**Contexte**

Lors de la préparation d’une tisane, on verse 220 mL d’eau à la température initiale de 80°C dans une tisanière en porcelaine recouverte d’un couvercle.

**Problème**

Au bout de quelle durée, est-il possible de consommer la boisson à la température de 60°C ?

**Données**

* On étudie le transfert thermique convectif *Q* entre le système et l’air d’une pièce à la température constante (thermostat) θ*e* = 20 °C.
* On considère que le système est incompressible et au repos macroscopique.
* On admet que la température est uniforme en tous les points du système étudié.
* On néglige les échanges de matière entre ce système et le milieu extérieur.
* On suppose que les seuls transferts thermiques entre le système et le milieu extérieur se font par convection.
* Surface d’échange de la tisanière : *S* = 2,8×10−2 m2.
* Capacité thermique massique du système : *c* = 2,2 × 103 J⋅kg−1⋅°C−1.
* Masse du système  : *m* = 520 g.
* Loi de Newton : où Φ est le flux convectif entre le milieu extérieur et le système et *h* le coefficient d’échange convectif. Dans la situation étudiée : *h* = 10 W⋅m−2⋅°C−1.

**Aide à la résolution du problème**

1. Par application du premier principe de la thermodynamique et de la loi de Newton, établir l’équation différentielle vérifiée par la température θ du système.
2. Résoudre cette équation différentielle et montrer que l’évolution de la température au cours du temps est donnée par la relation avec .
3. Déterminer la durée théorique au bout de laquelle la boisson peut être consommée à la température de 60°C

**Éléments de réponse**

* Le système est supposé incompressible et au repos macroscopique.
* Le système est dans l’état initial à 80 °C, dans l’état final à 60 °C
* Le seul transfert d’énergie entre le système et l’air extérieur est un transfert thermique *Q* donc *W* = 0 J.
* D’après le premier principe de la thermodynamique, Δ*U* i ⟶f = *W* + *Q*, donc ici : Δ*U* i ⟶f = *Q*.
* Puisque Δ*U* i ⟶f = *Q*, pour un intervalle de temps Δ*t*, *Q* = *Φ* ×Δ*t*.
* De plus d’après la loi de Newton : d’où *Q* = × Δ*t*.
* Pour un système incompressible Δ*U* i ⟶f = *m* × *c* × Δθ
* On obtient donc :*m* × *c* × Δθ = × Δ*t* ou
* Quand la relation devient :  .

C’est l’équation différentielle vérifiée par la température du système.



* La solution générale de l’équation différentielle *y’* = *a*×*y* + *b* a pour forme *y* (*x*) = *K*×e − avec *K* qui est un réel et *b* ≠ 0.
* Ici, la solution donc est de la forme :
* Pour déterminer la constante , il faut utiliser les conditions initiales sur la température.

À *t* = 0 s, la température du système est θ= θi donc : . Or . Cela conduit à :

* est solution de l’équation différentielle avec



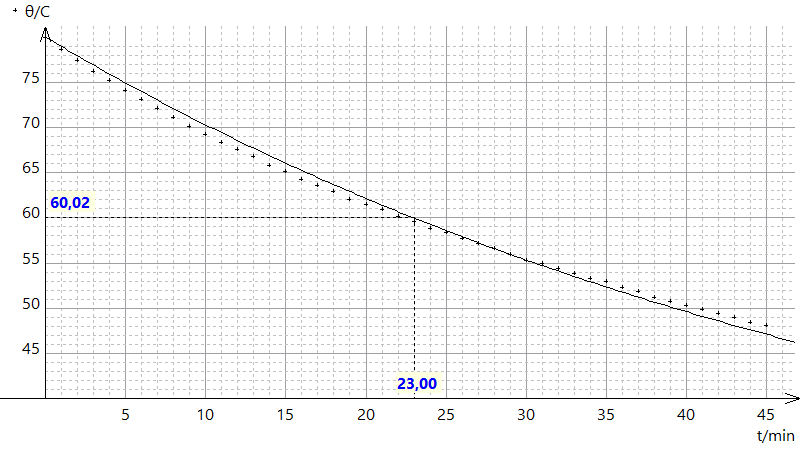
* Durée théorique au bout de laquelle la boisson peut être consommée à la température de 60°C

soit ou

* Application numérique 4,1×103 s−1 et donc

**1,7×103 s ou 28 minutes**

**Vérification expérimentale**



**23 minutes**

* Recherche des causes possibles de l’écart entre la valeur mesurée et la valeur théorique :
* La valeur du coefficient d’échange convectif *h* peut évoluer entre 5 et 50 suivant l’écoulement du fluide convectif.
* Les autres modes de transfert thermique ont été négligés…