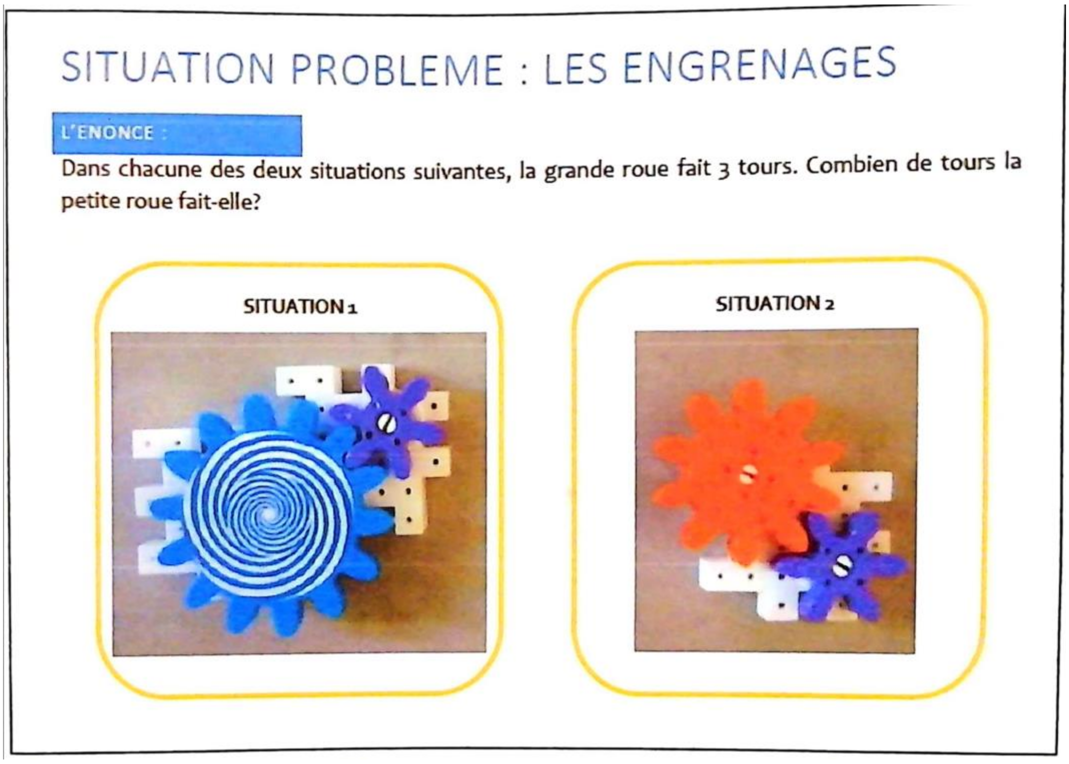
Les engrenages

Niveau :	3ème		
Notions travaillées :	Divisibilité. Modéliser des problèmes de nécessitant la recherche de multiples, notamment des problèmes de conjonction de phénomènes périodiques.		
Prérequis :	**Multiples et diviseurs.** **Décomposition en produits de facteurs premiers.**		
Rôle de l'activité	☐**découverte**	☐**remédiation**	☐**application concrète**
Modalités de travail :	☐**individuel**	☐**en binômes**	☐**en groupes**
Matériel nécessaire :	Une boîte d'engrenages qu'il faut acheter (environ 25 €)		
Description de l'activité :	Le travail autour des engrenages s'étale sur 3 séances, afin que les élèves aient le temps de s'approprier le matériel, et la situation.		
Prolongements possibles :	Réévaluation de la capacité à modéliser dans une autre situation de conjonction de phénomène périodique.		

Séance 1 : 30 min

Dans le cahier d'exercices :


SITUATION PROBLEME : LES ENGRENAGES

L'ENONCE :

Dans chacune des deux situations suivantes, la grande roue fait 3 tours. Combien de tours la petite roue fait-elle?

SITUATION 1

SITUATION 2

Mise en œuvre :

Les élèves, installés en îlots, disposent du matériel de manipulation pour seulement l'une des deux configurations.

1. Temps de travail individuel : 5min
   - Explicitation de la consigne + temps de questions : 5 à 10 min.
   - Vocabulaire : roue, engrenage, dent, tour, contact ?

- Est-ce que la petite roue fait aussi 3 tours ?
- Est-ce que les deux roues tournent à la même vitesse ? vitesse de rotation.
- Quelle roue tourne le plus vite ?
- La petite roue fait-elle plus ou moins de 3 tours ?

2. Temps de travail en groupe : 10 min.
3. Correction : 5 min. Bilan à écrire dans le cahier d'exercices :

Lorsqu'on multiplie le nombre de tours par le nombre de dents de la petite roue, on trouve le même résultat que lorsqu'on multiplie le nombre de tours par le nombre de dents de la grande roue.
Pour la 1ère configuration :
Grande roue : 3x10=30 Il y a 30 contact entre la petite roue et la grande roue.
Petite roue : 6x ?=30   30 :6=5. La petite roue fait 5 tours .

Séance 2 : 5 min

Question Flash :
A partir de la vidéo du document d'accompagnement sur la divisibilité : 2 roues
http://videos.education.fr/MENESR/eduscol.education.fr/2016/Ressources2016/Math/arithmetique-initiative-ca-roule-video1.mp4

Séance 3 : 50 min

A partir de la vidéo du document d'accompagnement sur la divisibilité : les pastilles
http://videos.education.fr/MENESR/eduscol.education.fr/2016/Ressources2016/Math/arithmetique-initiative-ca-roule-video3.mp4

Les élèves sont disposés en îlots. Sur chaque îlot, les élèves disposent de l'un des deux engrenages de la séance 1 et d'un feutre effaçable pour simuler la position des pastilles.

1. Vidéo + temps de travail individuel : 5 min
2. Reformulation de la consigne + temps de questions : 5 min.
   - Est-ce la même question que la dernière fois ?
   - Qu'est-ce que ça signifie « être dans la même position » ?...alignement. Les pastilles peuvent-elles être alignées plusieurs fois ?Attente d'un nombre minimum. Réponse intermédiaire intéressante.
   - Quel type de réponse attend-on ?
   - A-t-on le matériel qui permet de répondre à la question ?
   - Ecrire toute la recherche, les calculs effectués dans le cahier d'exercices. Chercher la méthode la plus efficace de répondre à la question.
3. Temps de travail en groupe : 20 min.

Coups de pouce, aides et étayage apportés par l'enseignant pour permettre à tous les élèves de rentrer dans la situation de recherche :
- Combien de dents sur chaque roue ?
- Restreindre le problème à l'étude des deux premières roues, ou à l'étude des deux dernières.
- Quand la première roue fait un tour, combien de pastilles sont dans la même position qu'au départ ? Pourquoi ?
- A quelle condition 2, ou 3 pastilles se retrouvent-elles dans la position de départ ?
- Pour chaque roue, combien y a-t-il de contacts avec sa(ses) voisines lorsqu'elle fait un tour ? 2 tours ?

- Vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=E0HkXU23sxw

Quelle roue tourne le plus vite ? Quand la roue rouge fait un tour, qu'en est-il de la roue jaune ? Pourquoi ? Et pour 2 tours ? 3 tours ?

4. Bilan : 10 min

Pour que chaque roue se retrouve dans sa position de départ, il faut que chacune d'entre elles ait fait un nombre de tours entier. Il faut donc trouver le plus petit multiple commun à 6, 8 et 10

Représentation sous forme d'un tableau « de répétition » :

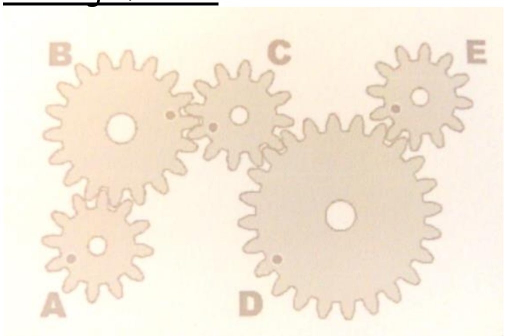
On utilise la décomposition en produit de facteurs premiers :

$6 = 2 \times 3$ $\qquad 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $\qquad 10 = 2 \times 5$

On prend l'exposant le plus fort pour chaque nombre premier : $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ contacts, ce qui fait 15 tours pour la roue orange.

	A	B	C	D
1		La roue orange revient en position de départ aux contacts n°	La roue bleue revient en position de départ aux contacts n°	La roue violette revient en position de départ aux contacts n°
2	1	8	10	6
3	2	16	20	12
4	3	24	30	18
5	4	32	40	24
6	5	40	50	30
7	6	48	60	36
8	7	56	70	42
9	8	64	80	48
10	9	72	90	54
11	10	80	100	60
12	11	88	110	66
13	12	96	120	72
14	13	104	130	78
15	14	112	140	84
16	15	120	150	90
17	16	128	160	96
18	17	136	170	102
19	18	144	180	108
20				

<u>Prolongements :</u>



1) Le module d'engrenages ci-contre est mis en place de sorte que les 5 pastilles se trouvent au niveau des points de contact. Combien de tours, au minimum, doit faire la roue dentée A pour revenir à sa position de départ ?
2) Et avec 4 roues de 12, 6, 18 et 9 dents ?
3) Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. A minuit, elles s'allument ensemble. Détermine l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.