

Manipuler en mathématiques :
Apprendre l'addition et la soustraction des nombres relatifs:

1 - Séquence d'apprentissage de l'addition

Prérequis : deux opposés s'annulent.

Matériel : les chevaliers relatifs (voir dernière page).

Les nombres négatifs sont représentés par les chevaliers bleus et les positifs par les rouges. Lorsqu'on assemble deux chevaliers de couleur différente, ça forme un zéro.



Exercice 1:

Dans la guerre chez les relatifs, l'armée des négatifs affronte l'armée des positifs. Dans ce combat sans pitié, la règle est toujours la même:

- tous les chevaliers sont de force égale.
- 1 positif et 1 négatif se neutralisent mutuellement.

Plusieurs combats ont lieu dans différents endroits. Dans chaque cas, donne le nombre de survivants en précisant leur armée.

- 3 positifs et 2 négatifs
- 4 positifs et 7 négatifs
- 5 positifs et 5 négatifs
- 3 négatifs et 2 négatifs

Mise en œuvre:

L'enseignant présente le contexte. Les élèves disposent de 10 soldats positifs et 10 soldats négatifs. Ils manipulent les jetons par groupes de 2, pendant 5 minutes, puis la représentation du premier combat sous forme de jetons est affichée au tableau, et corrigée pour lever les difficultés liées à la compréhension de la consigne.

Les élèves poursuivent les 3 calculs suivants par groupes de 2.

Exercice 2:

Même énoncé.

- 8 négatifs et 5 positifs.
- 6 positifs et 5 positifs
- 13 négatifs et 15 positifs.
- 21 négatifs et 17 positifs
- 34 négatifs et 18 négatifs.

Mise en œuvre:

Les élèves disposent toujours du matériel de manipulation mais les nombres choisis ne permettent plus de s'en servir dès le deuxième combat. Il y a un temps de correction collective durant lequel différentes procédures d'élèves sont présentées à la classe:

- Représentation par dessin des chevaliers
- Représentation schématique
- premières formulations de techniques de calcul.

Les élèves décrivent ou commentent les actions conduites dans la phase précédente. Dans cette étape de formulation, toutes les propositions doivent être acceptées. L'enseignant assure les conditions nécessaires à des échanges langagiers sans intervenir si ce n'est pour des relances ou d'éventuelles demandes de reformulation. Il veille aussi si possible à distribuer la parole à toutes et à tous afin de ne pas priver qui que ce soit d'expression, quelle que soit la validité de son contenu.

L'enseignant met en valeur l'intérêt de schématiser plutôt que de dessiner. Les élèves peuvent continuer avec des schémas ou avec une méthode experte selon leur niveau de compréhension et d'acquisition de la notion d'addition de nombres relatifs.

Exercice 3:

Même énoncé. **Illustre ta démarche**

- 5 négatifs et 3 négatifs
- 7 négatifs et 7 positifs

- 10 positifs et 8 négatifs
- 8 positifs et 5 positifs.
- 13 négatifs et 19 positifs

Pour ce qui ont fini tôt:

- 120 négatifs et 80 positifs.
- 136 négatifs et 248 positifs

Mise en œuvre:

Les élèves ne disposent plus du matériel de manipulation. Ils sont amenés à représenter le problème. Les derniers calculs doivent amener à verbaliser une procédure qui sera validée par l'enseignant. Celui-ci s'attachera à reformuler des propositions élèves dans un vocabulaire mathématique correct : il s'agit d'additions mettant en jeu des nombres positifs et des nombres négatifs. Pendant ce temps de concertation avec la classe les 5 calculs sont traduits sous formes d'additions de nombres relatifs.

Exercice 4:

Explique avec tes propres mots, la méthode utilisée pour additionner deux nombres relatifs.

Mise en œuvre:

Il s'agit juste pour chacun de s'approprier ce qui vient d'être dit, pas de mise en commun.

Exercice 5:

$$- 7 + (-2) =$$

$$- 10 + 12 =$$

$$6 + (-15) =$$

$$- 25 + 25 =$$

$$- 36 + 25 =$$

$$- 243 + 465 =$$

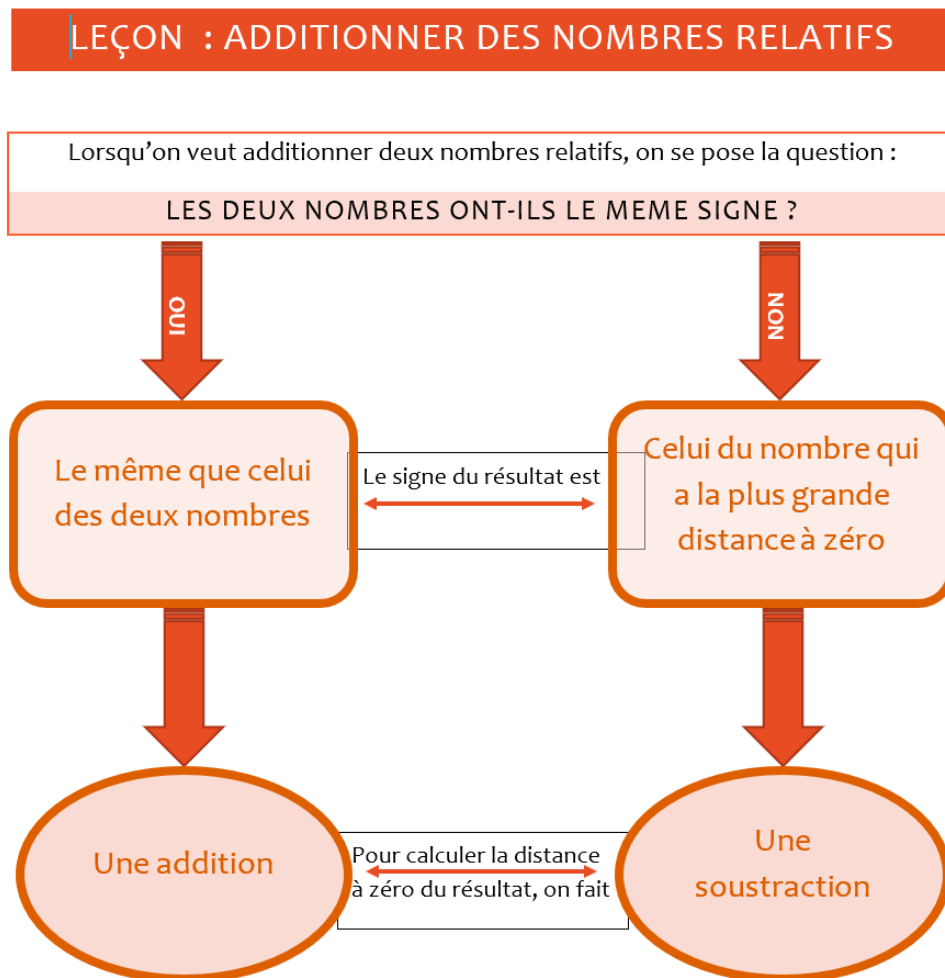
$$- 5,8 + 3 =$$

$$3,5 + (-6,7) =$$

$$- 2,5 + (-12,4) =$$

Le travail est poursuivi par une phase d'institutionnalisation suivie d'une ou deux séances d'entraînement, puis par des questions flash en début de séance qui consolident les apprentissages dans la durée. En lien avec les priorités opératoires, des additions de plus de 2 nombres seront également étudiées, en mettant en concurrence différentes stratégies de calcul. Une réactivation est proposée plusieurs semaines plus tard, par exemple sous forme de jeu

Une proposition d'institutionnalisation :



EXEMPLES

$3 + (-7)$
 $= 3 + (-3) + (-4)$
 $= -4$
 le signe est celui de -7, on a soustrait 3 à 7

$-8 + (-8) = -16$
 Les deux nombres sont de même signe, on garde le signe et on additionne les distances à zéro.

$-9 + 9 = 0$
 La somme de deux opposés est nulle

2 - Séquence d'apprentissage de la soustraction

Exercice 1:






Rangez vos jetons en reformant les zéros, et vérifiez que vous en avez 10 de chaque.

En utilisant vos jetons, trouvez le résultat de la soustraction $-7 - (+3)$.

Coup de pouce: On peut ajouter autant de zéros qu'on veut.

Mise en œuvre :

L'objectif de cet exercice est de comprendre comment utiliser le matériel de manipulation pour pouvoir répondre à la question. La mise en commun est axée sur la manipulation des jetons pour pouvoir faire la soustraction. On montre qu'on peut faire apparaître les 3 positifs qu'on veut enlever en ajoutant 3 zéros.

Etape 1 : Ce qu'on a	Etape 2 : On fait apparaître ce qu'on veut enlever en ajoutant des zéros	Etape 3 : on enlève les 3 positifs
	 	 

La comparaison de la 1^{ère} et de la dernière colonne permet de constater qu'en enlevant 3 positifs, on a bien ajouté 3 négatifs. Mais ce n'est pas encore un objectif à ce stade de l'activité...

Exercice 2:

Calcule.

$$-3 - (+6)$$

$$2 - (-6)$$

$$-3 - (-5)$$

$$-2 - 7$$

$$-4 - (-4)$$

$$2 - (-2)$$

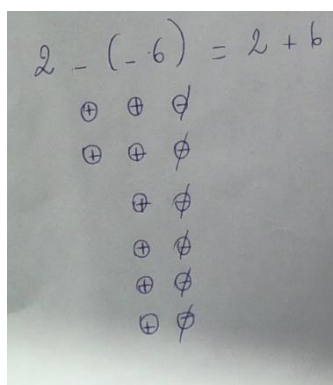
Illustre ta démarche

Mise en œuvre :

Par groupes de 4. L'enseignant circule pour aider à manipuler, et s'assurer que tous les enfants parviennent à utiliser le matériel de manipulation (et pas seulement un membre du groupe).

Pour $-2 - 7$: il aide à verbaliser « C'est deux négatifs auquel j'enlève 7 positifs ».

La correction est collective. Les choix de représentations sont comparés. On adopte un mode de représentation du type:



The image shows a handwritten mathematical representation on a piece of paper. At the top, the equation $2 - (-6) = 2 + 6$ is written. Below the equation, there are two rows of three circles each. The first row contains three circles with a plus sign (+). The second row contains three circles with a minus sign (-). To the right of these circles, there are three circles with a plus sign (+). This visual representation illustrates the process of subtracting a negative number by adding its opposite.

On écrit successivement la soustraction, l'addition et le résultat en s'appuyant sur les représentations.

$$-3 - (+6) = -3 + (-6) = -9$$

On laisse les élèves faire leurs remarques et constatations librement, sans chercher à amener de langage expert.

Exercice3: Calculer. Illustrer chaque calcul.

$-3 + (-2)$	
$-3 - (+2)$	
$2 + 6$	
$2 - (-6)$	
$-6 + (-9)$	
$-6 - 9$	

Mise en œuvre :

Individuel ou par groupes de 2, sans jetons.

Piste de différenciation: Chacun résout à son rythme. Pour les plus rapides: ils proposent des paires de calculs dans le même style que ceux de l'énoncé et demandent une validation du professeur avant de les présenter au tableau. Cette étape permettra de vérifier qu'ils ont bien compris la procédure. Les plus lents feront les premières questions et échangent (avec leurs camarades et leur professeur) pour la validation en classe entière. On vient à formuler "soustraire 2 c'est ajouter -2", etc pour chaque calcul

Exercice 4:

Explique avec tes propres mots la méthode utilisée pour soustraire un nombre relatif.

Exercice 5:

Transforme chaque soustraction en addition de l'opposé, puis calcule.

$-6 - 7$	$20 - 48$	$-3,2 - 2,4$
$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$
$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$
	$250 - 312$	
	$= \dots$	$-6,7 - (-2,5)$
$-13 - (-4)$	$= \dots$	$= \dots$
$= \dots$	$37 - (-50)$	$= \dots$
$= \dots$	$= \dots$	
	$= \dots$	

La phase d'institutionnalisation consiste en une trace écrite très courte « Pour soustraire un nombre relatif, j'ajoute son opposé » complétée de quelques exemples. Elle est suivie d'une ou deux séances d'entraînement, poursuivies dans le temps par des questions flash en début de séance, puis d'une réactivation, par exemple sous forme de jeu. En lien avec les priorités opératoires, des suites d'additions et de soustractions seront également étudiées, en élaborant des stratégies de calcul.



