps de classe. En cas de composantes massivement échouées, il reprogramme un travail dédié, en classe entière.

	Comprendre	Numération	Modéliser	Dénombrer, calculer	Répondre	Bilan
Élève 1						
Élève 2						
...						
Bilan						

**Pour les élèves en difficulté en numération**, un travail sur les tâches mentionnées en prérequis en introduction est reprogrammé.

**Pour les élèves en difficulté dans la phase de compréhension ou dans la phase de modélisation**, des problèmes similaires aux deux problèmes de référence sont proposés en choisissant un nouvel habillage.

Exemples de problèmes (l'idée est de choisir un contexte inédit dans la séquence et susceptible d'évoquer des tâches mobilisant des décompositions de collections menées en maternelle dans un champ numérique plus réduit et de susciter l'attention des élèves) :

1. Il y a 12 pingouins dans l'igloo. 4 pingouins sortent de l'igloo. Combien de pingouins y a-t-il dans l'igloo maintenant ?
2. Dans cette colonie, il y a 12 pingouins. Il y a 7 pingouins sur la banquise. Les autres sont dans l'igloo. Combien de pingouins sont dans l'igloo ?

Ces problèmes sont résolus **dans un premier temps** sans anticipation, en effectuant concrètement les actions et en déterminant le résultat par dénombrement des collections (cf. démarche en quatre étapes du guide *La construction du nombre à l'école maternelle*<sup>3</sup> disponible sur éduscol). **Dans un second temps, les données numériques sont augmentées**, et la démarche est la même que celle suivie en classe lors de la résolution des deux problèmes de référence (représentation des pingouins par des cubes organisés en dizaines et unités, anticipation du résultat par écrit, vérification en dénombrant les cubes).

**Pour les élèves en difficulté seulement dans la phase de dénombrement/calcul**, un travail entre pairs est organisé en invitant les élèves à confronter leurs réponses, à rechercher pourquoi elles sont différentes, et à corriger la ou les réponses erronées

**Les difficultés relatives à la formulation de la réponse finale** sont traitées collectivement et oralement : rappel oral par des échanges avec la classe de la question posée dans l'énoncé, remise en contexte de l'opération effectuée ( $45 - 18 = 13$ , cela signifie 45 cerises – 18 cerises = 13 cerises), puis élaboration collective d'une phrase.

3. *La construction du nombre à l'école maternelle* (pages 64 à 66)