# Programme de mathématiques intégré à l'enseignement scientifique en classe de première générale

## Sommaire

Les nouveautés.

~~Les suppressions.~~

**Préambule général**
- Intentions majeures
- Lignes directrices pour l'enseignement
- Organisation du programme

**Contenus d'enseignement**
- Automatismes
- Analyse de l'information chiffrée
- Phénomènes aléatoires
- Phénomènes d'évolution, modélisation par des fonctions
- Variation linéaire
- Modélisation quadratique Variation
- exponentielle

## Préambule général

### Intentions majeures

Le programme du module spécifique consacré à un enseignement mathématique intégré à l'enseignement scientifique de la classe de première de la voie générale est conçu avec les intentions suivantes :

- consolider la culture mathématique de tous les élèves et leur assurer le socle de connaissances et de compétences mathématiques qui leur sera nécessaire pour réussir dans leur vie sociale, citoyenne et professionnelle, quel que soit le parcours de formation qu'ils choisiront par la suite ;
- réconcilier avec les mathématiques les élèves qui ont perdu le gout et l'intérêt pour cette discipline ;
- communiquer le plaisir de les pratiquer à travers des activités mettant en valeur leur efficacité et éclairer sur la place qu'elles jouent dans le monde contemporain ;
- assurer les bases nécessaires à la compréhension de phénomènes quantitatifs tels qu'ils sont mobilisés dans les différents champs disciplinaires et tels qu'ils permettent d'éclairer certains débats actuels ;
- permettre à chaque élève d'appréhender la pertinence des démarches mathématiques et de développer des aptitudes intellectuelles comme la rigueur, la logique, l'esprit critique mais aussi l'inventivité et la créativité.

En raison de leur choix de spécialité ou d'options, les élèves de première de la voie générale ont des projets d'orientation divers qui les conduiront en terminale à une fréquentation plus ou moins importante des mathématiques. Cette variété des profils d'élèves induit une mise en œuvre différenciée prenant en compte l'hétérogénéité de leurs besoins et de leurs intérêts.

### Lignes directrices pour l'enseignement

#### Attitudes développées

L'enseignement des mathématiques participe à la formation intellectuelle des élèves en contribuant au développement d'attitudes propices à la poursuite d'études, mais aussi à l'exercice responsable de la citoyenneté. Parmi elles, peuvent notamment être mentionnés la persévérance dans la recherche d'une solution, l'esprit critique, l'engagement réfléchi dans un débat, le souci d'argumenter sa pensée par un raisonnement logique, la qualité d'expression écrite et orale, l'esprit de collaboration dans un travail d'équipe.

La résolution d'exercices et de problèmes, individuellement ou en groupe, l'organisation de réflexions et d'échanges scientifiques pour valider un résultat ou une méthode sont des occasions fécondes pour développer ces attitudes indispensables à la formation de chaque individu et à la responsabilité du citoyen.

Les élèves prennent conscience que les mathématiques sont vivantes et en perpétuelle évolution, qu'elles s'inscrivent dans un cadre historique mais aussi dans la société actuelle. Il s'agit en particulier :

- d'insérer des éléments d'histoire des mathématiques et des sciences ;
- de présenter des faits d'actualité liés aux mathématiques ;
- de faire connaitre à tous les élèves des études supérieures et des métiers où les mathématiques sont utilisées.

#### Compétences mathématiques

Dans le prolongement des cycles précédents, le travail en mathématiques s'appuie sur six compétences essentielles :

- **chercher**, expérimenter, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- **modéliser**, faire une simulation, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique), changer de registre ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;

- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

La résolution de problèmes offre un cadre privilégié pour travailler ces six compétences tout en développant des aptitudes transversales.

## Résolution de problèmes et automatismes

La résolution de problèmes, centrale dans l'activité mathématique, est au cœur de ce programme qui privilégie une introduction des contenus mathématiques à travers des situations appropriées, puis leur mobilisation dans le cadre de problèmes qui les mettent en jeu.

Ces problèmes contribuent à donner du sens aux notions étudiées. Ils sont le plus souvent issus des autres disciplines, de la vie courante ou citoyenne, mais peuvent aussi être internes aux mathématiques. Les professeurs de mathématiques sont invités à travailler avec les professeurs des disciplines concernées afin de favoriser les articulations et les transferts, et consolider ainsi les acquis des élèves.

Les activités engagées en classe s'articulent autour du triptyque manipuler - verbaliser - abstraire. La manipulation peut être concrète ou virtuelle, prenant appui sur des instruments ou des objets réels ou des outils numériques tels qu'une calculatrice, un tableur, un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation.

Il convient de garder à l'esprit que la phase de manipulation ne constitue pas une fin en soi. Comme la verbalisation qui l'accompagne ou y fait suite, la manipulation n'est qu'une étape permettant de dégager un contenu mathématique qui fait l'objet d'une institutionnalisation bien identifiée.

L'approche par résolution de problèmes est particulièrement propice à la mise en œuvre de la compétence modéliser, en recherchant un modèle adapté à la situation étudiée ou en s'assurant de la bonne compréhension et de la validité d'un modèle donné. La compétence représenter, en vue de schématiser les données d'un problème, facilite la recherche d'une stratégie efficace pour sa résolution.

Les problèmes étudiés sont choisis de façon à mobiliser régulièrement la compétence raisonner. Parmi eux, les problèmes avec prise d'initiative permettent de travailler la compétence chercher et de renforcer la capacité à résoudre un problème dont l'énoncé n'indique pas la méthode de résolution. Ces derniers doivent faire l'objet d'un entrainement suffisamment régulier pour permettre aux élèves d'y accéder plus facilement en prenant conscience de certaines similitudes entre des situations différentes relevant d'une même démarche mathématique.

Progressivement, l'élève procède par analogie en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes ou en adaptant une méthode connue à la situation étudiée. La disponibilité d'esprit nécessaire à ces étapes essentielles suppose des connaissances, des procédures et des stratégies automatisées. Ainsi, l'installation de réflexes intellectuels en matière de calcul et d'interprétation des données facilite la résolution de problèmes, en libérant l'esprit des considérations de mise en œuvre technique.

La ritualisation, par exemple au début de chaque séance, d'activités courtes consacrées au calcul ou à la lecture et au traitement de l'information chiffrée favorise la stabilisation des connaissances et des méthodes étudiées dans les classes antérieures. Il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais de permettre un ancrage solide des fondamentaux immédiatement mobilisables pour résoudre des problèmes.

Dans la partie automatismes du programme sont énumérées les connaissances et les capacités relevant du double objectif d'assurer le fondement d'une culture mathématique nécessaire à chaque futur citoyen et de développer des réflexes mathématiques utiles à la poursuite d'études.

## Diversité de l’activité mathématique

La mise en œuvre du programme doit permettre aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques et d’en percevoir la construction mathématique.

La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches qui peuvent être proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entrainement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes favorisant les prises d'initiatives, mises au point collectives d'une solution, productions d'écrits individuels ou collectifs, etc.

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Leur fréquence, leur longueur et leur nature sont adaptées à la charge de travail des élèves, en tenant compte de la nature pluridisciplinaire de leur formation. L’enseignant veillera à choisir des énoncés encourageant les élèves à chercher. Individuels ou collectifs, à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des aptitudes des élèves et visent la mémorisation, la maitrise des savoir-faire, le réinvestissement de démarches ou de méthodes.

## Évaluation des acquis des élèves

L’évaluation joue un rôle clé dans la régulation des apprentissages, tant pour l’enseignant que pour l’élève, pour lequel elle participe pleinement au développement de son autonomie et à son engagement dans les apprentissages. Elle revêt différentes modalités mais conserve toujours une visée formative ; pour cela, les élèves sont informés en amont des éléments évalués.

L’évaluation doit permettre de repérer les acquis des élèves en lien avec les six compétences mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

L’évaluation doit faire prendre conscience des réussites et des progrès. Le retour sur l’évaluation est un moment clé du processus d’apprentissage. Il ne se limite pas à une correction collective, mais vise à valoriser les démarches pertinentes, même si elles ne mènent pas immédiatement à la bonne réponse, mettre en lumière les erreurs fréquentes, pour aider les élèves à les comprendre et à y remédier, proposer des pistes de progrès aux élèves. Ce retour permet aussi à l’enseignant de réguler sa progression, de revoir certains points du programme ou de proposer d’autres approches pédagogiques.

### Activités algorithmiques et numériques

Le développement d'un mode de pensée algorithmique est constitutif de la formation mathématique.
L'enseignement des mathématiques comprend une composante informatique qui recouvre l'algorithmique, la programmation et la pratique du tableur. Cette dimension s'inscrit de manière transversale dans le cours de mathématiques et repose sur la connaissance d'un nombre limité d'éléments de syntaxe et de fonctions spécifiques à l'outil utilisé. De ce point de vue, le recours au tableur ou à un logiciel de programmation offre aussi une voie de différenciation.

Parallèlement, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique enrichit le cours de mathématiques d'illustrations ou de simulations propices à l'appropriation des concepts.

Dans certaines situations, le recours à un outil de calcul permet de se libérer de contraintes techniques afin de mieux se concentrer sur l'activité de modélisation de la situation et d'interprétation des résultats obtenus. L'utilisation d'un logiciel intégrant des fonctionnalités graphiques, de calcul numérique ou d'outils statistiques participe à l'appropriation des concepts.

### Place de l'oral

Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences orales, notamment à travers la pratique de l'argumentation. Celle-ci conduit à préciser sa réflexion et à expliciter sa démarche de manière à convaincre. Elle permet à chacun de faire évoluer sa pensée, jusqu'à la remettre en cause si nécessaire, pour accéder progressivement à la vérité par la preuve. Des situations variées se prêtent à la pratique de l'oral en mathématiques : la reformulation par l'élève d'un énoncé ou d'une démarche, les échanges interactifs lors de la construction du cours, les mises en commun après un temps de recherche, les corrections d'exercices, les travaux de groupe, les exposés individuels ou à plusieurs (éventuellement sous forme de vidéo), etc.

En mathématiques, l'oral mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calculs).

### Trace écrite

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée ou de débats, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, gagnant à être enrichie par des exemples et des schémas, elle constitue pour l'élève une référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin, tout au long du cycle terminal. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Les professeurs doivent avoir le souci de la bonne qualité mathématique et rédactionnelle des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration).

## Organisation du programme

Le programme est structuré autour de trois parties thématiques :

- analyse de l'information chiffrée (statistiques) ;
- phénomènes aléatoires (probabilités conditionnelles, indépendance) ;
- phénomènes d'évolution (analyse : suites, fonctions, exponentielles, ~~dérivée~~) ;

et d'une partie transversale :

- automatismes (lecture et production de graphiques, traitement de données, calcul numérique et algébrique).

Les trois parties thématiques sont organisées selon deux colonnes : « Situations et problèmes » et « Contenus mathématiques ». Seuls sont exigibles des élèves les contenus mathématiques de la colonne de droite, mobilisés dans les capacités attendues.

Le programme repose sur des mises en situation et des problèmes issus des disciplines enseignées au lycée, mais aussi de la vie quotidienne ou de la vie citoyenne, qui peuvent, selon le choix de l'enseignant, motiver l'introduction des notions étudiées ou les illustrer. Les professeurs ont la possibilité de choisir d'autres situations que celles proposées dans la colonne de gauche.

Selon les projets et les centres d'intérêt des élèves, il est possible de proposer des rapprochements avec d'autres disciplines qui ne sont pas mentionnées dans ce programme (littérature, arts plastiques, etc.).

# Contenus d'enseignement

## Automatismes

Cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés dans les domaines du calcul, de l'information chiffrée et des représentations graphiques. Il s'agit d'automatiser le recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies, afin de permettre aux élèves de les mobiliser plus rapidement et de favoriser leur réussite dans l'apprentissage des mathématiques. Leur acquisition développe également l'esprit critique des élèves par une meilleure maitrise des chiffres et du calcul et leur permet une meilleure lecture et compréhension des représentations de données dont les graphiques.

Les capacités attendues énoncées ci-dessous n'ont pas vocation à faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures et doivent être entretenues et consolidées au cours de l'année. Cependant les nouvelles notions du programme peuvent donner lieu également à un travail d'automatisation tout le long de l'année Elles relèvent d'un entrainement régulier privilégiant l'activité mentale. Les différents thèmes proposés doivent être travaillés tout au long de l'année et la présentation par blocs thématiques ne signifie pas, bien au contraire, qu'il faille les aborder les uns après les autres. Les modalités de mise en œuvre peuvent être variées, prendre appui sur différents supports et ne pas se limiter au format de QCM. Les entrainements peuvent se faire à l'oral, à l'écrit, individuellement ou en groupe, utilisant éventuellement des outils numériques de vidéoprojection, de recensement instantané des réponses, etc.

À la liste ci-dessous s'ajoute la liste des automatismes travaillés en classe de seconde, qui doivent être entretenus en classe de première.

## Évolutions et variations

- Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale.
- Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage.
- Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives.
- Calculer un taux d'évolution réciproque.

## Calcul numérique et algébrique

- ~~Effectuer mentalement des calculs simples mettant en jeu des nombres décimaux, des fractions et des pourcentages.~~
- ~~Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, sous forme de pourcentage).~~
- ~~Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat.~~
- ~~Effectuer une application numérique d'une formule mathématique (longueurs, aires, volumes) ou d'une formule simple provenant d'une autre discipline.~~
- ~~Résoudre une équation du premier degré du type ax + b = cx + d ou a / x = b ou une équation du second degré du type x² = a.~~

- Déterminer les solutions d'une équation produit nul.
- Déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré.
- Développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple.

## Fonctions et représentations

- ~~Préciser sur un graphique les grandeurs en jeu, les unités et les échelles.~~
- ~~Lire sur un graphique les variations d'une grandeur : croissance ou décroissance, doublement régulier, accélération ou ralentissement de la croissance.~~
- ~~Estimer graphiquement une valeur atteinte, un antécédent, un seuil.~~
- Résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$, etc.
- Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations.
- Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur.
- Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite.
- Déterminer le coefficient directeur d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

## Statistiques

- Lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boite ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles, etc.).
- Passer du graphique aux données et vice-versa.
- Calculer et interpréter des indicateurs statistiques pour une série statistique.

## Probabilités

- Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les évènements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs ou d'arbres pondérés.
- Distinguer $P(A \cap B)$, $P_A(B)$, $P_B(A)$.

## Analyse de l'information chiffrée

L'analyse de l'information chiffrée portant sur des problématiques d'actualité (développement durable, changement climatique, biodiversité, économie, démographie, santé publique, etc.) permet d'éclairer les élèves sur certains débats actuels et de développer le sens critique.

En prolongement des programmes des classes antérieures dans lesquels ont été introduits des indicateurs utiles pour l'analyse d'un unique caractère statistique, cette partie aborde l'analyse statistique bivariée. Il s'agit d'une première sensibilisation aux bases de données.

Certaines données étudiées peuvent être issues de ressources d'autres enseignements dispensés au lycée (enseignement scientifique, enseignement moral et civique, enseignement de spécialité). Les possibilités offertes par l'informatique permettent le stockage et la manipulation de données massives. Certaines de ces données sont disponibles sur des sites institutionnels comme ceux de l'Institut national de la statistique et des études économiques (Insee), de l'Institut national d'études démographiques (Ined) ou dans le catalogue data.gouv des données de l'administration. D'autres figurent dans des rapports publics comme ceux du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat (Giec).

L'analyse bivariée cherche à étudier les éventuelles relations entre deux caractères. Elle doit s'illustrer en utilisant des représentations de données réelles, qui peuvent aussi s'obtenir par le traitement à l'aide d'un tableur de fichiers d'une taille raisonnable.

| Situations et problèmes | Contenus mathématiques |
|---|---|
| Analyse croisée de couples de caractères (exemples : genre, âge, revenus, indicateurs de santé, indicateurs financiers, température, niveau des océans, proportion de gaz à effet de serre, etc., avec regroupement par classes pour les caractères quantitatifs).<br>Les données peuvent être présentées sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme obtenu à partir d'un fichier de données en utilisant un tableur.<br>Les données peuvent être issues des domaines de la santé, de l'économie, de la gestion, des sciences sociales, etc. ; elles peuvent être chronologiques (par exemple l'évolution de la population d'une ville en fonction du temps). | Analyse statistique de deux caractères qualitatifs.<br>Tableau croisé d'effectifs.<br>Exemples d'analyse du croisement de deux caractères par représentation graphique (diagrammes en barres, diagrammes circulaires).<br>Analyse statistique de deux caractères quantitatifs.<br>Représentation par un nuage de points.<br>Ajustement affine, point moyen.<br>Interpolation, extrapolation.<br>~~Détermination dans un fichier de données d'un sous-ensemble d'individus répondant à un sous-caractère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).~~ |

*Capacités attendues*

- Utiliser un tableur pour représenter des données sous forme de tableau ou de diagramme.
- ~~Dresser un tableau croisé de deux caractères à partir d'un fichier de données.~~
- Déterminer et utiliser un ajustement affine pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.
- Savoir calculer les coordonnées d'un point moyen.

Plusieurs ajustements sont proposés (au jugé, droite de Mayer, moindres carrés) mais aucune connaissance théorique n'est attendue.

## Phénomènes aléatoires

~~L'analyse statistique bivariée abordée dans la partie précédente permet d'introduire naturellement la notion de fréquence conditionnelle. Dans le cas d'un tirage aléatoire dans une population finie, la fréquence peut être identifiée à une probabilité.~~

La notion de probabilité conditionnelle permet d'introduire de manière intuitive celle de l'indépendance : deux évènements A et B sont dits indépendants si la probabilité conditionnelle de A sachant B est égale à la probabilité de A (sous réserve de la non-nullité de celle de B).

Grâce à des outils numériques, on simule une succession de tirages aléatoires indépendants (par exemple, des tirages avec remise dans une urne) afin de poursuivre l'approche vulgarisée de la loi des grands nombres initiée en classe de seconde.

Comme en classe de seconde, on insiste sur le fait qu'une loi de probabilité est une hypothèse du modèle choisi et ne se démontre pas. Le choix du modèle peut résulter d'hypothèses implicites d'équiprobabilité ou d'une application d'une version vulgarisée de la loi des grands nombres. Dans tous les cas, on distingue nettement le modèle probabiliste abstrait et la situation réelle.

La possibilité de présenter des problèmes simples relatifs à des jeux de hasard datant du XVIII$^{e}$ siècle confère à cette partie une dimension historique.

| Situations et problèmes | Contenus mathématiques |
|---|---|
| **Sciences de la vie**<br>Tests médicaux : faux positifs et faux négatifs.<br>**Théorie des jeux**<br>Modélisation ou simulation de jeux simples : pile ou face, jeu de « croix ou pile » de d'Alembert, jeu de pierre-feuille-ciseaux, jeu du lièvre et de la tortue, jeu du « passe-dix » (problème du grand-duc de Toscane).<br>Stratégie gagnante au jeu de Monty Hall.<br>**Histoire des mathématiques**<br>Traduction en langage des probabilités de la correspondance épistolaire entre Fermat et Pascal à propos du problème des partis. | ~~Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.~~<br>Probabilité conditionnelle : ~~définition, notation, calcul à partir d'un tableau croisé d'effectifs ou d'un arbre de probabilités.~~<br>Indépendance de deux évènements.<br>Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli. |

*Capacités attendues*

- ~~Construire un tableau croisé d'effectifs ou un arbre de probabilité associé à un phénomène aléatoire.~~
- ~~Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales à partir d'un tableau croisé d'effectifs.~~
- ~~Interpréter un tableau croisé en utilisant des fréquences conditionnelles.~~
- Calculer des probabilités conditionnelles à l'aide d'un tableau croisé d'effectifs ou d'un arbre pondéré.
- Représenter par un arbre de probabilités la répétition de $n$ épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leq 4$ afin de calculer des probabilités.
- Savoir utiliser ou justifier l'indépendance de deux évènements.

## Phénomènes d'évolution, modélisation par des fonctions

Cette partie est consacrée à des notions mathématiques permettant de modéliser des phénomènes en évolution : les suites, qui modélisent des grandeurs dont l'évolution est discrète, et les fonctions, qui modélisent des grandeurs dont l'évolution est continue.

L'objectif est d'appréhender plusieurs modèles classiques d'évolution, la variation linéaire, la modélisation quadratique et la variation exponentielle, sans exclure la présentation d'autres modèles.

La compréhension et l'interrogation critique des modèles étudiés permettent de développer des capacités de raisonnement et d'argumentation. Leur mise en pratique, tant dans des situations internes qu'externes aux mathématiques, permet de consolider des habiletés en matière de calcul, d'analyse et de production de graphiques ainsi que dans l'utilisation d'outils numériques.

Les deux modes de génération d'une suite, par récurrence et explicite, peuvent être introduits lors de la résolution de problèmes. On peut, par exemple, prendre appui sur des motifs géométriques ou sur un contexte historique, comme le problème de remboursement d'une dette posé par Euler dans Introduction à l'analyse infinitésimale.

Lors des premières modélisations d'une grandeur discrète par une suite, on veille à utiliser la notation fonctionnelle $u(n)$, préalablement à la notation indicielle $u_n$ .

### Croissance ~~Variation~~ linéaire

Les suites arithmétiques et les fonctions affines modélisent des grandeurs discrètes ou continues dont le taux d'accroissement est constant. Les fonctions affines, déjà étudiées en classe de seconde, peuvent faire l'objet d'un travail succinct. Les professeurs peuvent mettre en parallèle le sens de variation des fonctions affines et celui des suites arithmétiques.

| Situations et problèmes | Contenus mathématiques |
|---|---|
| **Éducation économique, financière et budgétaire**<br>Placement à intérêts simples, croissance d'un poste budgétaire.<br>**Dénombrement.**<br>Motifs géométriques évolutifs en forme de T ou de croix, carré bordé. | **Suites arithmétiques**<br>Définition par la relation de récurrence.<br>Explicitation du terme de rang n .<br>Sens de variation.<br>Représentation graphique. |
| **Physique**<br>Correspondance entre degrés Celsius et Fahrenheit.<br>**Économie**<br>Modélisation de l'offre et de la demande par des fonctions affines, point d'équilibre.<br>**Enseignement moral et civique**<br>Modélisation du barème de l'impôt sur le revenu par une fonction affine par morceaux (taux marginal, taux moyen).<br>**Sciences de la Terre**<br>Modèle linéaire de l'évolution du niveau moyen des océans. | **Fonctions affines**<br>L'objectif est de remobiliser les connaissances abordées en classe de seconde : représentation graphique, sens de variation, lien entre le taux d'accroissement et le coefficient directeur de la droite représentative. |

*Capacités attendues*

- Reconnaitre un phénomène discret ou continu de croissance linéaire et savoir le modéliser.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite arithmétique définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite arithmétique ou d'une fonction affine.
- Résoudre un problème de seuil dans le cas d'une croissance linéaire.

## Modélisation quadratique

Les fonctions polynômes de degré 2 permettent de modéliser des dépendances non linéaires simples. Elles présentent l'intérêt d'offrir des exemples de non monotonie, de maximum ou de minimum.

| Situations et problèmes | Contenus mathématiques |
|---|---|
| **Physique**<br>Mouvement parabolique<br>**Architecture-art**<br>Forme d'un pont suspendu, filin qui soutient le tablier d'un pont, arche d'un viaduc<br>**Économie**<br>Évolution d'un chiffre d'affaires en fonction du prix unitaire<br>**Sciences de la vie**<br>Croissance puis décroissance d'une population, sur un intervalle de temps restreint<br>**Enseignement moral et civique**<br>Modèle simple de fiscalité | Fonctions polynômes de degré 2 :<br>- Éléments caractéristiques de la courbe : allure de la courbe, axe de symétrie, coordonnées du sommet en lien avec la symétrie, tableau de variation de la fonction.<br>- Racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme). |

*Capacités attendues*

- Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2, pour les fonctions de la forme : $x \mapsto aX^2$, $X \mapsto aX^2 + c$, $X \mapsto a\,(X - X_1)\,(X - X_2)$.
- Déterminer des éléments caractéristiques de la fonction $X \mapsto aX^2 + bX + c$. Aucune formule n'est attendue. On déterminera l'axe de symétrie par exemple en résolvant l'équation $f(X) = c$.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 2 pour trouver ses racines et étudier son signe.

## Croissance ~~Variation~~ exponentielle

Les suites géométriques modélisent des grandeurs discrètes dont le taux d'évolution est constant. Les fonctions exponentielles sont présentées comme un prolongement des suites géométriques de raison positive à des valeurs non entières positives.

Dans le cadre d'une approche différenciée de cette introduction, il est possible :

- de se limiter au recours à la calculatrice pour obtenir la valeur de $a^x$ pour tout réel positif $x$ ;
- de « compléter » le nuage de points représentant une suite géométrique pour obtenir la courbe d'une fonction continue ;
- d'ajouter des « points intermédiaires » à ce nuage par dichotomies successives (moyenne arithmétique des abscisses et moyenne géométrique des ordonnées) à l'aide d'un tableur ;
- de commencer par définir la racine $n$-ième d'un réel positif, puis de construire les puissances à exposant rationnel positif afin de conserver les propriétés des fonctions puissances entières étudiées en seconde.

Les propriétés algébriques des fonctions exponentielles sont admises, par extension des propriétés des puissances entières.

Les professeurs peuvent mettre en parallèle le sens de variation des fonctions exponentielles et celui des suites géométriques.

| Situations et problèmes | Contenus mathématiques |
|---|---|
| **Sciences de la vie**<br>Élimination d'une substance dans le sang.<br>**Dénombrement**<br>Motifs géométriques évolutifs (triangle de Sierpinski, etc.).<br>Éducation économique, financière et budgétaire.<br>Emprunt, placement à intérêts composés, gestion d'une dette, croissance d'un poste budgétaire.<br>**Éducation économique, financière et budgétaire**<br>Valeur au bout d'une fraction d'annuité d'un capital placé à intérêts composés à taux annuel constant.<br>**Économie, géographie**<br>Analyse comparée de l'accroissement d'une population et des ressources alimentaires (modèle de Malthus).<br>**Sciences sociales**<br>Modélisation simplifiée de la propagation d'une rumeur (cascades verticales).<br>**Physique et sciences de la vie et de la Terre**<br>Nombre de noyaux radioactifs présents dans un échantillon au bout d'une fraction de demi-vie.<br>Applications à la médecine et à la datation par le carbone 14.<br>**Sciences de la vie**<br>Taux de reproduction R0 d'un virus lors d'une épidémie. | **Suites géométriques à termes strictement positifs**<br>Définition par relation de récurrence.<br>Explicitation du terme de rang $n$.<br>Sens de variation.<br>Représentation graphique.<br><br>**Fonctions exponentielles**<br>Introduction de la fonction $x \mapsto a^x$ ($a > 0$, $x \geqslant 0$).<br>Propriétés algébriques (admises, par extension des propriétés des puissances entières).<br>Variations.<br>Représentation graphique.<br>Cas particulier de l'exposant .<br>Taux d'évolution moyen correspondant à $n$ évolutions successives. |

*Capacités attendues*

- Reconnaitre un phénomène discret ou continu de croissance ou décroissance exponentielle et savoir le modéliser.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite géométrique définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Calculer un taux d'évolution moyen.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite géométrique ou d'une fonction exponentielle.
- Estimer les ordres de grandeur d’une quantité en croissance ou décroissance exponentielle.
- Résoudre un problème de seuil dans le cas d'une croissance ou décroissance exponentielle par le calcul, à l'aide d'une représentation graphique ou en utilisant un outil numérique.

**~~Variation instantanée, variation globale~~**

~~La notion de dérivée est utilisée pour étudier les variations de certains phénomènes.~~
~~On met en évidence par des zooms successifs qu'une courbe donnée a localement l'apparence d'une droite. Après cette sensibilisation, le nombre dérivé peut être présenté, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, comme étant le coefficient directeur de la tangente, position limite des sécantes passant par le point considéré.~~
~~Dans le cadre de la différenciation, ce nombre peut aussi être introduit en considérant la vitesse instantanée d'un mobile à un instant donné.~~
~~L'approche graphique se prolonge globalement dans la découverte du lien entre le signe de la fonction dérivée et les variations de la fonction.~~
~~Parmi les outils mathématiques permettant de traiter des problèmes d'optimisation, l'un des plus simples et des plus efficaces est le signe de la fonction dérivée. Pour identifier un extremum, la seule analyse du tableau de variation suffit.~~
~~Dans le cas de fonctions donnant lieu à des calculs complexes, on peut recourir à un logiciel de calcul formel qui permet d'obtenir ou de factoriser la dérivée afin de résoudre le problème posé.~~
~~On peut s'appuyer sur des données réelles en utilisant un tableur pour modéliser leur évolution globale à l'aide d'une courbe de tendance polynomiale et étudier leurs variations.~~

| **~~Situations et problèmes~~** | **~~Contenus mathématiques~~** |
| --- | --- |
| **~~Sciences de la vie~~**<br>~~Courbe de croissance d'un enfant.~~<br>**~~Physique~~**<br>~~Vitesse instantanée d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne.~~<br>**~~Chimie~~**<br>~~Vitesse d'apparition d'un produit ou de disparition d'un réactif dans une réaction chimique.~~<br>**~~Économie~~**<br>~~Coût marginal défini comme la variation du coût total induite par la production et la vente d'une unité supplémentaire, et modélisé par la dérivée du coût total.~~ | **~~Variation instantanée (nombre dérivé)~~**<br>~~Tangente à une courbe en un point.~~<br>~~Nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.~~ |
| **~~Économie~~**<br>~~Modélisation par une fonction du coût de production et du chiffre d'affaires d'une entreprise, étude du bénéfice.~~<br>~~Optimisation des dimensions d'un emballage pour en réduire le coût.~~ | **~~Variation globale (fonction dérivée)~~**<br>~~Fonction dérivée.~~<br>~~Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la fonction dérivée sur un intervalle.~~<br>~~Dérivée des fonctions constante, identité, carré et cube.~~<br>~~Dérivée d'une somme, du produit par un nombre réel.~~<br>~~Application à la dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.~~<br>~~Tableau de variation, à l'aide si besoin d'un logiciel de calcul formel.~~ |

**~~Capacités attendues~~**
~~Interpréter le nombre dérivé dans le cadre d'un modèle d'évolution.~~
~~Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.~~
~~Décrire les variations d'un phénomène en mobilisant la dérivée d'une fonction.~~
~~Déterminer le sens de variation d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à trois (la forme factorisée de la dérivée pourra être donnée).~~
~~Prévoir l'évolution d'un phénomène grâce à l'étude de la dérivée d'une fonction.~~