Fractions

Rappel de cours

Dans tout ce qui suit a, b, c, d et k sont des entiers relatifs avec b, d et k différents de zéro.

- FRACTIONS ÉGALES : On ne change pas un quotient **en multipliant** ou **en divisant** son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k} \qquad \boxed{\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{3 \div 2}{4 \div 2}}$$

- ADDITION – SOUSTRACTION : On ne peut additionner ou soustraire deux fractions **que si elles ont le même dénominateur** :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \qquad \boxed{\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}}$$

- RÉDUCTION DE DEUX FRACTIONS AU MÊME DÉNOMINATEUR : Pour réduire des fractions au même dénominateur, il faut **trouver un multiple commun aux dénominateurs** :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd} \qquad \boxed{\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{23}{12}}$$

- MULTIPLICATION : On multiplie deux fractions en multipliant **entre eux les numérateurs** puis en multipliant **entre eux les dénominateurs** :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b \times d} \qquad \boxed{\frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{14}}$$

cas particulier : $a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$ $\boxed{9 \times \frac{2}{5} = \frac{18}{5}}$

- DIVISION : Diviser c'est **multiplier par l'inverse** :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad \boxed{\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}}$$

Je m'exerce ⋆

1 Rendre irréductibles les fractions suivantes.

$A = \frac{7}{21} =$ .... $B = \frac{42}{6} =$ .... $C = \frac{56}{72} =$ .... $D = \frac{2\pi}{6\pi} =$ ....

2 Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible. ***simplifier d'abord !***

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$ .... $B = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} =$ .... $C = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$ .... $D = -\frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$ ....

$E = \frac{3}{7} + \frac{5}{4} =$ .... $F = \frac{3}{7} + \frac{3}{14} =$ .... $G = \frac{6}{12} - \frac{4}{5} =$ ....

$H = -\frac{4}{6} - \frac{21}{14} =$ .... $I = 2 + \frac{9}{5} =$ .... $J = \frac{1}{3} + \frac{6}{9} - \frac{5}{6} =$ ....

Je m'exerce ★★

Penser aux simplifications !

3 Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$A = \frac{1}{10} \times \frac{5}{3} =$ .... **B** $= \frac{6}{5} \times \frac{5}{9} =$ .... $C = \frac{-3}{-8} \times \frac{-5}{7} =$ .... **D** $= \frac{75}{32} \times \frac{24}{45} =$ ....

4 Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

E $= \frac{7}{10} \div \frac{8}{5} =$ .... $F = \frac{3}{4} \div \frac{5}{4} =$ .... $G = \frac{-2}{15} \div \frac{1}{-12} =$ ....

5 Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

M $= \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \div \frac{5}{8} =$ .... $N = \frac{1}{10} + \frac{5}{12} \times \frac{5}{4} =$ ....

$P = 2 - \frac{7}{2} \div \frac{6}{14} =$ .... $Q = 10 \times \frac{3}{8} - \frac{1}{4} + =$ ....

Je consolide ★★★

6 Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

A $= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} - 1 =$ .... $B = \dfrac{\frac{2}{3} \times 12}{4} =$ ....

$C = (2 + \frac{1}{3})(2 - \frac{1}{3}) =$ .... $D = \dfrac{\frac{-5}{15}}{4} =$ ....

7 Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

E $= 1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}} =$ .... $F = \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4} - 1} =$ ....

$G = \dfrac{\frac{7}{6} - \frac{5}{4}}{\frac{1}{2}}$ .... $H = \dfrac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$ ....

8 Réduire au même dénominateur.

$M = 3 + \frac{1}{x} =$ .... $N = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} =$ .... $P = \frac{4}{x} + \frac{x}{4} =$ ....

9 Paul fait une randonnée sur le GR 20 pendant 3 jours. Le premier jour, il parcourt les 3/8 du trajet et le deuxième jour, il parcourt les 2/5 du reste. Quelle fraction de la distance totale lui reste-t-il à parcourir le troisième jour ?

....

Pourcentages

Rappel de cours

- ÉCRITURES D'UN NOMRE : Un nombre peut s'écrire sous différentes formes. Par exemple :

  Écritures décimale, fractionnaire et en pourcentage de 0,2 : $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

- UTILISER UN POURCENTAGE : **Prendre A% d'une quantité, c'est la multiplier par A/100**. Par exemple :

  15% de 72, c'est : $\frac{15}{100} \times 72 = 10{,}8$ Ou bien : $0{,}15 \times 72 = 10{,}8$

- DÉTERMINER UN POURCENTAGE : On exprime **la valeur considérée** par rapport à la **valeur de référence** :

  Dans une classe de 25 élèves, il y a 10 garçons. Le pourcentage de garçons est : $\frac{10}{25} = 0{,}4 = 40\%$

  On peut aussi dire que les garçons représentent $\frac{2}{5}$ des élèves de la classe. En effet, $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.

- TAUX DE VARIATION – COEFFICIENT MULTIPLICATEUR :

  Un article qui coûtait 90 € coûte 108 €. Le taux de variation du prix est : $\frac{108-90}{90} = \frac{+18}{90} = +\frac{1}{5} = +0{,}2 = +20\%$

  Le coefficient multiplicateur pour aller de l'ancien prix vers le nouveau prix est : $\frac{108}{90} = 1{,}2$ soit $90 \times 1{,}2 = 108$

  Pour une réduction, le taux de variation est négatif et le coefficient multiplicateur est inférieur à 1.

Je m'exerce ⋆

1 Calculer les quantités suivantes.

5% de 24 g : ....   10% de 145 € : ....   55% de 38 L : ....

2,4% de 20 m : ....   300% de 27 Ω : ....   125% de 40 µF : ....

2 Exprimer en fraction puis en pourcentage le premier nombre par rapport au deuxième.

3 par rapport à 12 : ....   5 par rapport à 25 : ....

1 par rapport à 9 : ....   6 par rapport à 48 : ....

12 par rapport à 120 : ....   8 par rapport à 4 : ....

3 Dans une classe de 24 élèves, il y a 16 filles et parmi elles, 37,5% sont inscrites à l'UNSS. Déterminer le pourcentage de filles dans la classe puis le nombre de filles de cette classe inscrites à l'UNSS.

....

Je m'exerce ★★

4 Lors d'une élection, il y avait 41 751 inscrits, 22 159 votants et M. X a obtenu 12 826 voix.

1. Donner le résultat de M. X en pourcentage des votants, puis en pourcentage des inscrits. Arrondir à 0,1% près.

   ....

2. Donner le pourcentage d'abstention : ....

5 Une association compte 375 adhérents. 72% de ceux-ci ont moins de 50 ans et parmi eux, 40% sont majeurs.

1. Combien y-a-t-il de moins de 50 ans dans cette association ? ....

2. En déduire le nombre de mineurs dans cette association : ....

6 Un français utilise en moyenne 58,5 L d'eau par jour pour les bains et les douches ce qui représente 39% de sa consommation quotidienne d'eau. Quel volume d'eau un français utilise-t-il en moyenne en une journée ?

....

7 Dans un lycée, il y a 12% de gauchers, soit 150 gauchers. Déterminer le nombre de droitiers dans ce lycée. Dans ce lycée, les élèves sont soit gauchers, soit droitiers.

....

Je consolide ★★★

8 Compléter le tableau.

Prix initial (€)	Prix final (€)	Taux de variation	Coefficient multiplicateur
40		+15%	
	60	-20%	
60			0,1
32	40		

9 Lors des soldes une remise de 40% est accordée sur le prix d'un article, puis comme le client est titulaire d'une carte de fidélité, une remise supplémentaire de 10% est accordée sur le prix soldé.

1. Donner les coefficients multiplicateurs associés à chaque réduction : ....

2. En déduire le coefficient multiplicateur global et le pourcentage global correspondant à ces deux remises.

   ....

10 Déterminer dans chacun des cas le taux de variation puis le coefficient multiplicateur.

1. Une entreprise avait 125 employés. Elle n'en compte plus que 120. ....

2. Le loyer est passé de 620 € à 635,50 €. ....

11 En été, la population d'une station balnéaire est multipliée par 2,5. Déterminer le taux de variation correspondant.

....

Puissances

Rappel de cours

Dans ce qui suit a et b sont des réels, non nuls s'ils sont au dénominateurs, n et p sont des entiers relatifs.

- DÉFINITION : $\boldsymbol{a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a}$ avec n facteurs a
- VALEUR REMARQUABLE : $\boldsymbol{a^0 = 1}$
- FORMULES USUELLES :

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$
$\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$\dfrac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$
$\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\dfrac{1}{2^5} = 2^{-5}$
$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$(2^5)^3 = 2^{5 \times 3} = 2^{15}$
$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$(2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 = \dfrac{2^5}{3^5}$

$10^3 = 1\,000$
$10^2 = 100$
$10^1 = 10$
$10^0 = 1$
$10^{-1} = 0{,}1$
$10^{-2} = 0{,}01$
$10^{-3} = 0{,}001$

- NOTATION SCIENTIFIQUE : $a \times 10^n$ **avec a décimal tel que $1 \leq a < 10$ et n entier relatif**.

Par exemple : $240\,000 = \mathbf{2{,}4} \times 10^{\mathbf{5}}$ $\quad 0{,}0045 = \mathbf{4{,}5} \times 10^{-\mathbf{3}}$

Je m'exerce ⋆

1 Écrire sous forme décimale.

$A = 10^2 + 10^{-3} =$ ……………………………… $B = 10^3 - 10^2 =$ ……………………………… $C = 10 + 10^{-2} =$ ………………………………

$D = 3 \times 10^4 =$ ……………………………… $E = 2 \times 10^{-2} =$ ……………………………… $F = 35 \times 10^{-1} =$ ………………………………

$G = 5 \times 10^3 + 2 \times 10^3 =$ …………………………………………………… $H = 5 \times 10^2 + 2 \times 10^3 =$ ……………………………………………………

2 Écrire sous la forme a^n.

$A = 2^2 \times 2^4 =$ ……………………………… $B = 10^4 \times 10^2 =$ ……………………………… $C = 5^2 \times 5^{-3} =$ ………………………………

$D = (3^2)^4 =$ ……………………………… $E = \dfrac{1}{10^3} =$ ……………………………………… $F = \dfrac{8^5}{8^3} =$ ………………………………………

$G = \dfrac{(-12)^2}{(-12)^{-2}} =$ ……………………………… $H = \dfrac{3^{10}}{(3^2)^3} =$ ……………………………………… $I = (10^4)^2 \times 10^2 =$ ………………………

Je m'exerce ★★

3 Écrire sous la forme 10^n.

$A = 0{,}1 \times 10^4 \times 10^{-6} \times 100\,000 =$ …………………………………………… $B = \dfrac{10\,000 \times 100 \times 10^{-3}}{10^5 \times 1\,000} =$ ……………………………………………

4 Donner l'écriture scientifique.

$A = 730\,000 =$ ……………………………… $B = 0{,}0000000000000000016 =$ ……………………………………

5 Donner l'écriture décimale.

$A = 9{,}56 \times 10^4 =$ …………………… $B = 124 \times 10^{-5} =$ ……………………… $C = \dfrac{2 \times 10^6 \times 35 \times 10^{-2}}{5 \times 10^3} =$ ……………………………………………

Je consolide ★★★

6 On considère les deux nombres suivants : $G = 4^3 \times 9^{-2}$ et $H = 6^4 \times 18^{-3}$.

1. Écrire G et H sous la forme $2^n \times 3^p$ où n et p sont des entiers relatifs.

   ……

2. En déduire l'écriture sous la même forme de $\dfrac{G}{H}$: ……………………………………………………………………………………

7 Les bactéries Escherichia Coli se reproduisent en se divisant en deux, donnant ainsi deux nouvelles bactéries, toutes les 20 minutes.

Un scientifique met en culture une seule bactérie, calculer le nombre de bactéries au bout de 10 h.
Donner le résultat en notation puissance et en notation scientifique.

………

8 La vitesse de la lumière est approximativement de 300 000 km/s. Pour mesurer les distances astronomiques, on utilise couramment l'année-lumière, c'est la distance parcourue par la lumière en une année (365 j).

1. Calculer le nombre de secondes dans une année : ……………………………………………………………………………

2. Calculer, en km, la valeur d'une année-lumière. Donner le résultat en notation scientifique.

   ……

3. L'étoile Proxima du Centaure est située à 4,2 années-lumière de la Terre. Donner l'écriture scientifique de la distance, en km, qui nous sépare de cette étoile.

   ……

   ……

9 Calculer le nombre de virus de longueur 10^{-7} m que l'on peut aligner sur une longueur de 1 mm.

$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$

………

Racines carrées

Rappel de cours

- DÉFINITION : a étant un nombre positif, sa racine carrée, notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré est a :

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

Et puisque a est positif : $\sqrt{a^2} = a$ (la racine annule le carré, et réciproquement)

- FORMULES UTILES : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ $\boxed{\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}}$ $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\boxed{\sqrt{\dfrac{2}{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

- CARRÉS PARFAITS : Un carré parfait est un nombre positif dont la racine carrée est un nombre entier. Voici la liste des carrés parfaits de 1 à 144 (nécessaires pour simplifier une racine carrée) :

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144

- SIMPLIFICATION : Une racine carrée est **simplifiée si elle est de la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible**. Pour simplifier une racine carrée, on décompose le nombre sous le radical (symbole $\sqrt{\ }$) de manière à **faire apparaître un carré parfait**. Par exemple :

$$\boxed{\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}}$$

Il aurait été maladroit d'écrire $\sqrt{20} = \sqrt{2 \times 10}$ car ni 2 ni 10 ne sont des carrés parfaits.

Je m'exerce ⋆

1 Indiquer ce que renvoie la calculatrice (arrondir à 0,001 près si nécessaire).

A = $\sqrt{2}$ = ... B = $\sqrt{6}$ = = ... C = $\sqrt{3}$ = ... D = $\sqrt{0}$ = ...

E = $\sqrt{1}$ = ... F = $\sqrt{-4}$ = ... G = $\sqrt{81}$ = ... H = $\sqrt{0{,}36}$ = ...

2 Simplifier.

A = $\sqrt{12}$ = ... B = $\sqrt{18}$ = ... C = $\sqrt{24}$ = ...

D = $\sqrt{32}$ = ... E = $\sqrt{45}$ = ... F = $\sqrt{63}$ = ...

G = $\sqrt{75}$ = ... H = $\sqrt{99}$ = ... I = $\sqrt{162}$ = ...

Je m'exerce ★★

3 Écrire le plus simplement possible.

$A = \sqrt{32} \times \sqrt{2} =$ ....

$B = \sqrt{3} \times \sqrt{27} =$ ....

$C = \sqrt{3} \times \sqrt{36} \times \sqrt{3} =$ ....

$D = \dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} =$ ....

$E = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{72}} =$ ....

$F = \dfrac{\sqrt{32} \times \sqrt{10}}{\sqrt{80}} =$ ....

4 Exprimer sous la forme $a\sqrt{b}$.

$A = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 9\sqrt{3} =$ ....

$B = \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{125} =$ ....

$C = \sqrt{20} + \sqrt{45} =$ ....

$D = \sqrt{28} - \sqrt{63} =$ ....

Je consolide ★★★

5 Écrire le plus simplement possible.

$A = \dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{54}} =$ ....

$B = \dfrac{\sqrt{56}}{\sqrt{21}} =$ ....

$C = \dfrac{\sqrt{42}}{\sqrt{10}} \times \dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{28}} =$ ....

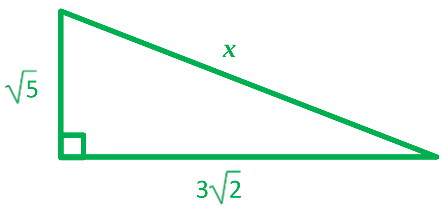
6 Un disque a pour diamètre $D = 8\sqrt{2}$ cm.

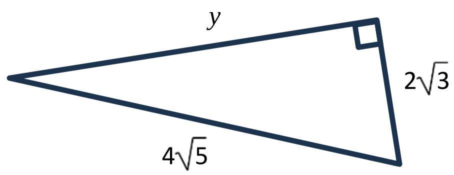
1. Calculer son rayon R (valeur exacte et valeur arrondie à 0,1 près) : ....
2. Calculer son périmètre p (valeur exacte et valeur arrondie à 0,1 près). Rappel : $p = 2\pi R = \pi D$.

   ....
3. Calculer son aire A (valeur exacte et valeur arrondie à 0,1 près). Rappel : $A = \pi R^2$.

   ....

7 Calculer, en utilisant le théorème de Pythagore, les valeurs x et y (valeurs exactes et valeurs arrondies à 0,01 près).





....

....

Expressions littérales

Rappel de cours

- RÉDUIRE UNE SOMME : C'est écrire cette somme avec le moins de termes possibles. Par exemple :

  $\boxed{4x + 6y + 2x - y = 6x + 5y}$

- RÉDUIRE UN PRODUIT : C'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles. Par exemple : $\boxed{3x \times 5x = 15x^2}$

- DÉVELOPPER : C'est transformer un produit en somme et/ou différence.

  → DISTRIBUTIVITÉ SIMPLE : $\boldsymbol{k(a + b) = ka + kb}$ $\boxed{2(3x + y) = 6x + 2y}$

  → DISTRIBUTIVITÉ DOUBLE : $\boldsymbol{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}$

  $\boxed{(x + 2)(3x + 4) = 3x^2 + 4x + 6x + 8 = 3x^2 + 10x + 8}$

- FACTORISER : C'est transformer une somme et/ou une différence en produit. Pour cela il faut **chercher un facteur commun** à chacun des termes de la somme et/ou de la différence. Par exemple :

  $\boxed{4x + 8y = \mathbf{4}(x + 2y)}$ 4 est le facteur commun

  $\boxed{6xy - 9y^2 = \mathbf{3y}(2x - 3y)}$ $3y$ est le facteur commun

Je m'exerce ⋆

1 Réduire les sommes suivantes.

$A = 3x + 2x - 4x =$ ………………………… $B = 4a - 15a + a + 2 + 15a = =$ …………………… $C = 3u - 2v + 6v - u =$ ……………………

$D = 12a + 4 - 10b + 8a + 2b - 1 =$ ……………………………… $E = 3ab + 6a - b - 4ab - 2a =$ ……………………………………………

2 Réduire les produits.

$A = 3 \times 2a =$ ……………… $B = 6 \times (-3) \times x =$ ……………… $C = 2 \times x \times 5 =$ ……………… $D = x \times 4x =$ ………………

$E = -10 \times x \times 0,2x =$ ……………… $F = 5x(-3x) =$ ……………… $G = -4 \times (-2x) \times (-0,5x) =$ ……………… $H = x^2 \times (-4) =$ ……………

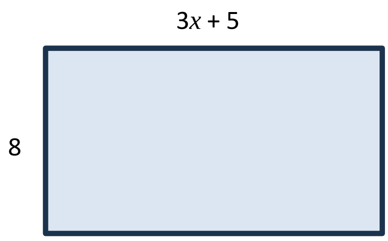
3 Exprimer en fonction de x le périmètre p et l'aire A du rectangle.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………



Je m'exerce ★★

4 Développer les expressions.

A = $3(x + 5)$ = ... B = $3(a - 2)$ = ... C = $m(2m + 4)$ = ...

D = $(2 - 7x) \times 4$ = ... E = $10x(5 + 2x)$ = ... F = $x(2x + 4)$ = ...

G = $8(-2 + k)$ = ... **H** = $3x(4x - 1) - 2x(6x + 2)$ = ...

5 Développer, réduire et ordonner selon les puissances décroissantes de x (termes en x^2 puis termes en x puis nombres).

A = $(2x + 1)(x + 3)$ = ...

B = $(x + 3)(4x - 5)$ = ...

C = $(5 - 3x)(2x + 4)$ = ...

D = $(10 - x)(3 - 5x)$ = ...

E = $(3x - 1)(3x + 1)$ = ...

6 Factoriser.

A = $2a + 2x$ = ... B = $9x + 18$ = ... C = $12a - 8b + 16$ = ...

D = $2x^2 - x$ = ... E = $-2t^2 + 6t$ = ... F = $14a^3 + 7a^2$ = ...

Je consolide ★★★

7 Développer, réduire et ordonner.

A = $4(x + 1) + (2x - 8)$ = ...

B = $3x(-x + 8) - 15x$ = ...

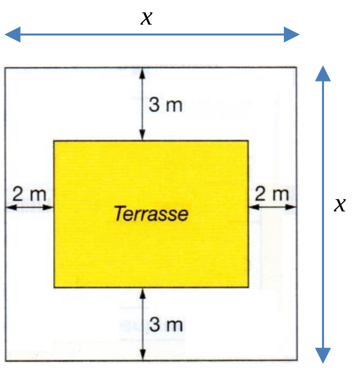
C = $-(5 + x) - 2(3 - 4x)$ = ...

D = $3x + 5(9 - 3x) - 50 + x(2x + 1)$ = ...

E = $(3 + x)(2x + 5) + 2(x - 4)$ = ...

F = $(2x - 1)(3 + 2x) + (x + 1)(x - 1)$ = ...

8 Un architecte doit concevoir une terrasse d'au moins 40 m² tout en laissant une zone de passage autour comme indiqué sur le schéma.



1. Montrer que l'aire A de la terrasse est $A = x^2 - 10x + 24$.

....

2. La terrasse sera-t-elle assez grande si $x = 11$ m ? Justifier.

....

....

Produits remarquables

Rappel de cours

On utilise les notions du chapitre précédent en les appliquant à ces trois cas particuliers :

- CARRÉ D'UNE SOMME : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\boxed{(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9}$
- CARRÉ D'UNE DIFFÉRENCE : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\boxed{(2x-5)^2 = x^2 - 20x + 25}$
- DIFFÉRENCE DE DEUX CARRÉS : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ $\boxed{x^2 - 4 = (x-2)(x+2)}$

Je m'exerce ⋆

1 Compléter les produits remarquables.

A = $(x+1)^2 = x^2 +$ .... + 1 B = $(x+2)^2 = x^2 +$ .... + ... C = $(2x+1)^2 =$ .... + ... + 1

D = $(x-5)^2 = x^2 -$ .... + 25 E = $(x-9)^2 = x^2 -$ .... + ... F = $(3x-2)^2 =$ .... – .... + 4

G = $(x-1)(x+1) = x^2 -$ .... H = $(2x-3)(2x+3)$ = ... – 9 I = $25x^2 - 1$ = (....... – ....)(....... + ...)

2 Développer.

A = $(x+10)^2$ = ... B = $(x+8)(x-8)$ = ... C = $(x+9)^2$ = ...

D = $(2x-3)^2$ = ... E = $(4x-3)(4x+3)$ = ... F = $(5x+2)^2$ = ...

G = $(x+2)(x-2)$ = ... H = $(2x-3)(2x+3)$ = ... I = $(3x-3)(3x+3)$ = ...

Je m'exerce ⋆⋆

3 Développer, réduire et ordonner.

A = $3(x+2)^2$ = ...

B = $5(3x-1) + (x+3)^2$ = ...

C = $(2x-7)^2 - 6(2x+1)$ = ...

D = $(4x-1)(4x-1) - 3(x^2 - 5x + 1)$ = ...

4 Calculer les valeurs exactes.

A = $(\sqrt{7}+3)^2$ = ... B = $(5-\sqrt{2})^2$ = ...

C = $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$ = ... D = $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ = ...

Je consolide ★★★

5 Factoriser.

A $= (x + 3)^2 - 25 =$ ……………………………………………………………………

B $= 16 - (2x - 1)^2 =$ ……………………………………………………………………

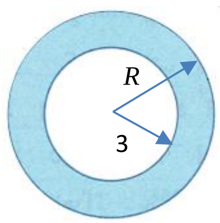
C $= 9x^2 - (x + 4)^2 =$ ……………………………………………………………………

D $= 100x^2 - 121 =$ ……………………………………………………………………

E $= (n + 5)^2 - n^2 =$ ……………………………………………………………………

F $= (2x - 1)(3 + 2x) + (x + 1)(x - 1) =$ ……………………………………………………

6 La couronne ci-contre est constituée de deux cercles de même centre (cotes en m).



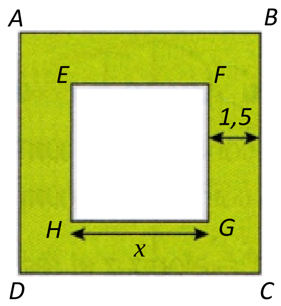
1. Montrer que l'aire de la couronne peut s'écrire $A = \pi(R - 3)(R + 3)$.

……………………………………………………………………

2. Calculer à 0,1 près la valeur de A si $R = 5$ m.

……………………………………………………………………

7 Un jardin carré *ABCD* de x m de côté est bordé par une allée de 1,5 m de large.



1. Exprimer le côté du carré EFGH en fonction de x.

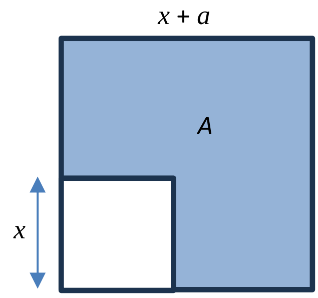
……………………………………………………………………

2. Montrer que l'aire de l'allée peut s'écrire $A = 3(2x + 3)$.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

8 On considère la figure ci-contre constituée de deux carrés.



1. Montrer que l'aire colorée est $A = a(2x + a)$.

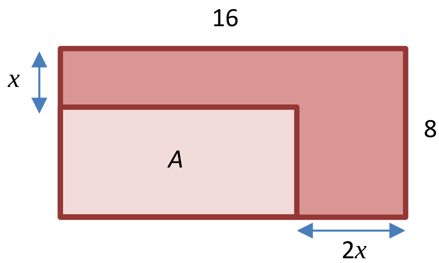
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

2. Calculer A si $x = 1$ m et $a = 4$ m.

……………………………………………………………………

9 Montrer que l'aire A du petit rectangle peut s'exprimer par $A = 2(8 - x)^2$.



……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Équations du premier degré

Rappel de cours

Dans ce qui suit, toutes les équations du premier degré seront à une inconnue et auront une unique solution.

- PRINCIPE GÉNÉRAL : Toutes les équations du premier degré à une inconnue se ramènent à l'équation fondamentale **$ax = b$ qui admet pour unique solution $x = \frac{b}{a}$.**

  Par exemple : **$3x = 2$** admet pour solution unique solution **$x = \frac{2}{3}$**

- EXEMPLES TYPES : Voici des exemples de résolution de certaines formes d'équations :

① Avec des entiers ou des décimaux, avec ou sans parenthèses :

$$\mathbf{4x + 1 = 2x + 5}$$
$$4x - 2x = 5 - 1$$
$$2x = 4$$
$$x = \frac{4}{2}$$
$$x = 2$$

Attention aux signes :
- quand on supprime les parenthèses
- quand on regroupe les termes

$$\mathbf{5 - (x - 3) = -4x + 7}$$
$$5 - x + 3 = -4x + 7$$
$$-x + 4x = 7 - 5 - 3$$
$$3x = -1$$
$$x = -\frac{1}{3}$$

② Avec des fractions :

$$\frac{2x}{3} + 5 = \frac{1}{2}$$
$$6\times\left(\frac{2x}{3} + 5\right) = 6\times\frac{1}{2}$$
$$4x + 30 = 3$$

$$\frac{x+1}{4} + 3 = \frac{2}{5}$$
$$20\times\left(\frac{x+1}{4} + 3\right) = 20\times\frac{2}{5}$$
$$5(x + 1) + 60 = 8$$

En multipliant chaque membre par le dénominateur commun, on obtient, après calcul, **une équation de type ①**

$$\frac{x+1}{4} = \frac{2}{5}$$
$$5\times(x + 1) = 4\times2$$

L'équation est du **type a/b = c/d**, **on peut faire un produit en croix**

Je m'exerce ⋆

1 Résoudre les équations.

A. $3x + 4 = 2x + 9$ B. $2x + 3 = -5x - 5$ C. $6x - 1 = 2x + 5$ **D.** $3x + 1 = 7x + 5$

....

....

....

....

Je m'exerce ★★

2 Résoudre les équations.

A. $2 + x - (5 - 2x) = 5x + 7$ B. $5(x - 1) + 3(2 - x) = 0$ C. $7(x + 4) - 3(x - 2) = 2(x + 1) - 1$

....

....

....

....

....

3 Résoudre les équations.

A. $3x + 5 = -\frac{7}{4}$ **B.** $\frac{3}{2}x + 5 = 2x + \frac{5}{3}$ **C.** $\frac{7x - 2}{5} = \frac{2x + 3}{2}$ D. $\frac{3x}{4} = \frac{x}{6}$

....

....

....

....

....

Je consolide ★★★

4 Résoudre les équations.

A. $\frac{x}{3} + \frac{9}{4} = -\frac{5x}{6} + \frac{15}{2}$ **B.** $\frac{2x + 3}{6} - \frac{x - 1}{2} = \frac{x + 2}{3} + 2$ C. $\frac{3 - 2x}{5} + \frac{x - 2}{10} = \frac{5x + 2}{2} - \frac{1}{5}$

....

....

....

....

....

....

5 Un automobiliste constate qu'en ajoutant 12 litres d'essence à son réservoir à moitié plein, il le remplit aux trois quarts. Écrire l'équation permettant de connaître la capacité de son réservoir. **La résoudre au brouillon** et donner la réponse.

....

....

Transformation de formules

Rappel de cours

- BUT DE LA TRANSFORMATION : On veut isoler un terme d'une formule pour en calculer sa valeur. Par exemple :

Si $U_1 + U_2 = U$ alors $U_1 = U - U_2$	Pour isoler U_1, on passe U_2 à droite du signe égal **en soustrayant**
Si $R \times I = U$ alors $R = U/I$	Pour isoler R, on passe I à droite du signe égal **en divisant**
Si $c^2 = A$ alors $c = \sqrt{A}$	Pour isoler c, on prend la **racine carrée**

L'addition devient soustraction, la multiplication devient division, le carré devient racine carrée.

- PLUS GÉNÉRALEMENT : Lors d'une transformation, c'est l'opération "réciproque" qui intervient. Par exemple :

Formule initiale	On veut x_0	On veut g	On veut t
$x = \frac{1}{2}gt^2 + x_0$	$x_0 = x - \frac{1}{2}gt^2$	$g = \frac{2(x - x_0)}{t^2}$	$t = \sqrt{\frac{2(x - x_0)}{g}}$
	①	②	③

① : Dans la formule initiale, on fait passer $\frac{1}{2}gt^2$ à gauche du signe égal. Son signe change.

② : Dans la formule initiale, on déplace x_0, on obtient : $x - x_0 = \frac{1}{2}gt^2$

on déplace le 2, on obtient : $2(x - x_0) = gt^2$

on déplace t², on obtient : $g = \frac{2(x - x_0)}{t^2}$

③ : Dans la formule donnant g, il suffit d'inverser g et t^2 et de prendre la racine carrée !

- APPLICATION NUMÉRIQUE : Lors du calcul de la valeur de la grandeur isolée, **il faut respecter les unités**.

Soit la formule $P = mg$ avec **P en N**, m en kg et g = 10 N/kg.

On donne P = 60 daN, calculer m en kg : **60 daN = 600 N** donc $m = \frac{P}{g} = \frac{600}{10} = 60$ kg

Je m'exerce ⋆

1 Compléter le tableau.

Formule	Signification	Transformation 1	Transformation 2
$A = \pi R^2$	Aire du disque	$R^2 =$	$R =$
$A = L \times l$	Aire du rectangle	$L =$	$l =$
$A = \frac{b \times h}{2}$	Aire du triangle	$2A =$	$b =$
$V = \frac{1}{3}B \times h$	Volume de la pyramide	$3V =$	$h =$
$p = 2(L + l)$	Périmètre du rectangle	$L + l =$	$L =$

Je m'exerce ★★

2 La formule permettant de calculer un intérêt simple est $I = \frac{Ctm}{12}$.

I : intérêt (€)   C : capital placé (€) t = taux d'intérêt annuel (%)   m : durée de placement (mois)

1. Donner : l'expression de C : .... l'expression de m : ....
2. Calculer C si t = 10,5%, m = 24 mois et I = 378 € : ....
3. Calculer t si C = 13 060 €, m = 66 mois et I = 6 033,72 €. : ....

3 La formule donnant la moyenne de 3 notes est $\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$.

1. Déterminer l'expression de x_2 : ....
2. On donne x_1 = 12,5 et x_3 = 16. Calculer x_2 si $\overline{x}$ = 14 : ....

4 Dans la célèbre formule E = mc^2, E est l'énergie (en J), m est la masse (en kg) et c est la vitesse de la lumière (en m/s).

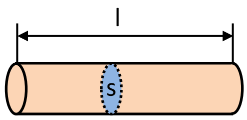
On veut retrouver la valeur de la vitesse de la lumière sachant que la désintégration de 500 g de matière dégage $4{,}5\times10^{16}$ J.

1. Exprimer c en fonction de E et m : ....
2. Retrouver la valeur de c : ....

Je consolide ★★★

5 La résistance R, en ohm (Ω), d'un conducteur rectiligne s'exprime par $R = \rho \frac{l}{s}$ où :

ρ est la résistivité (en Ωm), l est la longueur (en m) et s est la section (en m²).



1. Compléter le tableau.

$R = \rho \frac{l}{s}$	ρ =	l =	s =

1 mm² = 10^{-6} m²

2. Calculer la résistance d'un fil en cuivre (ρ = $1{,}7\times10^{-8}$ Ωm) de longueur 100 m et de section s = 2,5 mm².

....

3. Une mesure sur un câble d'aluminium tel que d = 8 mm et l = 1 km a donné une résistance de 0,56 Ω.
Montrer qu'avec $s = \frac{\pi d^2}{4}$ (d en m) alors $R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$ puis en déduire la résistivité ρ de l'aluminium.
Donner le résultat en notation scientifique.

1 mm = 10^{-3} m et 1 km = 10^3 m

....

....

....

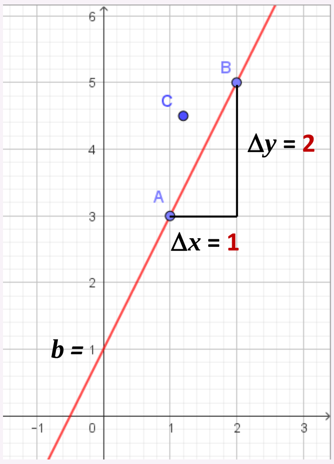
....

Fonctions affines

Rappel de cours

- DÉFINITION : Une fonction f est **affine** si elle est de la forme $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, a et b étant des réels.

- REPRÉSENTATION GRAPHIQUE : C'est la droite qui a pour **équation** $\boldsymbol{y = ax + b}$.
  a est le coefficient directeur de la droite (AB), **b est son ordonnée à l'origine**.



Soient A(1 ; 3) et B(2 ; 5). Cherchons l'équation de (AB) :

$\boxed{a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}} = \dfrac{5-3}{2-1} = \dfrac{2}{1} = 2$

droite **croissante** : $a > 0$
droite **décroissante** : $a < 0$

$\boxed{b = y_A - a x_A} = 3 - 2\times 1 = 3 - 2 = 1$ (*on aurait pu faire le calcul avec B*)

L'équation de (AB) est $\boldsymbol{y = 2x + 1}$.

On peut dire qu'elle est représentative de la fonction affine définie par $\boldsymbol{f(x)} = 2x + 1$.

Concernant le point C(1,2 ; **4,5**) : $\boldsymbol{2 \times x_C + 1} = 2 \times 1{,}2 + 1 = \boldsymbol{3{,}4 \neq y_C}$ **donc C $\notin$ (AB).**
Pour qu'un point soit sur une droite, il doit y avoir égalité.

- IMAGE ET ANTÉCÉDENT : $f(0{,}5) = 2 \times 0{,}5 + 1 = 2$ On dit que <u>**2 est l'image de 0,5**</u> par f.

Chercher x de sorte que $\boldsymbol{f(x) = 4}$, c'est résoudre l'équation $\boldsymbol{2x + 1 = 4}$

$2x = 4 - 1$
$2x = 3$
$x = 3/2$
$x = 1{,}5$

$x \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow f(x)$
antécédent fonction affine ($\times a$ puis $+b$) image

On dit que <u>**1,5 est l'antécédent de 4**</u> par f.

Je m'exerce ⋆

1 Voici cinq fonctions affines f, g, h, i, j définies pour tout nombre x par :

$f(x) = 2x - 3$ $g(x) = -x + 5$ $h(x) = 4x$ $i(x) = 7$ $j(x) = 0{,}2 + x$

1. Pour chacune d'elles, donner les coefficients a et b.

Fonction	f	g	h	i	j
a					
b					

2. Indiquer les fonctions croissantes : ....

3. Indiquer l'unique fonction constante : ....

Je m'exerce ★★

2 On donne la fonction affine g, définie pour tout nombre x, par $g(x) = 2x - 5$.

1. Donner en justifiant le sens de variation de g.

....

2. Calculer les images de 2 et de 10 par g.

....

....

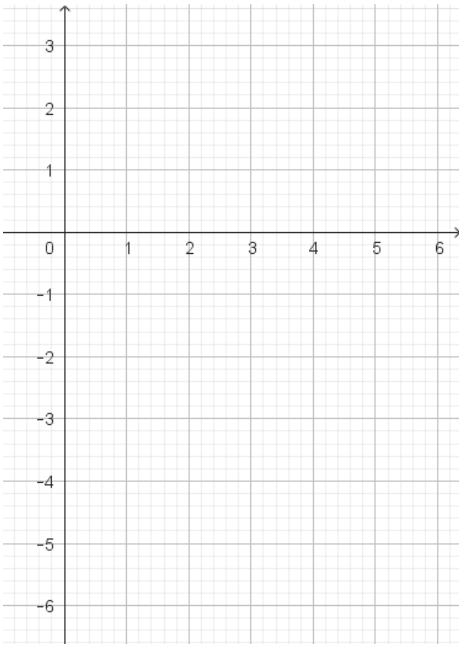
3. Calculer les antécédents de 8 et -12 par g.

....

....

....

....



4. En utilisant les valeurs du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine, tracer dans le repère ci-dessus la droite représentative de g.

Je consolide ★★★

3 On considère les points $A(2\,;3)$, $B(6\,;1)$, $C(-1\,;4)$ et $D(10\,;-1)$.

1. Calculer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite (AB).

....

....

....

....

2. En déduire une équation de (AB) : ....

3. Déterminer algébriquement l'appartenance ou non à (AB) des points C et D.

....

....

4. Déterminer une équation de la droite d, parallèle à (AB) passant par C.
Aide : deux droites parallèles ont le même coefficient directeur.

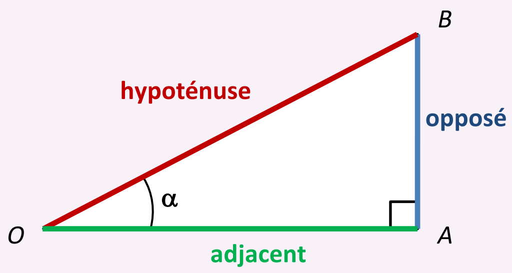
....

....

Trigonométrie dans le triangle rectangle

Rappel de cours

- FORMULES : **Dans un triangle rectangle**, il y a trois rapports trigonométriques définis par :



$$\cos(\alpha)=\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}=\frac{OA}{OB}$$

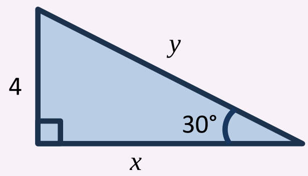
$$\sin(\alpha)=\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}=\frac{AB}{OB}$$

$$\tan(\alpha)=\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}=\frac{AB}{OA}$$

Pour retenir les formules :

SOH CAH TOA

- CALCULER UNE LONGUEUR **: On connaît l'angle** mais le choix du rapport dépend de la situation. Par exemple :



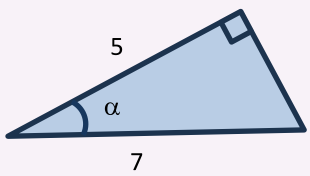
- On cherche le côté **adjacent** et on connaît le côté **opposé**, c'est "**TOA**" :

$\mathbf{\tan(30°) = \frac{4}{x}}$ soit après transformation $x = \frac{4}{\tan(30°)} \approx 6{,}9$

- On cherche l'**hypoténuse** et on connaît le côté **opposé**, c'est "**SOH**" :

$\mathbf{\sin(30°) = \frac{4}{y}}$ soit après transformation $y = \frac{4}{\sin(30°)} = 8$

- CALCULER UN ANGLE : **On connaît au moins deux côtés**, mais le choix du rapport dépend aussi de la situation. Ici :



- On connaît le côté **adjacent** et l'**hypoténuse**, c'est "**CAH**" :

$\mathbf{\cos(\alpha) = \frac{5}{7}}$ soit $\alpha = \text{arc}\cos\left(\frac{5}{7}\right) \approx 44{,}4°$

acos sur la calculatrice

Je m'exerce ⋆

1 Avec la calculatrice déterminer à 0,01 près la valeur des nombres.

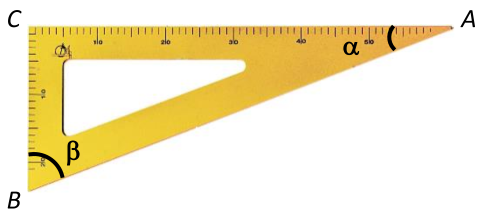
sin(20°) = ………………………… cos(45°) = ………………………… tan(82°) = ……………………………

2 Avec la calculatrice déterminer à 0,1 près la valeur de l'angle α.

$\cos(\alpha) = 0{,}75$: α = …………………(0,75) = …………… $\tan(\alpha) = 0{,}9$: α = …………………(0,9) = ……………

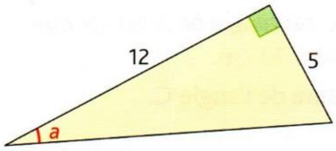
3 Nommer les côtés de l'équerre de tableau selon l'angle considéré.

	Relativement à α	Relativement à β
AB		
AC		
BC		

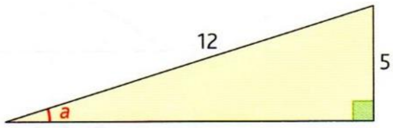


Je m'exerce ⋆⋆

4 Pour chacun des triangles, calculer la mesure, arrondie à 0,1 près de l'angle a.

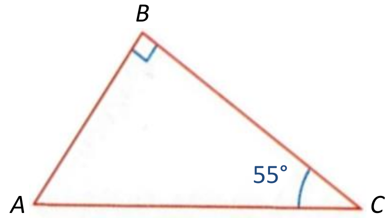


a = ... = ...



a = ... = ...

5 On donne AB = 12 cm. Calculer, à 0,01 près, AC et BC.

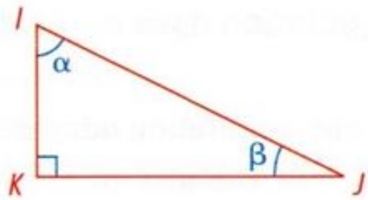


....

....

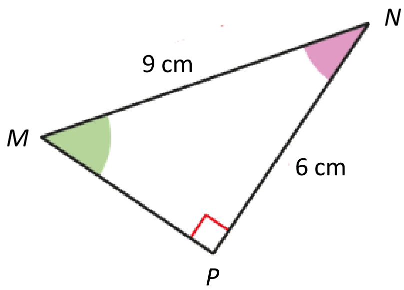
6 Compléter le tableau où les côtés sont exprimés en cm et les angles en degré (résultats arrondis à 0,1 près).

IK	*IJ*	*KJ*	α	β
20			28	
	50		72	
		16		30
36	60	48		



Je consolide ⋆⋆⋆

7 *MNP* est le triangle rectangle représenté ci-contre.



1. Déterminer, à 0,1 près, $\widehat{MNP}$ puis $\widehat{PMN}$ en utilisant pour ces deux calculs exclusivement les deux longueurs données.

   ....

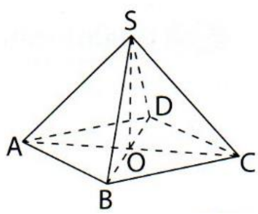
   ....

2. Calculer *MP* avec l'angle $\widehat{MNP}$ puis avec l'angle $\widehat{PMN}$. Comparer les résultats obtenus.

   ....

   ....

8 La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35,4 m de côté et de 21,6 m de hauteur. On la symbolise par la pyramide SABCD.



1. Avec Pythagore, calculer, à 0,1 près, la longueur BD.

   ....

2. Déterminer au degré près $\widehat{SBO}$ et $\widehat{BSD}$.

   ....

   ....

Python

Rappel de cours

Ce qui suit consiste seulement en une série de scripts adaptables à de nombreuses situations. J'utilise EduPython :

- CALCULER UNE VALEUR AVEC UNE EXPRESSION : On utilise généralement **une fonction**. Elle débute par **def**.

Ne pas oublier d'appuyer sur le bouton ▶ pour valider le script.

```
def f(x):
    return 2*x-1
```

Images de 0 et de 2 par f :

```
>>> f(0)
-1
```

```
>>> f(2)
3
```

1 argument : x

```
def aire(b,h):
    return b*h/2
```

Aire du triangle tel que b = 2 et h = 3 :

```
>>> aire(2,3)
3.0
```

2 arguments : b et h

- OBTENIR UNE SÉRIE DE VALEURS **: Avec une boucle for ou avec une liste définie en compréhension.**

```
def f(x):
    return 2*x-1

for i in range(7):
    print("x=",i,"f(x)=",f(i))

L=[(i,f(i)) for i in range(7)]
print(L)
```

```
x= 0 f(x)= -1
x= 1 f(x)= 1
x= 2 f(x)= 3
x= 3 f(x)= 5
x= 4 f(x)= 7
x= 5 f(x)= 9
x= 6 f(x)= 11
[(0, -1), (1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7), (5, 9), (6, 11)]
```

- ATTEINDRE UN SEUIL DONNÉ **: Avec une boucle while** car **on ne connaît pas a priori le nombre d'itérations**.

```
x=0              #valeur de départ
while 2*x-1<=50:
    x=x+1        #on ajoute 1
print(x)
```

On veut savoir pour quelle **valeur entière** de x l'expression 2x – 1 dépassera 50. **Le rôle de x=x+1 est de compter**.

On lance le script avec le bouton ▶ et on obtient `26`.

- VÉRIFIER UNE CONDITION **: Avec les instructions IF, ELIF, ELSE**. On n'est pas obligé de les mettre toutes à la fois.

```
def y_est(abs,ord):
    y=2*abs-1          #calcul de l'ordonnée vraie
    if y == ord:
        return ("le point est sur la droite")
    else:
        return ("le point n'est pas sur la droite")
```

```
>>> y_est(4,7)
'le point est sur la droite'
>>> y_est(4,9)
"le point n'est pas sur la droite"
```

Ici on vérifie si un point de coordonnées données appartient à la droite qui a pour équation y = 2x – 1.
Attention au **double signe égal (==)**, on l'utilise dans le sens « *si la valeur de y* **correspond à** *la valeur de ord* ».

Je m'exerce ⋆

1 Préciser ce que renvoient ces deux scripts (ils fonctionnent indépendamment en cliquant sur ▶).

```
def f(x):
    return x*x

print(f(2))
```

```
L=[x*x for x in range(3)]

print(L)
```

……………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………

Je m'exerce ★★

2 Le script ci-contre permet de calculer la valeur prise par une expression.

```
def expr(x):
    if x<=-2:
        expr=x+2
    elif -2<x<2:
        expr=4*x
    else:
        exp=-2*x+1
    return exp
```

1. Nommer la fonction et préciser son argument.

   ………

2. Calculer les valeurs suivantes.

   expr(-5) = ……………………… expr(5) = ………………………… expr(1) = …………………………

3 On veut calculer l'aire d'un disque de rayon R. Pour cela on doit importer le nombre π de la bibliothèque math.

```
from math import pi

def aire(R):
    return round(█████,1)
```

1. Indiquer l'expression cachée par le rectangle.

   ………

2. La fonction round arrondit le résultat à 1 décimale. Retrouver la valeur obtenue avec aire(4).

   …….

4 Voici un script contenant une boucle for.

```
mot="anticonstitutionnellement"

n=0
for c in mot:
    n=n+1
print(n)
```

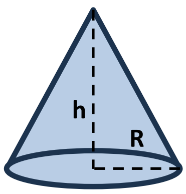
1. Préciser le rôle de la variable n.

   ……………………………………………………………………………………………

2. Donner la valeur renvoyée par ce script : ………………………………

Je consolide ★★★

5 Écrire un script qui calcule le volume, à 0,01 près, d'un cône ($V = \frac{\pi R^2 h}{3}$) à l'aide d'une fonction puis calculer ce qu'elle renvoie pour R = 5,4 et h = 10,2.



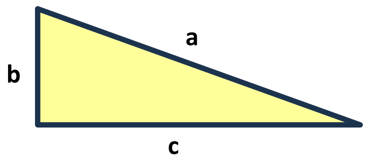
………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

6 D'après la figure, si a^2 a la même valeur que $b^2 + c^2$ alors le triangle est rectangle.
C'est la réciproque du théorème de Pythagore.



Recopier le script en complétant les parties cachées.

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

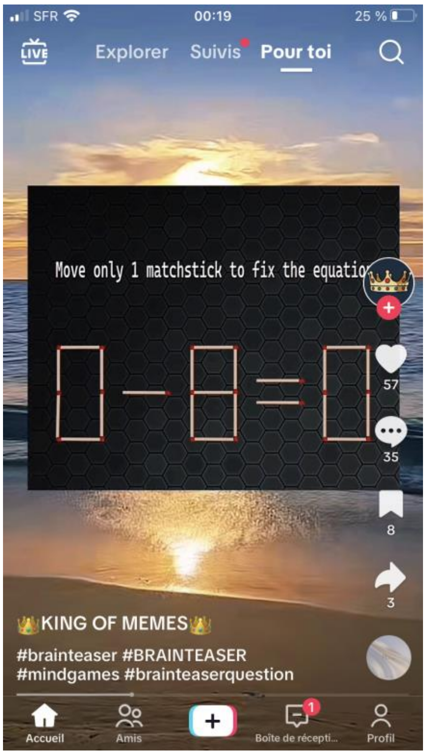
………………………………………………………………………………

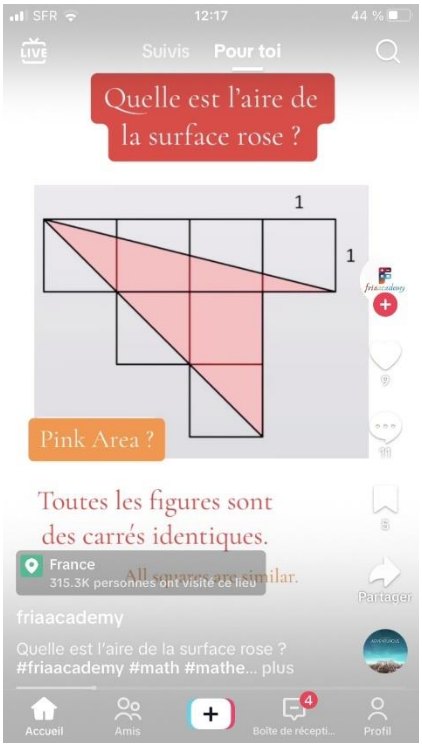
………………………………………………………………………………

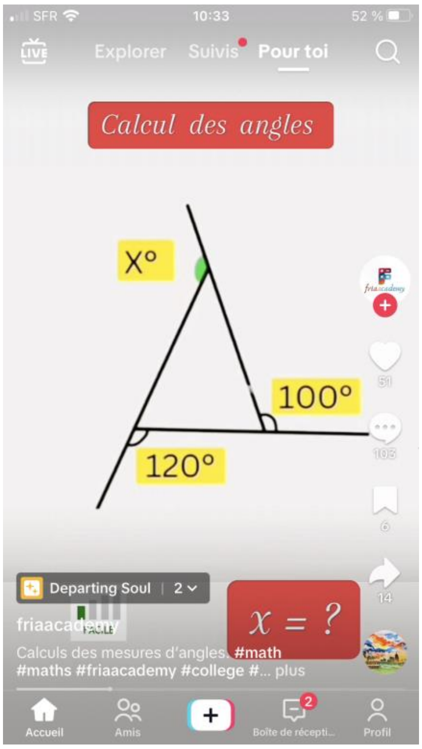
```
def rec_pyth(█████):
    if ████████████████:
        return ("le triangle est rectangle")
    █████:
        return ("le triangle n'est pas rectangle")
```

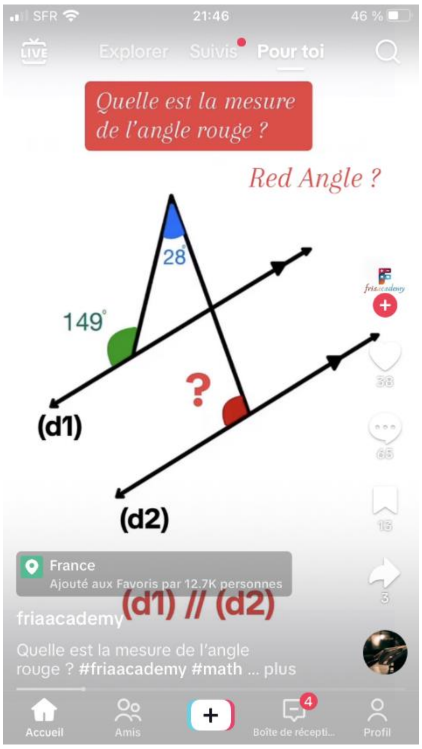
Vu sur les réseaux

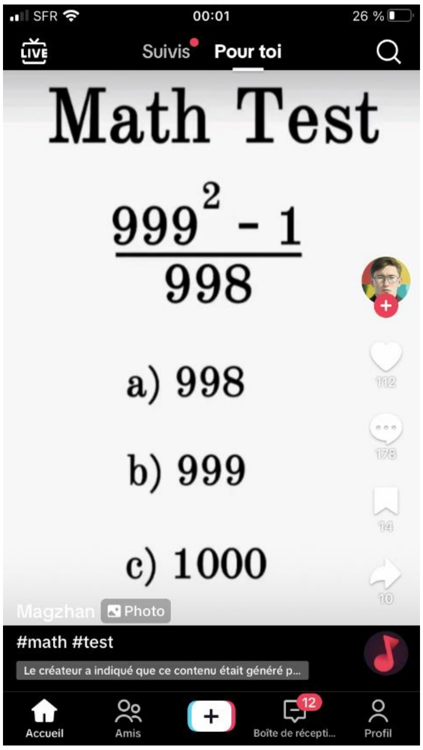
Un peu de détente ! Voici quelques énigmes mathématiques recueillies sur les réseaux.

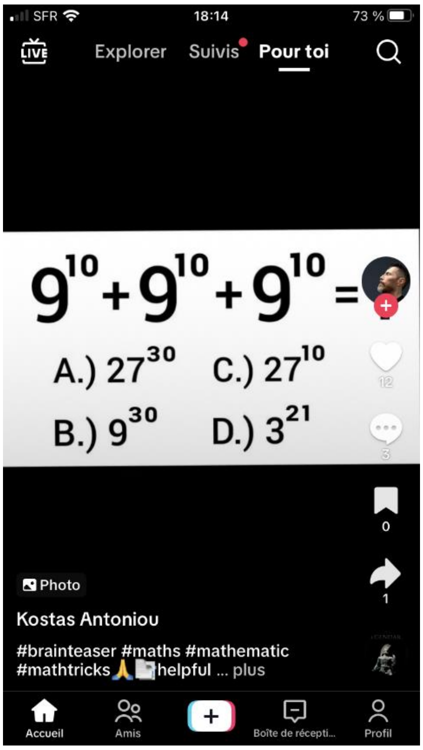


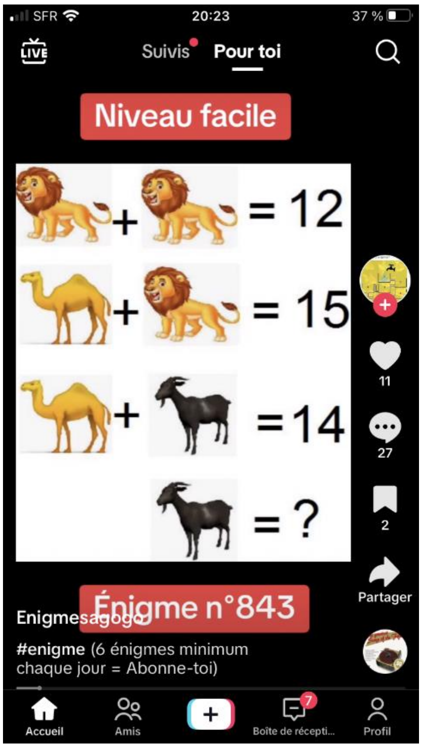





Explorer Suivis Pour toi
Quelle est la mesure de l'angle rouge ?
Red Angle ?
28°
149°
?
(d1)
(d2)
France
Ajouté aux Favoris par 12,7K personnes
friaacademy
(d1) // (d2)
Quelle est la mesure de l'angle rouge ? #friaacademy #math ... plus
Accueil
Amis
Boîte de récepti...
Profil


Suivis Pour toi
Math Test
$\frac{999^2 - 1}{998}$
a) 998
b) 999
c) 1000
Magzhan
Photo
#math #test
Le créateur a indiqué que ce contenu était généré p...
Accueil
Amis
Boîte de récepti...
Profil


Explorer Suivis Pour toi
$9^{10}+9^{10}+9^{10}=$
A.) 27^{30}
C.) 27^{10}
B.) 9^{30}
D.) 3^{21}
Photo
Kostas Antoniou
#brainteaser #maths #mathematic #mathtricks helpful ... plus
Accueil
Amis
Boîte de récepti...
Profil


Suivis Pour toi
Niveau facile
= 12
= 15
= 14
= ?
Partager
Enigmesagogo
Énigme n°843
#enigme (6 énigmes minimum chaque jour = Abonne-toi)
Accueil
Amis
Boîte de récepti...
Profil


Explorer Suivis Pour toi
Quelle est la bonne réponse ?
Si l'on diminue de 10 % chaque côté d'un carré. De combien est réduite son aire ?
a) 10 %
b) 20 %
c) 9 %
d) 19 %
e) 8,1 %
France
9488 personnes ont ajouté ce lieu à leu...
friaacademy
Quelle est la bonne réponse ? #math #maths #friaacademy #college #... plus
Accueil
Amis
Boîte de récepti...
Profil


Explorer Suivis Pour toi
QI Test
Un train de 1km de long avance à une vitesse de 1km/min. Combien de temps lui faudra-t-il pour traverser entièrement un tunnel de 1km de long?
Partager
ILLUSION
#100pour100 #qi #logique #100logique
Accueil
Amis
Boîte de récepti...
Profil

Corrigés

Seulement des corrigés partiels repérés **en vert**, pour montrer comment rédiger. Pour le reste, il y a la calculatrice !
Préférer une calculatrice type CASIO Graph LIGHT, MATH+, 35+ ou 90. La 25 ne convient pas. **Encore mieux, la NUMWORKS**

Fractions

Ex 1 : A = $\frac{7}{21} = \frac{\cancel{7}\times 1}{\cancel{7}\times 3} = \frac{1}{3}$ après simplification par 7 C = $\frac{56}{72} = \frac{\cancel{8}\times 7}{\cancel{8}\times 9} = \frac{7}{9}$ après simplification par 8

Ex 2 : A = $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$ C = $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10}$ J = $\frac{1}{3} + \frac{6}{9} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

Ex 3 : B = $\frac{6}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{2\times\cancel{3}\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times\cancel{3}\times 3} = \frac{2}{3}$ après simplification par 3 et 5 D = $\frac{75}{32} \times \frac{24}{45} = \frac{5\times\cancel{15}}{\cancel{8}\times 4} \times \frac{\cancel{8}\times\cancel{3}}{\cancel{15}\times\cancel{3}} = \frac{5}{4}$ après simplification par 15, 8 et 3

Ex 4 : E = $\frac{7}{10} \div \frac{8}{5} = \frac{7}{10} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{2\times\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{8} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{7\times 1}{2\times 8} = \frac{7}{16}$

Ex 5 : M = $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} \div \frac{5}{8} = \frac{2}{3} + \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{8}{\cancel{5}} = \frac{2}{3} + \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$

Ex 6 : A = $\cancel{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{\cancel{2}} - 1 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$

Ex 7 : E = $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{\frac{3}{2}} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Ex 8 : M = $\frac{3x+1}{x}$ N = $\frac{x+1}{x^2}$ P = $\frac{16+x^2}{4x}$

Ex 9 : $1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$ Presque la moitié !

Pourcentages

Ex 1 : 5% de 24 g c'est $\frac{5}{100} \times 24 = 0{,}05 \times 24 = 1{,}2$ g Très souvent, avec les pourcentages, l'écriture décimale est préférable.

Ex 2 : $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$ L'écriture décimale fait apparaître le pourcentage (en décalant la virgule de 2 rangs !).

Ex 3 : $\frac{16}{24} = \frac{2}{3} = 0{,}667 = 66{,}7\%$ de filles dans la classe $0{,}375 \times 16 = 6$ filles à l'UNSS.

Ex 6 : Soit c la consommation quotidienne d'eau, on a $0{,}39 \times c = 58{,}5$ soit $c = \frac{58{,}5}{0{,}39} = 150$ L.

Ex 7 : Posons N le nombre d'élèves dans le lycée, on a $0{,}12 \times N = 150$ soit $N = \frac{150}{0{,}12} = 1250$. Nombre de droitiers = 1250 – 150 = 1100.

Remarque : 12% de gauchers, c'est 88% de droitiers. Nombre de droitiers = 0,88 ×1250 = 1100.

Ex 9 : 1. Un coefficient de 0,6 correspond à une remise de 40%, pour 10% de remise c'est 0,9.

2. Prix après 1ère remise = 0,6 × prix initial prix final = 0,9 × prix après 1ère remise = 0,6 × 0,9 × prix initial = 0,54 × prix initial
Le coefficient multiplicateur global est de 0,54, ce qui correspond à une remise globale de 46% …… et pas 50% !!!

Ex 11 : 2,5 = 1 + 1,5 = 100% + 150%, le taux de variation est + 150% (100% correspond la population résidente à l'année)

Puissances

Ex 1 : Attention pour A, B et C, il s'agit d'additions et il n'y a pas de formule. A = 100 + 0,001 = 100,001 G = 5000 + 2000 = 7000

Ex 2 : A = $2^2 \times 2^4 = 2^{2+4} = 2^6$ H = $\frac{3^{10}}{(3^2)^3} = \frac{3^{10}}{3^6} = 3^{10-6} = 3^4$

Ex 6 : 1. G = $4^3 \times 9^{-2} = (2^2)^3 \times (3^2)^{-2} = 2^6 \times 3^{-4}$ H = $6^4 \times 18^{-3} = (2\times 3)^4 \times (2 \times 3^2)^{-3} = 2^4 \times 3^4 \times 2^{-3} \times 3^{-6} = 2^{4-3} \times 3^{4-6} = 2^2 \times 3^{-6}$

Ex 7 : Après 20 min, il y a 2 bactéries Après 40 min = 2×20min, ce sera $2\times 2 = 2^2$ Après 1 h = 3x20 min, ce sera $2\times 2^2 = 2^3$
La puissance correspond au nombre de 20 min Après 10 h = 30 x 20 min, il y aura 2^{30} = 1 073 741 824 bactéries !

Ex 8 : 1. $365 \times 24 \times 3600 = 31\,536\,000$ s dans une année.

2. On utilise la formule $d = v \times t$ 1 année-lumière $= 300\,000 \times 31\,536\,000 = 9{,}4608\times10^{12}$ km ($\approx 9\,500 \times 10^9$ km)
($\approx$ 9 500 milliards de km !)

3. distance $= 4{,}2 \times 9{,}4608\times10^{12} \approx 4\times10^{13}$ km ($= 40\,000\times10^9$ soit 40 000 milliards de km !)

Racines carrées

Ex 2 : $B = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ On peut se contenter d'écrire $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$, on fait juste apparaître le carré parfait.

Ex 7 : D'après Pythagore, $x^2 = (\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 5 + 9\times2 = 23$ donc $x = \sqrt{23} \approx 4{,}80$ à 10^{-2} près

Expressions littérales

Ex 4 : $A = 3(x + 5) = 3x + 15$ $H = 3x(4x - 1) - 2x(6x + 2) = 12x^2 - 3x - 12x^2 - 4x = -7x$

Ex 5 : $C = (5 - 3x)(2x + 4) = 10x + 20 - 6x^2 - 12x = -6x^2 - 2x + 20$

Ex 8 : 1. $A = (x - 4)(x - 6) = x^2 - 6x - 4x + 24 = x^2 - 10x + 24$

2. Le mieux est de prendre la forme factorisée de A : $A = (11 - 4)(11 - 6) = 7 \times 5 = 35$ m² < 40 m² donc l'espace est insuffisant.

Produits remarquables

Ex 3 : $A = 3(x + 2)^2 = 3(x^2 + 4x + 4) = 3x^2 + 12x + 12$

Ex 4 : $A = (\sqrt{7} + 3)^2 = 7 + 6\sqrt{7} + 9 = 16 + 6\sqrt{7}$

Ex 5 : $A = (x + 3)^2 - 25 = (x + 3 - 5)(x + 3 + 5) = (x - 2)(x + 8)$

Ex 9 : Le rectangle a pour dimensions $(16 - 2x)$ et $(8 - x)$ donc $A = (16 - 2x)(8 - x) = 2(8 - x)(8 - x) = 2(8 - x)^2$

Équations du premier degré

Pour plus de clarté, il est souhaitable de mettre les signes = les uns en dessous des autres.

Ex 1 : A.
$$\begin{aligned} 3x + 4 &= 2x + 9 \\ 3x - 2x &= 9 - 4 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

D.
$$\begin{aligned} 3x + 1 &= 7x + 5 \\ 3x - 7x &= 5 - 1 \\ -4x &= 4 \\ x &= \frac{4}{-4} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Ex 3 : B.
$$\begin{aligned} 6 \times \left(\frac{3}{2}x + 5\right) &= 6 \times \left(2x + \frac{5}{3}\right) \\ 9x + 30 &= 12x + 10 \\ 9x - 12x &= 10 - 30 \\ -3x &= -20 \\ x &= \frac{-20}{-3} \\ x &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

C.
$$\begin{aligned} \frac{7x - 2}{5} &= \frac{2x + 3}{2} \\ 2(7x - 2) &= 5(2x + 3) \\ 14x - 4 &= 10x + 15 \\ 14x - 10x &= 15 + 4 \\ 3x &= 19 \\ x &= \frac{19}{3} \end{aligned}$$

Cette équation est de la forme $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on fait le produit en croix :
ad = bc

Ex 4 : B.
$$\begin{aligned} 6 \times \left(\frac{2x + 3}{6} - \frac{x - 1}{2}\right) &= 6 \times \left(\frac{x + 2}{3} + 2\right) \\ 2x + 3 - 3(x - 1) &= 2(x + 2) + 12 \\ \cancel{2x} + 3 - 3x + 1 &= \cancel{2x} + 4 + 12 \\ -3x + 4 &= 16 \\ -3x &= 12 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Réduire dès que possible

Sur la fin, si les calculs sont simples, on peut sauter des étapes.

Ex 5 : Soit x la capacité du réservoir. L'équation est :
$$\begin{aligned} 12 + \frac{x}{2} &= \frac{3x}{4} \\ 4\left(12 + \frac{x}{2}\right) &= 4 \times \frac{3x}{4} \\ 48 + 2x &= 3x \\ 48 &= x \end{aligned}$$

La capacité du réservoir est de 48 L.

Transformation de formules

Ex 1 :

$V = \frac{1}{3} B \times h$	Volume de la pyramide	$3V = B \times h$	$h = \frac{3V}{B}$
$p = 2(L + l)$	Périmètre du rectangle	$L + l = \frac{p}{2}$	$L = \frac{p}{2} - l$

Ex 3 : 1. $x_2 = 3\overline{x} - x_1 - x_3$

2. $x_2 = 3 \times 14 - 12{,}5 - 16 = 13{,}5$

Ex 5 : 1.

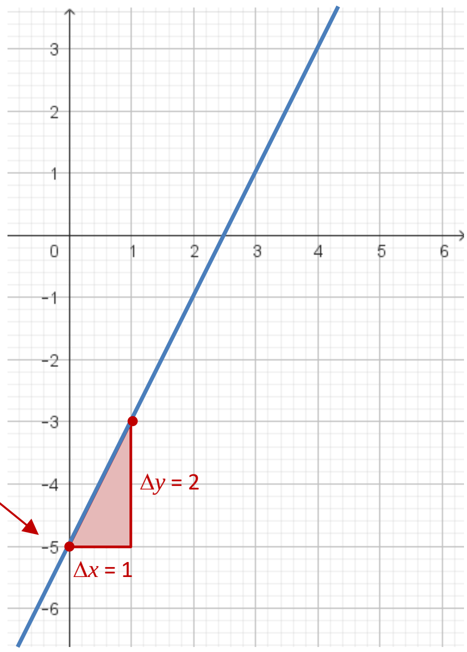
$R = \rho \frac{l}{s}$	$\rho = \frac{Rs}{l}$	$l = \frac{Rs}{\rho}$	$s = \rho \frac{l}{R}$

2. $R = = \rho \frac{l}{s} = 1{,}7\times10^{-8} \times \frac{100}{2{,}5\times10^{-6}} = \frac{1{,}7}{2{,}5} \times 10^{-8+2+6} = \frac{1{,}7}{2{,}5} = 0{,}68\ \Omega$ Les puissances de 10 trouvent toute leur utilité ici : elles s'annulent !

3. $R = \rho \frac{l}{s} = \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \rho l \times \frac{4}{\pi d^2} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$

$\rho = \frac{R\pi d^2}{4l} = \frac{0{,}56 \times \pi \times (8\times10^{-3})^2}{4 \times 1\times10^3} = 0{,}56 \times \frac{64}{4} \times \pi \times 10^{-6-3} = 0{,}56 \times 16 \times \pi \times 10^{-9} = 28 \times 10^{-9} = 2{,}8 \times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$

Fonctions affines



Ex 2 : 1. g est croissante car le coefficient a vaut 2. Il est positif.

2. $g(2) = 2 \times 2 - 5 = -1$ $\quad$ $g(10) = 2 \times 10 - 5 = 15$

3. $2x - 5 = 8$ soit $x = \frac{8+5}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$

$2x - 5 = -12$ soit $x = \frac{-12+5}{2} = \frac{-7}{2} = -3{,}5$

4. Méthode :

- On place l'ordonnée à l'origine : $b = -5$ donc au point (0 ; -5)
- On trace le triangle du coefficient directeur : $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 = \frac{2}{1}$
- On trace la droite passant par b et le sommet du triangle.

Ex 3 : 1. A(2 ; 3) $\quad$ B(6 ; 1)

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-3}{6-2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$

$b = y_A - ax_A = 3 - (-0{,}5) \times 2 = 3 + 1 = 4$

On aurait pu faire le calcul de b avec les coordonnées de B, le résultat aurait été identique.

2. Une équation de (AB) est $y = ax + b = -0{,}5x + 4$

3. $C(-1 ; 4)$ $\quad$ $-0{,}5 \times x_C + 4 = -0{,}5 \times (-1) + 4 = 0{,}5 + 4 = 4{,}5 \neq y_C$ donc $C \notin (AB)$

$D(10 ; -1)$ $\quad$ $-0{,}5 \times x_D + 4 = -0{,}5 \times (10) + 4 = -5 + 4 = -1 = y_D$ donc $D \in (AB)$

4. Soit $y = a'x + b'$ une équation de d.

$a' = a = -0{,}5$ car d est parallèle à (AB)

Calculons b' avec les coordonnées de C : $b' = y_c - a'x_C = 4 - (-0{,}5) \times (-1) = 4 - 0{,}5 = 3{,}5$

Finalement une équation de d est $y = -0{,}5x + 3{,}5$

Trigonométrie

Ex 3 :

	Relativement à α	Relativement à β
AB	Hypoténuse	Hypoténuse
AC	Adjacent	Opposé
BC	Opposé	Adjacent

Ex 6 : À noter que, puisque le triangle *IJK* est rectangle en *K*, on a $\alpha + \beta = 90°$

IK	*IJ*	*KJ*	α	β
20	22,7	10,6	28	62
15,5	50	47,6	72	18
9,2	18,5	16	60	30
36	60	48	53,1	36,9

Python

Ex 2 : 1. La fonction se nomme expr et son argument est x.
2. exp(-5) = -5 + 2 = -3   expr(5) = -2 × 5 + 1 = -9   expr(1) = 4 × 1 = 4

Ex 4 : 1. C'est un compteur, n compte le nombre de caractères du mot anticonstitutionnellement.
2. 25.

Ex 5 :
```
from math import pi
def volume(R,h) :
    return round(pi*R*R*h/3,2)
```
On peut aussi écrire R**2 pour R². Attention à l'indentation de 4 caractères (décalage vers la droite).

volume(5.4,10.2) = 311.47   Attention, le séparateur décimal est le point !

Ex 6 :
```
def rec_pyth(a,b,c) :
    if a**2 == b**2 + c**2 :
        return ("le triangle est rectangle")
    else :
        return ("le triangle n'est pas rectangle")
```
Double égal, car il s'agit d'une comparaison, pas d'une affectation.

On pourra tester avec le célèbre triplet pythagoricien (5,4,3) puis avec un autre, par exemple (5,4,2)

Table de multiplication

La maîtrise des tables de multiplication est essentielle pour acquérir de l'aisance dans le calcul numérique (fractions, racines carrées, distributivité, produits remarquables, applications de formules, etc.).

<u>Un conseil</u> : surlignez le résultat d'une multiplication qui ne vous vient pas immédiatement. La prochaine fois que vous consulterez cette table, ce résultat vous apparaîtra, et à force, vous le connaîtrez parfaitement !

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100