

Exemples de mise en œuvre

Programme de mathématiques 4^e

+ - × ÷

Nombres et calculs

Opérations sur les nombres relatifs

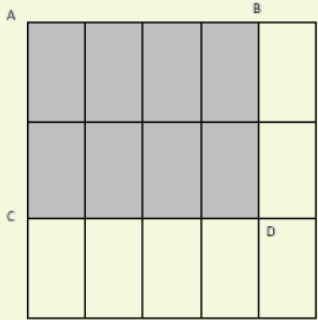
Automatismes

- Manipulation de sommes et différences de nombre relatifs.
- Opposé d'un nombre, somme des opposés.
- Entretien des tables de multiplication.
- Multiplier et diviser par 10, 100, 1000.
- Compléter des multiplications à trou : $5 \times \dots = 3$; faire le lien entre multiplication et division.
- Multiplication comme addition itérée : $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Multiplier deux nombres relatifs : d'abord dans le cas où un seul des facteurs est négatif, puis, grâce à la distributivité, dans le cas où les deux facteurs sont négatifs.	Le produit de deux nombres relatifs est introduit par étapes. Dans un premier temps, sur des exemples génériques, il est introduit avec des nombres entiers relatifs de signes différents par l'addition itérée et la commutativité de la multiplication. Exemple : $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = (-5) + (-5) + (-5) = -15$ Dans un second temps, la distributivité permet d'étendre le produit : • Aux nombres décimaux non entiers. Exemple : $3,7 \times (-4) + 3,7 \times 4 = 3,7 \times (-4 + 4) = 3,7 \times 0 = 0$ Donc $3,7 \times (-4)$ est l'opposé de $3,7 \times 4$. Donc $3,7 \times (-4) = -(3,7 \times 4) = -14,8$. • À deux nombres négatifs. Exemple : $(-7) \times (-4) + (-7) \times 4 = (-7) \times (-4 + 4) = -7 \times 0 = 0$ Donc $(-7) \times (-4)$ est l'opposé de $(-7) \times 4$. Donc $(-7) \times (-4) = -(-7 \times 4) = -(-28) = 28$. La règle des signes d'un produit est ensuite établie. On en déduit que multiplier un nombre par -1 revient à prendre son opposé. $(-1) \times \dots = -(1 \times \dots) = -(\dots)$ Afin de bien dissocier les règles de calculs entre l'addition, la soustraction et la multiplication, l'élève est rapidement confronté à des calculs du type : $-3 \times 4 + 5$; $(7 - 9) \times (-2)$.
Diviser deux nombres relatifs.	Le quotient de deux nombres relatifs est introduit à partir d'exemples de multiplications à trous et du prolongement de la définition du quotient de a par b, $b \neq 0$ (le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a), dans une démarche similaire à celle utilisée pour l'introduction de la soustraction. La règle des signes pour un quotient est démontrée à partir de celle qui régit le signe d'un produit.
Savoir calculer un enchaînement d'opérations avec des nombres relatifs. Utiliser le vocabulaire (somme, quotient, etc.) à partir d'un enchaînement d'opérations dans un programme de calcul et inversement.	L'élève mobilise les priorités opératoires et les règles de calculs sur les nombres relatifs pour calculer un enchaînement des quatre opérations. Par exemple : $(-3) + (-4) \times (+7)$ et $-5(2-7)$. L'élève utilise le vocabulaire (somme, quotient, etc.) à partir d'un enchaînement d'opération dans un programme de calcul et inversement.

Automatismes

- Addition et soustraction de fractions de dénominateurs quelconques mais simples.
- Comparaison de fractions.
- Savoir qu'une fraction est aussi le quotient : $\frac{3}{7}$ (le nombre, qui, multiplié par 7 donne 3, donc savoir que $7 \times \frac{3}{7} = 3$).
- Savoir que prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier la fraction par ce nombre.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Simplifier une fraction.	
Définir la notion de nombre rationnel : le quotient de deux nombres entiers relatifs. Exprimer l'opposé d'un nombre rationnel.	L'élève remarque qu'un nombre rationnel peut être entier, décimal ou ni entier et ni décimal. À partir d'exemples à valeurs génériques, on établit que $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ Par exemple : $\frac{4}{3} + \frac{-4}{3} = \frac{4-4}{3} = \frac{0}{3} = 0$ donc $\frac{4}{3}$ et $\frac{-4}{3}$ sont opposés. Donc que $\frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$.
Calculer le produit de nombres rationnels.	L'élève calcule le produit de deux nombres rationnels. La propriété est prouvée sur un exemple à valeur générique dont chaque étape est verbalisée, puis éventuellement dans le cas général. Par exemple pour calculer $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$: $\frac{2}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 2 donc $3 \times \frac{2}{3} = 2$ $\frac{5}{7}$ est le nombre qui multiplié par 7 donne 5 donc $7 \times \frac{5}{7} = 5$ On multiplie les deux égalités, membre à membre : $3 \times \frac{2}{3} \times 7 \times \frac{5}{7} = 2 \times 5$. $(3 \times 7) \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = (2 \times 5)$. On sait aussi que $(3 \times 7) \times \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = (2 \times 5)$ Donc $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$
Calculer et représenter la fraction d'une fraction, d'un nombre, d'une quantité.	 À l'aide d'un exemple à valeur générique, l'élève sait que la fraction d'une fraction se calcule par le produit des deux fractions. Par exemple, à partir d'un carré de côté 1 unité, on peut représenter $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$ et constater que cela représente $\frac{8}{15}$ du carré.
Définir l'inverse d'un nombre et connaître sa notation. Déterminer l'inverse d'une fraction.	L'élève sait que l'inverse de $a \neq 0$ est le nombre b qui multiplié par a donne 1. Notation $b = \frac{1}{a}$. Il sait que c'est aussi le quotient exact de 1 par a, le résultat de la division de 1 par a, c'est 1 divisé par a.

	$\frac{1}{a} \times a = a \times \frac{1}{a} = 1$ Il sait que, si a et b sont non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$. Ainsi $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ et $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$. La propriété est prouvée sur un exemple à valeur générique dont chaque étape est verbalisée, puis éventuellement dans le cas général.
Diviser des fractions.	Abordé par des exemples de multiplications à trou à valeurs génériques, l'élève apprend à diviser deux fractions. Par exemple, si $\frac{2}{3} \times a = \frac{7}{4}$ d'une part, $a = \frac{7}{4} \div \frac{2}{3}$, d'autre part, $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times a = \frac{7}{4} \times \frac{3}{2}$, soit $1 \times a = a = \frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$ L'élève sait que diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.
Calculer la valeur d'expressions comportant plusieurs opérations avec des fractions.	L'élève connaît les règles de priorité et effectue un enchaînement d'opérations sur les fractions du type : $\frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{9}{8} : 2 - \frac{3-5}{2}$.
Résoudre des problèmes mobilisant les opérations sur les fractions : addition, soustraction, multiplication, division, inverse.	L'élève utilise les fractions pour résoudre des problèmes du type : Léa a une tablette de chocolat et en mange les $\frac{3}{8}$. Ensuite, son frère Paul mange la moitié de ce qu'il reste. Qui a mangé le plus de chocolat ? Le lien est fait avec la résolution des problèmes vus en 5 ^e , à l'aide des schémas en barres.

Puissances

Automatismes

- Connaître et reconnaître les carrés parfaits des entiers de 0 à 12.
- Multiplier et diviser par 10, 100, 1000 ; savoir compléter $1200 = 1,2 \times \dots$
- Puissances simples : $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$.
- $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre																								
Définir les puissances d'exposant positif d'un nombre a.	Pour n entier naturel, l'élève écrit 10^n en écriture décimale et inversement. Par convention $10^0 = 1$.																								
Multiplier des puissances d'exposant entier naturel d'un même nombre entre elles.	En prenant appui sur un exemple à valeur générique, l'élève rencontre, par divisions successives, les exposants entiers négatifs. Par définition 10^{-n} est l'inverse de 10^n . ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 <table><thead><tr><th>Nombre</th><th>Ecriture</th><th>Exposant</th></tr></thead><tbody><tr><td>10^3</td><td>$10 \times 10 \times 10$</td><td>3</td></tr><tr><td>10^2</td><td>10×10</td><td>2</td></tr><tr><td>10^1</td><td>10</td><td>1</td></tr><tr><td>10^0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>10^{-1}</td><td>$0,1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$</td><td>-1</td></tr><tr><td>10^{-2}</td><td>$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$</td><td>-2</td></tr><tr><td>...</td><td></td><td></td></tr></tbody></table> 10^n est l'inverse de 10^{-n}.	Nombre	Ecriture	Exposant	10^3	$10 \times 10 \times 10$	3	10^2	10×10	2	10^1	10	1	10^0	1	0	10^{-1}	$0,1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$	-1	10^{-2}	$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$	-2	...		
Nombre	Ecriture	Exposant																							
10^3	$10 \times 10 \times 10$	3																							
10^2	10×10	2																							
10^1	10	1																							
10^0	1	0																							
10^{-1}	$0,1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$	-1																							
10^{-2}	$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$	-2																							
...																									
Multiplier des puissances d'un même exposant entier naturel de deux nombres entre elles.	L'élève connaît et utilise les préfixes pour le nom et l'écriture de mesures exprimées en puissance de 10 de certaines unités (espace de stockage informatique, production d'énergie électrique, etc.) et il fait le lien avec les conversions (1 kilo c'est 1000 fois plus que l'unité, 1 méga c'est 1000 fois plus que le kilo, etc.).																								

Résoudre des problèmes faisant intervenir des puissances	Sur des exemples à valeur générique et à partir de la définition, l'élève découvre les formules sur les produits ou quotients de puissances de 10. Pour m et n entiers $10^m \times 10^n = 10^{m+n} \text{ et } \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}.$ Par exemple $10^5 \times 10^{-3}$ et $\frac{10^5}{10^{-3}} = 10^5 \times \frac{1}{10^{-3}} = 10^5 \times 10^3$.
--	---

Racine carrée

Automatismes

- Donner les carrés des nombres entiers compris entre 0 et 12.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Comprendre et connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif.	L'élève donne, mentalement, la longueur du côté d'un carré quand son aire est un carré parfait inférieur ou égal à 144. Il sait répondre à une question comme : l'aire d'un carré est 81 cm^2, quelle est la longueur de son côté ? Pour cela, il peut verbaliser « Je cherche le nombre positif qui multiplié par lui-même donne 81 ; or $9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} = 81 \text{ cm}^2$ donc la longueur du côté est 9 cm ». Il passe ensuite de la verbalisation à l'écriture mathématique en écrivant : $c \times c = c^2 = 81 \text{ cm}^2$ donc $c = 9 \text{ cm}$. Sur des exemples génériques, on écrit que $11 \times 11 = 11^2 = 121$ donc $\sqrt{121} = 11$ car $11^2 = 121$. La propriété générale est ensuite donnée et admise : si a désigne un nombre positif, il existe un unique nombre entier positif dont le carré est a. On le note $\sqrt{a}$.
Encadrer la racine carrée d'un entier par deux nombres entiers consécutifs.	L'aire d'un carré étant donnée, on encadre la longueur de son côté par deux nombres entiers consécutifs. Ainsi si l'aire d'un carré est 20 cm^2 alors l'élève peut dire que le carré a une longueur comprise entre 4 cm et 5 cm car $4^2 = 16$ et $5^2 = 25$. L'élève encadre la racine carrée d'un nombre par deux nombres entiers consécutifs. Il utilise sa calculatrice pour en donner une valeur exacte ou approchée.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Découverte de l'existence de nombres irrationnels (lien entre l'aire d'un carré et la longueur d'un de ses côtés).
- $\sqrt{2}$ n'est pas décimal (démonstration par l'absurde en considérant le chiffre des unités).

Calcul littéral et algébrique

Automatismes

- Donner la valeur d'expressions numériques simples.
- Résoudre des équations du type $ax = c$ et $x + b = c$, où a, b et c sont des nombres.
- Écrire $3 \times x$ sous la forme $3x$ et savoir que $3x$ c'est $3 \times x$.
- Connaitre et utiliser : $1 \times x = x$; $x + x = 2x$; $x \times x = x^2$; $3x + 2x = 5x$; $3x \times 2x = 6x^2$.
- Donner le double, le triple, la moitié, le prédécesseur, le successeur, le carré d'un nombre.
- Tester si un nombre vérifie une égalité.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Produire des formules et tester leur vraisemblance : aires de formes géométriques simples, nombres pairs/impairs, etc.	Le travail sur les formules est consolidé (aire et périmètre d'un rectangle formé de carrés disposés côte à côte, maison avec des allumettes, carré bordé, etc.). L'élève écrit tout nombre pair sous la forme $2n$ et tout nombre impair sous la forme $2n + 1$ où n est un nombre entier. L'élève contrôle les formules qu'il produit et les solutions des problèmes. Il rencontre à nouveau à cette occasion la notion de contre-exemple.
Connaitre et utiliser la distributivité simple pour développer et factoriser une expression algébrique.	La propriété de la distributivité simple est formalisée et écrite dans les « quatre » sens $k(a + b)$ et $(a + b)k$ (aspect développement et aspect factorisation). L'élève l'utilise pour développer un produit, factoriser une somme, une différence, réduire une expression littérale. Il l'exploite pour du calcul mental. Le rôle du facteur -1 est explicité $-(4x - 2) = -1 \times (4x - 2) = -4x + 2$ (où on fait le lien avec la notion d'opposé). $x^2 - x = x \times x - x = x(x - 1)$. Réduire une expression littérale à une variable du type $-x - (5x - 2) ; 2x^2 - 3x + x^2$.
Utiliser le calcul algébrique pour produire des démonstrations.	L'élève mobilise le calcul littéral pour généraliser un résultat (par exemple : équivalence de programmes de calcul différents du type, la somme de 3 nombres entiers consécutifs est multiple de 3).
Résoudre une équation du premier degré du type $ax + b = c$. Mettre en équation un problème et le résoudre à l'aide d'une équation du premier degré du type $ax + b = cx + d$.	L'élève résout une équation du premier degré du type $ax + b = c$, où a, b et c sont des entiers relatifs et verbalise sa résolution. Le lien est fait avec le test d'une égalité. Le statut de lettre s'enrichit avec la notion d'inconnue. Le professeur fait le lien entre résolution d'équation et programmes de calcul. Quand l'élève a achevé son calcul, il contrôle son résultat.
Formuler des conjectures à l'aide d'un algorithme ou d'un tableur pour résoudre de manière exacte ou approchée une équation.	L'utilisation du tableur et la programmation d'algorithmes sont une aide à la formulation de conjecture et permettent la résolution, au moins approchée, d'équations.



Espace et géométrie

Transformations

Automatismes

- Construire le symétrique d'un point par demi-tour.

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre relatif.
- Repérer un nombre relatif sur une droite graduée.
- Dans le plan muni d'un repère orthogonal :
 - lire les coordonnées d'un point donné ;
 - placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître les solides : cube, pavé, cylindre, prisme droit.
- Connaître et utiliser les formules du volume d'un cube, d'un pavé, d'un prisme, d'un cylindre.
- Reconnaître la base d'un prisme donné en perspective cavalière.
- Savoir calculer l'aire des figures planes usuelles : triangle, rectangle, disque.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Reconnaître des solides (pyramide, cône de révolution).	L'élève comprend qu'un cône de révolution est obtenu par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de son angle droit.
Construire et mettre en relation différentes représentations des solides (pavé droit, cube, cylindre de révolution, prisme droit, pyramides et cônes de révolution).	Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide et d'un cône. La construction du patron d'une pyramide permet de retravailler le théorème de Pythagore. La construction du patron d'un cône permet de retravailler la proportionnalité entre l'angle au sommet et le périmètre de la base du cône, amenant à la simplification d'une fraction par le nombre π .
Connaître le volume de la pyramide et du cône de révolution.	L'élève connaît la formule du volume d'une pyramide et d'un cône de révolution et fait le lien entre les deux formules : $\text{Volume} = \frac{1}{3} \text{ aire de base} \times \text{hauteur}$. L'élève fait ou voit faire la manipulation de transvasement de liquide ou de sable du contenu de trois pyramides dans un pavé de même base et de même hauteur, ou du contenu de trois cônes dans un cylindre de même base et de même hauteur.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Lien avec la pyramide du Louvre, les pyramides égyptiennes.

Parallélogrammes et translations

Automatismes

- Dire si des figures planes sont images l'une de l'autre par une symétrie axiale (dont on identifie l'axe) ou par un demi-tour (dont on identifie le centre).
- Dans une configuration donnée, déterminer les images de figures, de droites, de segments, de points par une symétrie axiale ou un demi-tour.
- Reconnaître un parallélogramme à l'aide de sa définition ou d'une propriété caractéristique grâce aux codages.
- Reconnaître un parallélogramme particulier à partir de ses propriétés caractéristiques, notamment à partir des propriétés de ses diagonales.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Comprendre l'effet d'une translation. Faire le lien avec les parallélogrammes, les angles. Connaître et utiliser les propriétés de conservations des translations.	Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises, des pavages ou des rosaces ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme. La définition ponctuelle d'une translation ne figure pas au programme. Exemple : L'élève sait créer avec un logiciel de programmation une frise constituée d'une succession de parallélogrammes. L'élève connaît les propriétés de conservation des distances et des angles par translation.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

Triangles

Automatismes

- Reconnaître des droites remarquables, y compris dans les triangles particuliers (médiatrices, médianes, hauteurs, bissectrices).

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Connaître les trois théorèmes relatifs à la droite des milieux dans un triangle.	L'élève connaît et utilise les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle : • la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté ; • la droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle, parallèlement à un deuxième côté, coupe le troisième côté en son milieu ; • le segment reliant les milieux de deux côtés d'un triangle mesure la moitié de la mesure du troisième côté. Ces théorèmes sont démontrés en utilisant le demi-tour, et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou de celles des aires.
Connaître le théorème de Pythagore, sa réciproque, sa contraposée. Mener un travail de logique sur la réciproque et la contraposée.	L'élève calcule la longueur d'un côté d'un triangle rectangle lorsqu'il connaît les deux autres longueurs. L'élève détermine si un triangle est rectangle en utilisant la réciproque du théorème et s'il ne l'est pas en citant sa contraposée. Le mot « contraposée » est attendu. Un travail de logique sur le raisonnement par l'absurde est mené.

Caractériser un triangle rectangle à l'aide de son cercle circonscrit, par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.

Déterminer le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle.

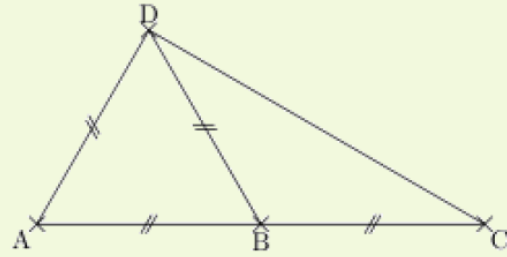
Construire des rectangles sans équerre.

L'élève sait caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle. Cette propriété est démontrée.

L'élève sait trouver le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle.

L'élève sait construire un rectangle sans équerre.

Par exemple, l'élève sait justifier que le triangle ADC suivant, les points A, B et C étant alignés, est un triangle rectangle :



Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

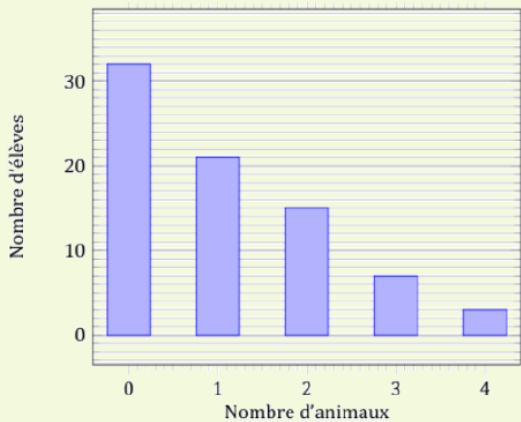
- Théorème de Varignon : l'élève étudie la démonstration historique d'Euclide basée sur les aires.
- Quelques repères historiques autour de Pythagore et son œuvre.



Statistiques

Automatismes

- Calculer une moyenne pour un très petit nombre de valeurs.
- Calculer un effectif manquant dans un tableau pour un petit nombre de valeurs.
- Calculer une fréquence simple.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre												
Calculer une moyenne pondérée dans le cas d'une série discrète de petits effectifs présentée sous forme de données brutes, d'un tableau ou d'un diagramme en barres.	Le travail commencé en cinquième sur le calcul de moyenne est poursuivi. L'élève remarque qu'il peut être judicieux de commencer par construire un tableau d'effectifs avant de calculer une moyenne quand le nombre de valeurs est important. Exemple : « Une classe de quatrième a passé un test comprenant 10 questions. Voici le nombre de bonnes réponses données par chaque élève : 5 ; 3 ; 8 ; 2 ; 8 ; 6 ; 8 ; 3 ; 2 ; 2 ; 7 ; 10 ; 5 ; 1 ; 8 ; 8 ; 6 ; 5 ; 2 ; 4 ; 6 ; 3 ; 2 ; 6 ; 8 ; 10 ; 6 ; 4 ; 2 ; 10. Construire un tableau d'effectifs puis calculer le nombre moyen de bonnes réponses pour un élève de cette classe. » Exemple : « Calculer le nombre moyen d'animaux possédé par un élève de sixième en utilisant le diagramme ci-dessous. »  <table border="1"><thead><tr><th>Nombre d'animaux</th><th>Nombre d'élèves</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>32</td></tr><tr><td>1</td><td>21</td></tr><tr><td>2</td><td>15</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td></tr></tbody></table> Dans la continuité des classes précédentes, on peut laisser les unités dans les calculs pour aider les élèves à comprendre les nombres qu'ils manipulent : $32 \times 0A + 21 \times 1A + 15 \times 2A + 7 \times 3A + 3 \times 4A = 84 \text{ Animaux}$ $\frac{84 \text{ Animaux}}{78 \text{ élèves}} \approx 1,1 \text{ animal par élève en moyenne.}$	Nombre d'animaux	Nombre d'élèves	0	32	1	21	2	15	3	7	4	3
Nombre d'animaux	Nombre d'élèves												
0	32												
1	21												
2	15												
3	7												
4	3												
Déterminer une médiane et l'interpréter dans le cas d'une série de petit effectif présentée sous forme de données brutes. Calculer et interpréter l'étendue d'une série présentée sous forme de données brutes, d'un tableau, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire.	On appelle médiane toute valeur qui partage la série ordonnée en deux sous séries de même effectif. L'élève calcule une médiane. Il fait figurer l'unité dans le résultat. L'élève interprète la valeur d'une médiane. Dans le cas d'une série d'effectif pair, la médiane n'est généralement pas unique. Le professeur peut discuter ce cas en classe, en indiquant que cela n'a pas d'importance pratique pour les séries ayant un grand effectif.												

Comprendre l'évolution de la médiane et de la moyenne quand on ajoute une valeur extrême.	L'élève sait comment vont évoluer la moyenne et la médiane si on modifie ou si on ajoute une valeur à la série. Par exemple : « Une assemblée contient onze personnes dont les salaires mensuels sont les suivants : 1800 € ; 1600 € ; 1450 € ; 2700 € ; 1600 € ; 2200 € ; 1900 € ; 1900 € ; 3100 € ; 2600 € et 2000 €. Une douzième personne arrive dans l'assemblée ; son salaire mensuel est 10000 €. Comment vont évoluer les salaires moyen et médian ? »
Résoudre des problèmes faisant intervenir les différents indicateurs.	L'élève invente un problème correspondant à des contraintes. Exemple : « On a une série de six données ordonnées dans laquelle il manque les quatre dernières données : $23 < 27 < \dots < \dots < \dots < \dots$
	• toutes les valeurs sont différentes ; • une valeur médiane est 39 ; • la moyenne est égale à 50 ; • l'étendue est égale à 75.
	L'élève trouve une situation concrète qui pourrait représenter ces valeurs. »
Résoudre des problèmes de comparaison de séries statistiques.	Pour une meilleure compréhension des différents indicateurs et de leur importance le professeur peut proposer régulièrement aux élèves des problèmes de comparaison de séries statistiques. Exemple : « Deux classes du collège ont répondu à la question suivante : « Combien de livres avez-vous empruntés durant les 12 derniers mois ? » Les deux classes ont communiqué les réponses de deux façons différentes : Classe n°1 : 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 7 Classe n°2 : Effectif total : 25 élèves ; Moyenne : 4 livres ; Étendue : 8 livres ; Médiane : 5 livres • Comparer les nombres moyens de livres empruntés dans chaque classe. • Un « grand lecteur » est un élève qui a emprunté 5 livres ou plus. Quelle classe a le plus de « grands lecteurs » ? • Dans quelle classe se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres ? »
Utiliser le tableur pour calculer une moyenne, une médiane et l'étendue d'une série statistique.	L'élève utilise le tableur, lorsqu'il doit traiter un grand nombre de valeurs dans une série, pour déterminer les indicateurs de la série. L'élève utilise les fonctions « somme, moyenne, médiane, max, min et nb » du tableur. L'élève sait interpréter les résultats.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Le premier traité des *Essais d'arithmétique politique* de Willem Kerseboom (XVIII^e s.).

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Utiliser le vocabulaire et les notations ensemblistes pour décrire une expérience aléatoire dans des cas simples et définir la notion d'évènement. Définir : complémentaire, réunion, intersection, ensemble vide (évènement impossible). Calculer la probabilité d'un évènement et de l'évènement contraire.	L'élève décrit un évènement comme ensemble d'issues et détermine sa probabilité comme somme des probabilités des issues. Par exemple, l'élève décrit l'expérience aléatoire du lancer de dé : l'univers est l'ensemble des issues $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$; un exemple d'évènement est $A = \{3 ; 6\}$ ou encore le résultat est multiple de 3 ; son complémentaire est $\{1 ; 2 ; 4 ; 5\}$; un autre évènement est $B = \{2 ; 4 ; 6\}$; l'élève détermine l'intersection $A \cap B$ et la réunion $A \cup B$ et sait verbaliser ces évènements. Il sait déterminer leurs probabilités. Le vocabulaire et les notations ensemblistes peuvent, par ailleurs, être employés en géométrie (intersection de droites, cercles, etc.) ou pour exprimer l'ensemble des solutions d'une équation.
Exemples simples d'expériences aléatoires à deux épreuves (par exemple, lancer de deux pièces, d'une pièce et d'un dé, de deux dés, etc.)	Par exemple, pour une pièce et un dé, l'élève utilise une représentation par un tableau ou un arbre, détermine l'ensemble des 12 issues $\{(P ; 1) ; (P ; 2) ; \dots\}$. Il fait, en l'expliquant, le choix de l'équiprobabilité des 12 issues et calcule des probabilités. Dans le cas de deux pièces ou de deux dés, le professeur amène l'élève à bien distinguer les deux épreuves : par exemple, en faisant deux lancers successifs ou, en cas de lancer simultané, en introduisant dans un premier temps une façon d'opérer cette distinction (par exemple, lancer simultané de deux dés de couleur ou de taille différente).
À partir de la répétition d'une expérience aléatoire, réalisée matériellement ou simulée, comparer des graphiques de distributions (fréquentielle et probabiliste). Observer la fluctuation des fréquences pour un nombre de répétitions fixé de l'expérience aléatoire.	L'expérience aléatoire répétée peut être une expérience aléatoire composée (lancer de deux ou trois pièces, lancers de deux ou trois dés dont on prend la somme). L'objectif est de faire percevoir l'aspect fréquentiel de la probabilité (version vulgarisée de la loi des grands nombres) : la fréquence observée fournit une approximation de la probabilité.

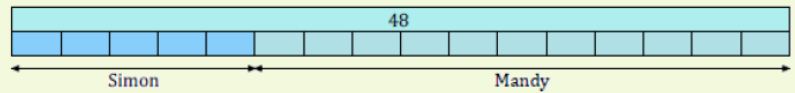
Proportionnalité

Automatismes

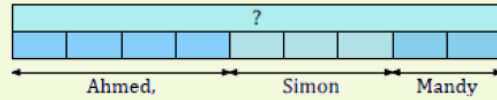
- Déterminer a % de c quand a vaut 100, 50, 25, 10, 1.
- Compléter : 20 % de 120 = ... ; $30 = \frac{?}{100} \times 1000$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Utiliser des grandeurs quotients, avec ou sans unités.	Dans le cas où les grandeurs sont de natures différentes le coefficient de proportionnalité est une grandeur quotient dont l'unité est composée des deux unités en présence (€/L, €/kg, €/m, etc.), à laquelle il convient de donner du sens (consommation, vitesse, masse volumique, etc.).
Comparer deux nombres ou deux grandeurs à l'aide de leur rapport ou ratio.	L'élève comprend que le quotient de deux nombres ou grandeurs permet de les comparer. Il peut s'agir d'une comparaison de deux grandeurs de même nature (rapport de linéarité) ou de deux grandeurs de nature différente en situation de proportionnalité (coefficient de proportionnalité). Pour deux nombres ou grandeurs, on peut employer le terme de « ratio », qui est dans ce cas synonyme de rapport.
Exprimer la proportionnalité entre deux suites de nombres par des égalités de rapports ou sous forme de ratio.	L'élève fait le lien entre la proportionnalité de suites de nombres et l'égalité des rapports des nombres correspondants. Par exemple, il comprend que a, b, c sont proportionnels à 2, 3, 7 si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. La valeur commune de ces rapports est égale au coefficient de proportionnalité entre 2, 3, 7 et a, b, c. On dit aussi dans ce cas que a, b, c sont dans le ratio 2 : 3 : 7.
Déterminer une quatrième proportionnelle.	L'élève sait que si a, b, c, d sont des nombres et si $b \neq 0$ et $d \neq 0$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ et l'applique pour déterminer une quatrième proportionnelle (procédure du produit en croix). L'utilisation du produit en croix ne doit pas être systématique. Les procédures de calcul étudiées dans les classes antérieures restent utilisables.
Calculer avec des pourcentages.	L'élève détermine le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus. Par exemple l'élève peut calculer le pourcentage d'élèves d'une classe de 30 élèves jouant d'un instrument de musique sachant qu'il y a 15 filles et que 40 % des filles et 20 % des garçons jouent d'un instrument de musique.
Rendre compte d'une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentages au moyen d'un coefficient multiplicateur Définir le coefficient multiplicateur.	Sur des exemples, l'élève remarque qu'augmenter une grandeur de 15 % revient à la multiplier par $1 + \frac{15}{100} = 1,15$ et que diminuer une grandeur de 20 % revient à la multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 0,8$. Ce travail préfigure ce qui sera fait en classe de troisième.
Résoudre des problèmes de partage proportionnel.	L'élève comprend et explique le principe d'un partage proportionnel : répartir un total en parts proportionnellement à des valeurs données a, b, c (autrement dit dans le ratio a : b : c). Il est capable de calculer la part unitaire et de résoudre le problème. Les exercices proposés se prêtent à l'utilisation de diagrammes en barres.

Ainsi par exemple pour résoudre le problème suivant : « Comment partager 48 macarons entre Simon et Mandy dans le ratio 5 : 11 (proportionnellement à 5 et 11) ? », l'élève peut utiliser la représentation



De même pour résoudre le problème suivant : « Ahmed, Simon et Mandy se partagent des macarons dans le ratio 4 : 3 : 2 (proportionnellement à 4, 3, 2). Simon en a 9, combien en ont Ahmed et Mandy ? », l'élève peut utiliser la représentation.



Fonctions

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Savoir appliquer un programme de calcul à deux (plusieurs) étapes à un nombre simple puis à une variable. Savoir retrouver le nombre de départ après avoir remonté un programme de calcul simple.	L'élève détermine le nombre issu d'un programme de calcul ou le nombre de départ connaissant le nombre obtenu par le programme. Par exemple on considère les deux programmes de calcul ci-dessous : Programme A Choisir un nombre Le multiplier par 2 Ajouter 13 au résultat
	Programme B Choisir un nombre Lui soustraire 4 Multiplier le résultat par 3 1) Quel nombre obtient-on avec le programme A en choisissant 10 comme nombre de départ ? 2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 9 avec le programme B ? 3) Si on choisit x comme nombre de départ pour le programme 2 donner l'expression qui donnera le résultat du programme de calcul.
Produire une formule littérale représentant la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre. Représenter l'expression d'une grandeur en fonction d'une autre par un graphique.	L'élève sait, par exemple, exprimer l'aire restante si on enlève quatre carrés superposables aux quatre coins d'un rectangle de 20 cm de longueur et 13 cm de largeur et construire la représentation graphique de l'aire blanche en fonction de la longueur du côté des carrés.
Comprendre la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre.	L'élève comprend que la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre peut se traduire par un tableau de valeurs, une formule, ou un graphique.

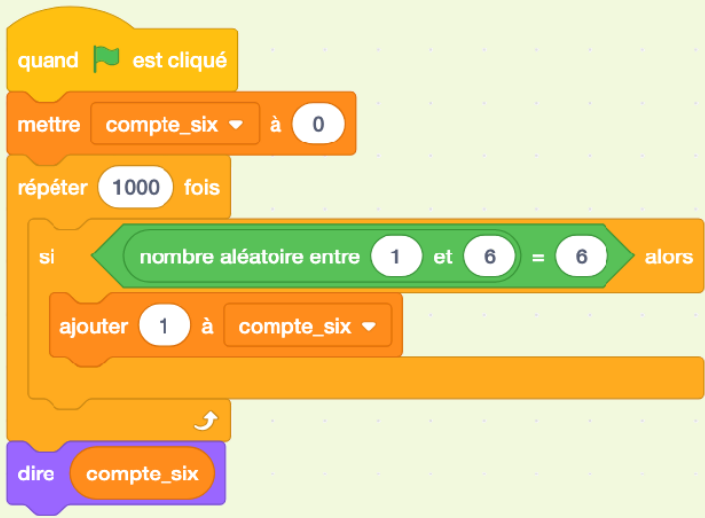
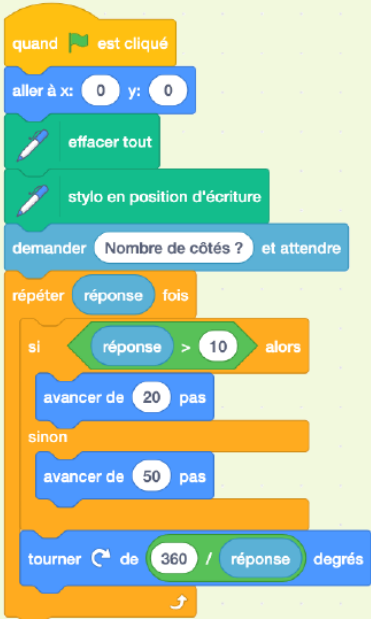


La pensée informatique

La notion de variable informatique est progressivement introduite.

En classe de quatrième, les élèves commencent à écrire des programmes simples en autonomie et à comprendre et modifier des programmes fournis plus complexes.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Représenter des conditions simples. Écrire des instructions conditionnelles.	L'élève sait représenter des conditions simples sous la forme d'expressions informatiques utilisant les opérateurs <, > et =. Il manipule des instructions conditionnelles pour conditionner l'exécution d'une séquence d'instructions. Par exemple, il affiche un message différent selon la valeur du nombre saisi comme dans le programme suivant :  <pre>graph TD A[demander "Entrer un nombre" et attendre] --> B[si "réponse" < 100 alors] B --> C[dire "C'est un nombre à moins de deux chiffres"] B -- sinon --> D[dire "C'est un nombre à trois chiffres ou plus"]</pre>

Manipuler une variable.	L'élève sait qu'une variable permet d'associer à un nom un espace mémoire dont la valeur peut être lue et modifiée par un programme. Il se contente de manipuler une unique variable afin de réaliser une accumulation dans une boucle. Par exemple, il sait compter le nombre de 6 obtenus dans 1000 lancers d'un dé à six faces.  <pre> graph TD Start([quand est cliqué]) --> Set[mettre compte_six à 0] Set --> Loop[répéter 1000 fois] Loop --> If{si nombre aléatoire entre 1 et 6 = 6} If -- alors --> Add[ajouter 1 à compte_six] Add --> Loop Loop --> Say[dire compte_six] </pre>
Écrire un programme simple donné pour réaliser un objectif ou résoudre un problème.	L'élève écrit un programme faisant intervenir une séquence d'instructions pour résoudre un problème ou accomplir un objectif donné.
Modifier un programme donné pour changer son comportement.	L'élève sait rajouter des instructions simples, une instruction conditionnelle ou une boucle pour modifier un programme donné. Par exemple, étant donné un programme de tracé de polygones, il sait changer la longueur des côtés si le nombre de côté dépasse dix.
 <pre> graph TD Start([quand est cliqué]) --> GoTo[aller à x: 0 y: 0] GoTo --> Erase[effacer tout] Erase --> PenDown[stylo en position d'écriture] PenDown --> Ask[demander Nombre de côtés ? et attendre] Ask --> Loop[répéter réponse fois] Loop --> Forward[avancer de 50 pas] Forward --> Turn[tourner de 360 / réponse degrés] Turn --> Loop </pre>	 <pre> graph TD Start([quand est cliqué]) --> GoTo[aller à x: 0 y: 0] GoTo --> Erase[effacer tout] Erase --> PenDown[stylo en position d'écriture] PenDown --> Ask[demander Nombre de côtés ? et attendre] Ask --> Loop[répéter réponse fois] Loop --> If{si réponse > 10} If -- alors --> Forward20[avancer de 20 pas] Forward20 --> Else[sinon] Else --> Forward50[avancer de 50 pas] Forward50 --> Turn[tourner de 360 / réponse degrés] Turn --> Loop </pre>