

## La planche de Galton

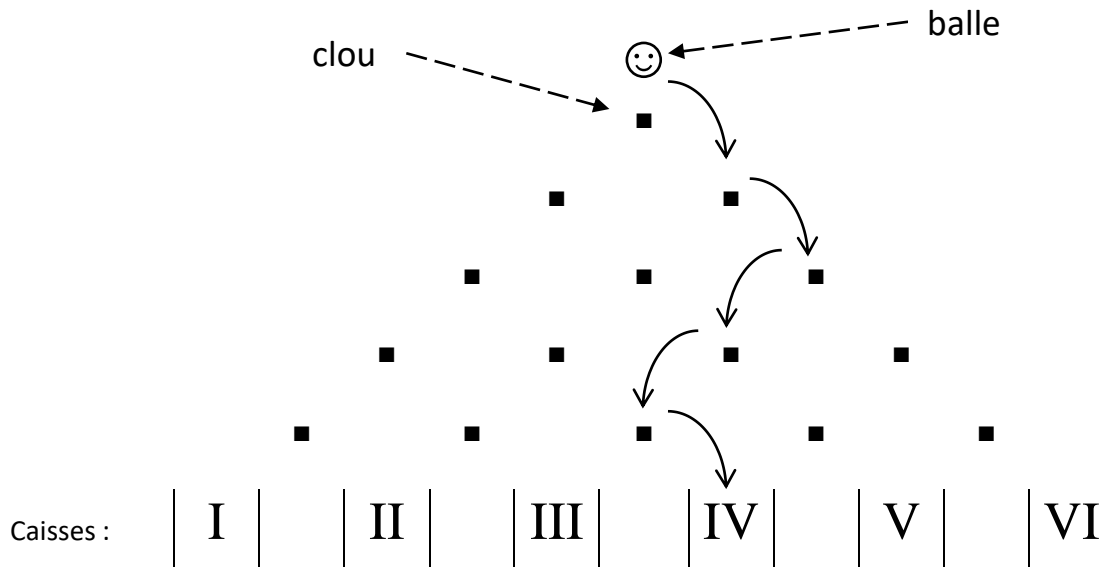
<b>Niveau :</b>	3 <sup>ème</sup>		
<b>Notions travaillées :</b>	Lien entre probabilité et fréquence		
<b>Pré requis :</b>	Calculs de probabilités simples et calculs de fréquences		
<b>Rôle de l'activité</b>	<input checked="" type="checkbox"/> découverte	<input type="checkbox"/> remédiation	<input type="checkbox"/> application concrète
<b>Modalités de travail :</b>	<input type="checkbox"/> individuel	<input checked="" type="checkbox"/> en binômes	<input type="checkbox"/> en groupes
<b>Matériel nécessaire :</b>	Planches de Galton en bois, ordinateur.		
<b>Description de l'activité :</b>	Activité en plusieurs étapes. 1. Test de la planche de Galton pour comprendre le fonctionnement et évaluation empirique des résultats. 2. Simulation d'un très grand nombre de lancers avec le tableur. 3. Etude théorique de la probabilité de chaque case. 4. Lien avec la fréquence en augmentant le nombre de lancers sur tableur		
<b>Prolongements possibles :</b>	Lien avec la courbe de Gauss et les statistiques.		

# La planche de Galton

La planche de Galton est une planche inclinée constituée de clous.

On fait glisser une balle à partir du haut de la planche, celle-ci descend en rebondissant sur les clous et finit par tomber dans l'une des caisses situées en bas de la planche et numérotées de I à VI.

(La planche de Galton peut être plus grande de manière à ce qu'il y ait un plus grand nombre de caisses en bas)



## I/ Simulation de l'expérience :

1. Est-ce une expérience aléatoire ?
2. Effectuer 5 fois chacun l'expérience et noter les numéros des caisses qui réceptionnent votre balle.

Quels sont les numéros qui semblent revenir le plus souvent dans votre groupe ?

3. Ouvrir le fichier « *TP Galton 3<sup>ème</sup>* ». Simuler 10 fois l'expérience sur l'ordinateur, en appuyant sur le bouton mise à zéro. Calculer la fréquence de réception de chaque caisse sur vos 10 tests et compléter le tableau suivant :

Rappel :  $\text{fréquence de la caisse } I = \frac{\text{nombre de balles dans la caisse } I}{\text{nombre total de balles lancées}}$

NUMERO Caisse	I	II	III	IV	V	VI
Effectifs						
Fréquence						

4. Ouvrir le fichier « *TP Galton 3<sup>ème</sup>* ». Aller sur le deuxième onglet du fichier : « 100 simulations ». Appuyez sur le bouton mise à zéro. Cela lance 100 simulations successives. Vous voyez alors apparaître le nombre de balles tombées dans chaque caisse au cours des 100 simulations. Quelles sont les caisses les plus remplies ?

Recommencer plusieurs fois cette expérience pour comparer les résultats.

## II/ Etude de l'expérience :

### Caisse n°I :

Lorsqu'une balle tombe dans la 1<sup>ère</sup> caisse, elle décrit un chemin depuis le haut de la planche.

Sur le schéma suivant, dessiner (avec des couleurs différentes) tous les chemins menant à la caisse n°I. Combien y-en-a-t-il ?

### Caisse n°II :

Sur le deuxième schéma, dessiner (avec des couleurs différentes) tous les chemins menant à la caisse n°II. Combien y-en-a-t-il ?

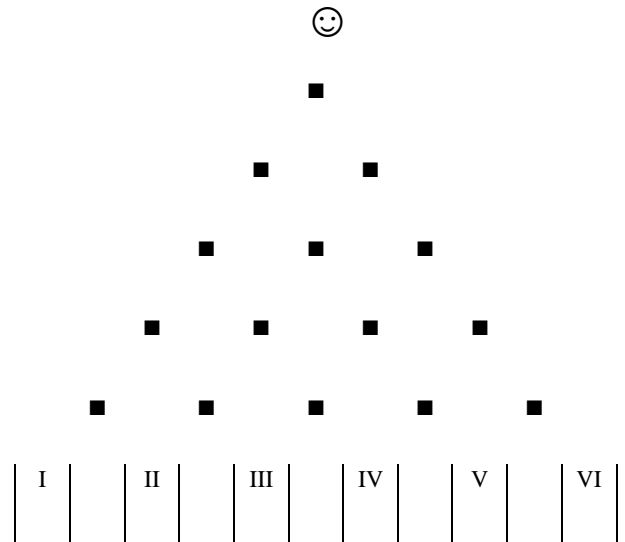
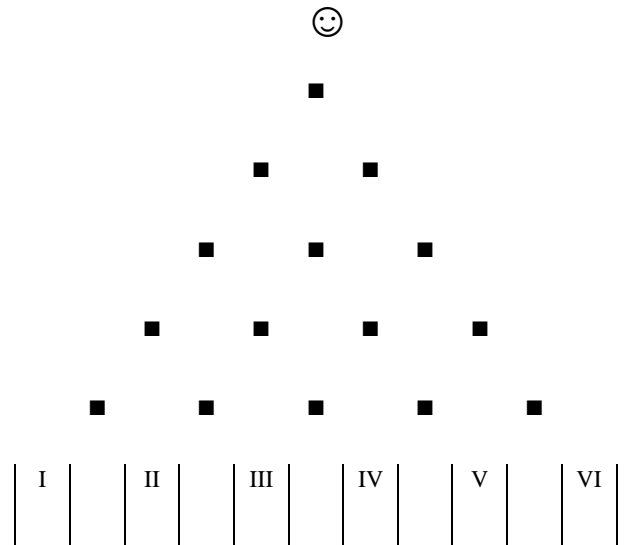
Combien y-en-a-t-il ?

Un chemin peut-être associé à une suite de 5 lettres constituée de G (gauche) ou D (droite).

En effet, à chaque clou de la planche, la balle a la même chance de tomber à droite ou à gauche du clou sur lequel elle est.

Son trajet est donc une succession de 5 choix de directions.

exemple : sur le 1<sup>er</sup> schéma de la page de gauche : la séquence de lettres associée au chemin dessiné est : DDGGD



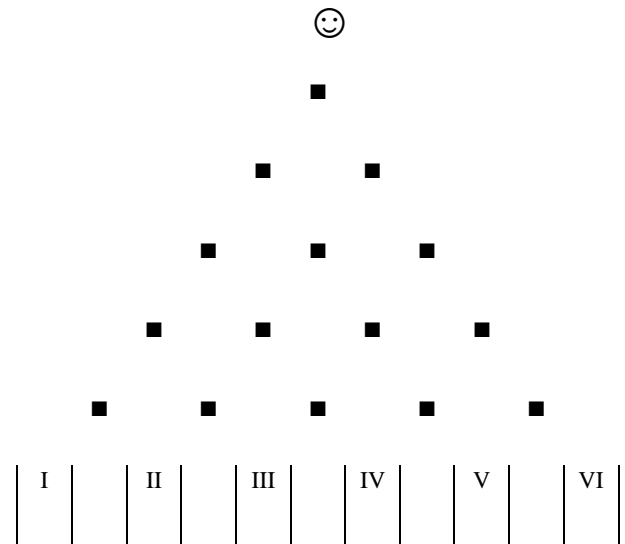
Pour que la balle tombe dans la caisse II, combien y-aurait-il de fois la lettre D dans une séquence ?  
A chaque chemin dessiné, écrire ci-dessous, la séquence de lettres correspondantes (de la même couleur).

**Caisse n°III :** Combien de chemins mènent à cette caisse?

Dessiner les chemins

Ou

Trouver toutes les séquences de lettres qui seraient associées à un chemin menant à la caisse III.



Combien y-en-a-t-il ?

**Caisses n°IV ; V ; VI :**

A l'aide d'une remarque ingénieuse, pourriez-vous sans avoir à faire le raisonnement précédent dire combien de chemins mènent à chaque caisse?

**Calculs de probabilités :**

- Quel est le nombre total de chemins possibles au départ pour la balle ?
- Calculer la probabilité de l'évènement suivant : « la balle tombe dans la caisse n°. ... » pour chaque caisse.

P(Caisse I) =

P(Caisse II) =

P(Caisse III) =

P(Caisse IV) =

P(Caisse V) =

P(Caisse VI) =

### **III/Relation entre fréquence et probabilité :**

1. Passer sur le troisième onglet du fichier : « 100 simulations + graphique ». Appuyer sur le bouton mise à zéro. Observer les effectifs et les fréquences associées à chaque caisse.

Quelle sont les caisses les plus remplies ?

Noter les fréquences obtenues dans le tableau suivant et les comparer avec les probabilités trouvées juste avant.

Numéro Caisse	I	II	III	IV	V	VI
Fréquence						
Probabilité théorique						

2. Lancer plusieurs fois 100 nouvelles simulations et observer le graphique qui représente les fréquences de chaque caisse. Varient-elles beaucoup d'un essai à l'autre ?

3. Nous allons maintenant tenter l'expérience en augmentant progressivement le nombre de simulations.

Pour cela, appuyez sur « mise à zéro » puis sur la touche F9, le total monte à 200, puis encore 3 fois sur F9 (lentement).

Observer le graphique et compléter le tableau suivant pour 100 ; 200 ; 500 ; 1000 ; 2000 simulations.

Numéro Caisse	I	II	III	IV	V	VI
Fréquence pour 100 lancers						
Fréquence pour 200 lancers						
Fréquence pour 500 lancers						
Fréquence pour 1000 lancers						
Fréquence pour 2000 lancers						
Probabilité théorique						

4. Quelle relation y-a-t-il donc entre la fréquence et la probabilité ?

### **IV/Pour aller plus loin ...:**

On travaille maintenant avec une planche de Galton plus longue qui se termine par 10 caisses.

On recherche les probabilités associées à la réception d'une balle pour chaque caisse.

A partir des séquences de lettres (D et G) associées à chaque chemin, compter le nombre de chemins menant à chaque caisse.

Puis calculer les probabilités demandées.