

## La planche de Galton

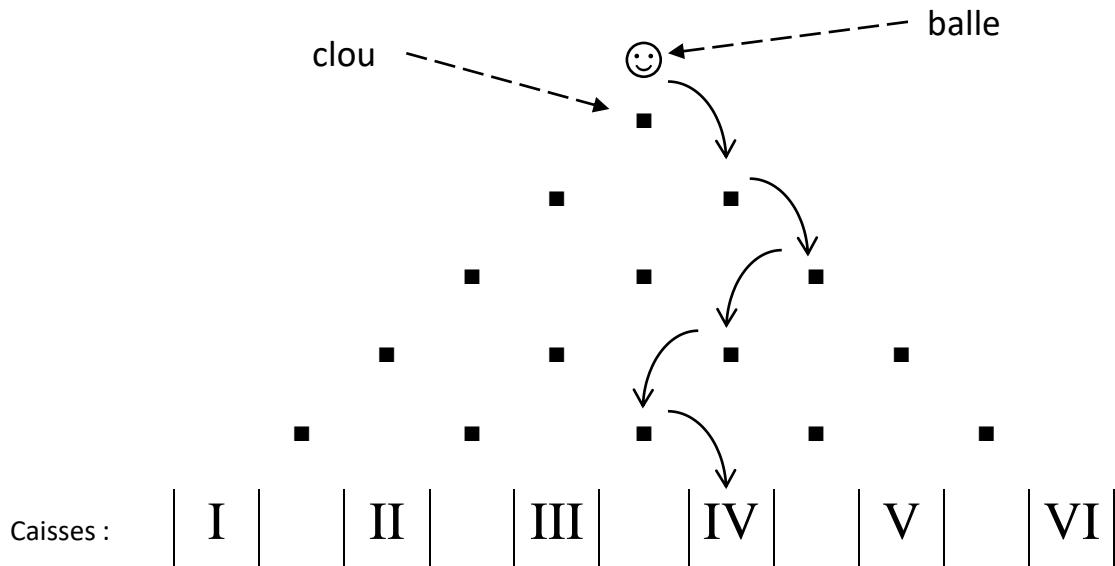
Niveau :	3 <sup>ème</sup>		
Notions travaillées :	Lien entre probabilité et fréquence		
Pré requis :	Calculs de probabilités simples et calculs de fréquences		
Rôle de l'activité	<input checked="" type="checkbox"/> découverte	<input type="checkbox"/> remédiation	<input type="checkbox"/> application concrète
Modalités de travail :	<input type="checkbox"/> individuel	<input checked="" type="checkbox"/> en binômes	<input type="checkbox"/> en groupes
Matériel nécessaire :	Planches de Galton en bois, ordinateur.		
Description de l'activité :	<p>Activité en plusieurs étapes.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Test de la planche de Galton pour comprendre le fonctionnement et évaluation empirique des résultats.</li><li>2. Simulation d'un très grand nombre de lancés avec le tableur.</li><li>3. Etude théorique de la probabilité de chaque case.</li><li>4. Lien avec la fréquence en augmentant le nombre de lancers sur tableur</li></ol>		
Prolongements possibles :	Lien avec la courbe de Gauss et les statistiques.		

# La planche de Galton

La planche de Galton est une planche inclinée constituée de clous.

On fait glisser une balle à partir du haut de la planche, celle-ci descend en rebondissant sur les clous et finit par tomber dans l'une des caisses situées en bas de la planche et numérotées de I à VI.

(La planche de Galton peut être plus grande de manière à ce qu'il y ait un plus grand nombre de caisses en bas)



## I/ Simulation de l'expérience :

1. Est-ce une expérience aléatoire ?
  
2. Effectuer 5 fois chacun l'expérience et noter les numéros des caisses qui réceptionnent votre balle.

Quels sont les numéros qui semblent revenir le plus souvent dans votre groupe ?

3. Ouvrir le fichier « TP Galton 3<sup>ème</sup> » .

Simuler 10 fois l'expérience sur l'ordinateur, en appuyant sur le bouton mise à zéro.

Calculer la fréquence de réception de chaque caisse sur vos 10 tests et compléter le tableau suivant :

Rappel :      **fréquence de la caisse I =  $\frac{\text{nombre de balles dans la caisse I}}{\text{nombre total de balles lancées}}$**

<i>NUMERO Caisse</i>	I	II	III	IV	V	VI
<i>Effectifs</i>						
<i>Fréquence</i>						

4. Ouvrir le fichier « *TP Galton 3<sup>ème</sup>* ». Aller sur le deuxième onglet du fichier : « 100 simulations ». Appuyez sur le bouton mise à zéro.  
Cela lance 100 simulations successives. Vous voyez alors apparaître le nombre de balles tombées dans chaque caisse au cours des 100 simulations.  
Quelles sont les caisses les plus remplies ?

Recommencer plusieurs fois cette expérience pour comparer les résultats.

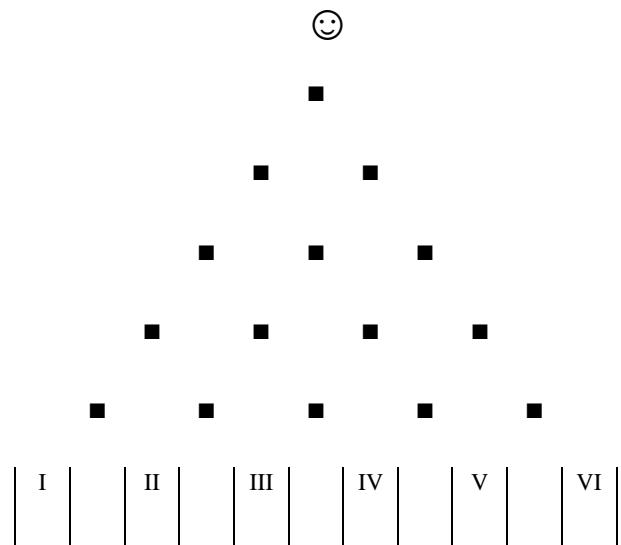


## II/ Etude de l'expérience :

### Caisse n°I :

Lorsqu'une balle tombe dans la 1<sup>ère</sup> caisse, elle décrit un chemin depuis le haut de la planche.

Sur le schéma suivant, dessiner (avec des couleurs différentes) tous les chemins menant à la caisse n°I.  
Combien y-en-a-t-il ?



### Caisse n°II :

Sur le deuxième schéma, dessiner (avec des couleurs différentes) tous les chemins menant à la caisse n°II.

Combien y-en-a-t-il ?

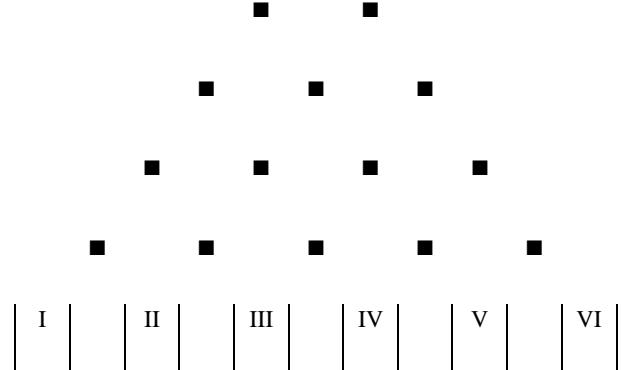
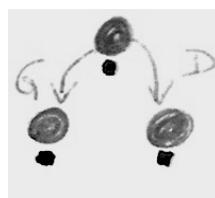


*Un chemin peut-être associé à une suite de 5 lettres constituée de G (gauche) ou D (droite).*

*En effet, à chaque clou de la planche, la balle à la même chance de tomber à droite ou à gauche du clou sur lequel elle est.*

*Son trajet est donc une succession de 5 choix de directions.*

*exemple : sur le 1<sup>er</sup> schéma de la page de gauche : la séquence de lettres associée au chemin dessiné est : DDGGD*



Pour que la balle tombe dans la caisse II, combien y-aurait-il de fois la lettre D dans une séquence ?  
A chaque chemin dessiné, écrire ci-dessous, la séquence de lettres correspondantes (de la même couleur).

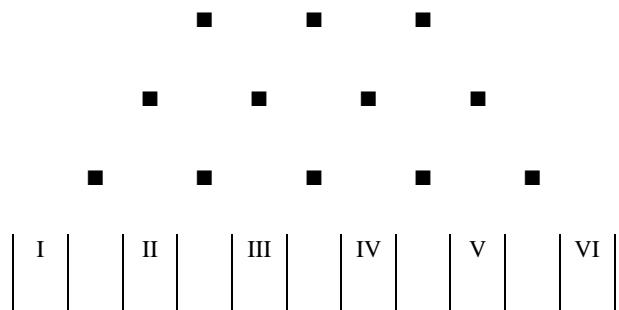
**Caisse n°III :** Combien de chemins mènent à cette caisse?



Dessiner les chemins

Ou

Trouver toutes les séquences de lettres qui seraient associées  
à un chemin menant à la caisse III.



Combien y-en-a-t-il ?

### **Caisses n°IV ; V ; VI :**

A l'aide d'une remarque ingénieuse, pourriez-vous sans avoir à faire le raisonnement précédent dire combien de chemins mènent à chaque caisse?

### **Calculs de probabilités :**

- Quel est le nombre total de chemins possibles au départ pour la balle ?
- Calculer la probabilité de l'évènement suivant : « la balle tombe dans la caisse n°.... » pour chaque caisse.

$$P(\text{Caisse I}) =$$

$$P(\text{Caisse IV}) =$$

$$P(\text{Caisse II}) =$$

$$P(\text{Caisse V}) =$$

$$P(\text{Caisse III}) =$$

$$P(\text{Caisse VI}) =$$

### **III/Relation entre fréquence et probabilité :**

- Passer sur le troisième onglet du fichier : « 100 simulations + graphique ». Appuyer sur le bouton mise à zéro. Observer les effectifs et les fréquences associées à chaque caisse.  
Quelle sont les caisses les plus remplies ?

Noter les fréquences obtenues dans le tableau suivant et les comparer avec les probabilités trouvées juste avant.

Numéro Caisse	I	II	III	IV	V	VI
Fréquence						
Probabilité théorique						

- Lancer plusieurs fois 100 nouvelles simulations et observer le graphique qui représente les fréquences de chaque caisse. Varient-elles beaucoup d'un essai à l'autre ?
- Nous allons maintenant tenter l'expérience en augmentant progressivement le nombre de simulations.  
Pour cela, appuyez sur « mise à zéro » puis sur la touche F9, le total monte à 200, puis encore 3 fois sur F9 (lentement).

Observer le graphique et compléter le tableau suivant pour 100 ; 200 ; 500 ; 1000 ; 2000 simulations.

Numéro Caisse	I	II	III	IV	V	VI
Fréquence pour 100 lancers						
Fréquence pour 200 lancers						
Fréquence pour 500 lancers						
Fréquence pour 1000 lancers						
Fréquence pour 2000 lancers						
Probabilité théorique						

- Quelle relation y-a-t-il donc entre la fréquence et la probabilité ?

### **IV/Pour aller plus loin ....:**

On travaille maintenant avec une planche de Galton plus longue qui se termine par 10 caisses.

On recherche les probabilités associées à la réception d'une balle pour chaque caisse.

A partir des séquences de lettres (D et G) associées à chaque chemin, compter le nombre de chemins menant à chaque caisse.

Puis calculer les probabilités demandées.