

Exemples de mise en œuvre

Programme de mathématiques 3^e



Nombres et calculs

• Nombres rationnels

Automatismes

- Additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Mettre une fraction sous forme irréductible. Rendre irréductible une fraction.	Rendre irréductible une fraction par simplifications successives.
Résoudre des problèmes faisant appel à des fractions.	Les fractions sont utilisées pour résoudre des problèmes du type : « Le premier mai, un marchand de muguet a vendu les trois quarts de ses bouquets le matin et les deux cinquièmes du reste l'après-midi. Sachant qu'il lui reste 12 bouquets, combien de bouquets avait-il au début de la vente ? ». Les schémas en barres vus les années précédentes sont utilisés autant que de besoin.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Notation des ensembles des entiers naturels, des entiers relatifs, des décimaux, des rationnels.

• Puissances

Automatismes

- Puissance comme multiplication itérée : $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$.
- Multiplication de puissances d'exposant positif d'un nombre.
- Multiplication de puissances de même exposant positif de deux nombres.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Définir les puissances d'exposant négatif d'un nombre.	En prenant appui sur la puissance de 10 d'exposant négatif, l'élève est conduit à la généraliser pour une base quelconque. Pour n entier et a non nul, on a : $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
Multiplier et diviser des puissances.	Les formules sur les puissances de 10 sont généralisées à une base quelconque. Pour m et n entiers $a^m \times a^n = a^{m+n}$ et $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
Déterminer la notation scientifique d'un nombre. Résoudre des problèmes notamment en utilisant la notation scientifique.	L'élève mobilise ses connaissances sur les puissances pour résoudre des problèmes issus d'autres disciplines du type « La vitesse de la lumière est 3×10^8 m/s. Le Soleil se situe à 150 millions de km. Quel est le temps mis par la lumière pour parcourir la distance du Soleil à la Terre ? ».

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- L'échiquier de Sissa.
- Le papyrus de Rhind.

Racine carrée

Automatismes

- Donner les carrés des nombres entiers compris entre 0 et 12.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Résoudre analytiquement et graphiquement des équations de la forme $x^2 = a$.	Ce travail est mené en lien avec le chapitre sur les fonctions et les représentations graphiques. Après avoir travaillé sur des exemples avec des carrés parfaits en factorisant $x^2 - a$ l'élève généralise : - Si a est positif, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$. - Si a est un nombre négatif, l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution. - L'équation $x^2 = 0$ admet une seule solution 0. Le professeur peut illustrer la résolution à l'aide de la représentation graphique de la fonction carré, en lien avec la recherche graphique d'antécédent. L'ensemble des solutions est explicité : selon le cas, $\{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$; $\{0\}$; $\emptyset$ (ensemble vide).
Résoudre des problèmes utilisant la racine carrée.	L'élève consolide sa maîtrise de la racine carrée dans le cadre de la résolution de problèmes. Par exemple : étude de l'intersection d'un cercle et d'une droite, avec discussion selon la distance de la droite au centre du cercle.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Notion de parabole et de faisceaux convergents vers son foyer. Lien avec les paraboles pour capter les chaînes de télévision.
- Algorithmes d'extraction de racines carrées.

Multiples et diviseurs

Automatismes

- Factoriser un nombre entier positif : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.
- Simplifier une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont dans une même table de multiplication, par exemple $\frac{15}{35}$ et $\frac{63}{14}$.
- Trouver un dénominateur commun à deux fractions pour les additionner, les soustraire ou les comparer.
- Appliquer les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.

Calcul littéral et algébrique

Automatismes

- Résoudre des équations du type $ax = c$, $x + b = c$, $ax + b = c$.
- Simplifier des expressions littérales.
- Calculer la valeur d'une expression algébrique avec des puissances ou non.
- Donner la nature d'une expression littérale : $3x + 2$ est une somme, $5(x + 4)$ est un produit.
- Développer et factoriser une expression simple.
- Donner l'expression générique d'un nombre pair, d'un nombre impair.
- Prendre l'opposé d'une expression : savoir que $-(5 - 4x) = -5 + 4x$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Simplifier des expressions produits ou des rapports comportant des facteurs communs.	L'élève simplifie par exemple $(a^2b) \times (bc)$; $\frac{ab^2}{a^2b}$; $\frac{\pi R^2}{2\pi R}$.
Utiliser la double distributivité pour développer et factoriser des expressions dont le facteur est apparent.	L'élève développe à l'aide de la double distributivité. Le lien est fait avec la distributivité simple en posant $k = a + b$ dans l'expression $(a + b)(c + d)$. Factoriser des expressions dont le facteur est apparent pour se ramener à une équation produit nul.
Résoudre analytiquement et graphiquement une inéquation du premier degré du type $ax \geq b$.	Ce travail est mené en lien avec le chapitre sur les fonctions. L'élève résout des inéquations du type $ax \geq b$ (Faire le lien avec fonctions linéaires) où a est non nul par le calcul ou à l'aide d'un graphique. Il représente l'ensemble des solutions sur la droite graduée avec un crochet. La notation des intervalles (avec les crochets) peut être introduite mais n'est pas un enjeu d'apprentissage.
Résoudre une équation produit nul.	L'élève résout des équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ Il sait s'il faut effectuer une factorisation ou un développement pour répondre à une question. Il factorise par $(ax + b)$ pour se ramener à ce type d'équation.
Manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	L'élève factorise les expressions du type $a^2 - b^2$, ce qui lui permet de résoudre des équations produit nul, notamment les équations du type $x^2 = a$ en lien avec la racine carrée. Les identités remarquables permettent de factoriser des expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	Les égalités suivantes lues de gauche à droite découlent de la double distributivité. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Pratiquer un raisonnement par analyse-synthèse dans le cadre d'une résolution d'équation.	La résolution d'équation permet de travailler sur la notion d'équivalence. Ainsi le professeur explicite ce que signifient des équations équivalentes. Lors d'une résolution, il précise si le raisonnement s'appuie sur des équations équivalentes ou sur une analyse-synthèse. L'usage du symbole $\Leftrightarrow$ est limité, et toujours justifié, au moins oralement.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Étude de l'identité de Sophie Germain.



Espace et géométrie



Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre relatif.
- Repérer un nombre relatif sur une droite graduée.
- Dans le plan muni d'un repère orthogonal :
 - lire les coordonnées d'un point donné ;
 - placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme droit, cylindre, pyramide, cône).
- Connaître et utiliser les formules du volume d'une pyramide ou d'un cône.
- Donner la nature d'une face d'une pyramide représentée en perspective cavalière.
- Identifier les patrons de pyramides données (par exemple inscrites dans un cube).

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Définir la boule et la sphère Définir les grands cercles, le diamètre	Le professeur définit la boule de centre O et de rayon R comme l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O inférieure ou égale à R. Il définit la sphère de centre O et de rayon R comme l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O égale à R. Il met en évidence les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés.
Visualiser et réaliser des sections de pavé parallèlement à une face, de cylindre parallèlement ou perpendiculairement à son axe, d'une boule.	L'élève dessine en vraie grandeur la section demandée, soit en reportant la longueur nécessaire à partir de la face avant de la perspective, soit en la calculant. L'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes. C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueurs en réinvestissant les notions vues en géométrie plane.
	L'élève connaît et utilise la nature des sections du cube, du pavé droit par un plan parallèle à une face, à une arête. L'élève connaît et utilise la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. L'élève connaît et utilise la nature des sections de la pyramide et du cône de révolution par un plan parallèle à sa base (même nature que la base et dimensions proportionnelles à celles de la base). L'élève connaît et utilise la nature des sections de la boule par un plan. L'élève sait calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.
Connaître et utiliser la formule du volume d'une boule de rayon donné.	L'élève connaît la formule, admise, du volume d'une boule $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. Il résout des problèmes l'amenant à calculer des volumes de solides composés de solides usuels. Ces problèmes sont l'occasion de faire des conversions de volume et de capacité.

Triangles

Automatismes

- Utiliser la propriété du triangle rectangle et de son cercle circonscrit.
- Écrire l'égalité de Pythagore dans un triangle rectangle.
- Utiliser la droite des milieux pour prouver que des droites sont parallèles, pour calculer une longueur, pour prouver qu'un point est le milieu d'un côté.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Connaitre et appliquer le théorème de Thalès, sa réciproque, sa contraposée (configurations des triangles emboîtés et configuration dite du papillon).	L'élève utilise le théorème de Thalès pour calculer des longueurs, en utilisant la proportionnalité des longueurs des côtés homologues. L'élève utilise sa réciproque pour établir un parallélisme. Il utilise la contraposée pour montrer que des droites ne sont pas parallèles. Un travail sur la logique est mené. Dans le cas des triangles emboîtés, l'élève comprend la démonstration du théorème de Thalès par les aires.
Connaitre et utiliser les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.	L'élève connaît et utilise les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle. Il calcule des longueurs et des angles en utilisant ces relations. Il démontre la relation : $(\cos(A))^2 + (\sin(A))^2 = 1$.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelle

- Repères historiques autour du théorème de Thalès, qui n'est pas appelé comme cela dans les autres pays.
- Construction des polygones réguliers à la règle et au compas.

Translations et vecteurs

Automatismes

- Mobiliser les connaissances sur la symétrie axiale, le demi-tour, la translation.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Définir et utiliser la translation : définition ponctuelle avec parallélogramme.	La translation qui transforme A en B (appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$) transforme un point C en l'unique point D tel que ABDC soit un parallélogramme (éventuellement aplati, c'est-à-dire que A, B, C, D sont alignés et [AD] et [BC] ont même milieu). On remarque que si la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme C en D alors la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ transforme A en B. La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ représentent alors la même transformation du plan.
Définir et utiliser les notions de vecteur, de vecteurs égaux, de vecteur nul, d'opposé d'un vecteur.	L'élève connaît la définition d'un vecteur : ainsi, si A et B sont deux points distincts, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par : - la direction de la droite (AB) ; - le sens de A vers B ; - la longueur AB. Deux vecteurs sont dits égaux s'ils ont même direction, même sens et même norme.

	L'élève représente sur papier quadrillé un vecteur non nul par un segment orienté (flèche) et sait reconnaître si deux segments orientés représentent le même vecteur. Deux vecteurs définissent la même translation si, et seulement si, ils sont égaux. $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. On remarque que quel que soit le point C du plan, on peut trouver un (unique) point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. La translation qui transforme A en A transforme tout point en lui-même. On écrira donc $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \dots = \vec{0}$ appelé vecteur nul.
Définir et utiliser la somme de deux vecteurs par enchaînement de deux translations. Découvrir et utiliser la relation de Chasles.	L'élève observe qu'enchaîner deux translations revient à faire une translation. Il remarque en particulier que la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. On définit la somme de deux vecteurs à l'aide de la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. On remarque que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$. On définit l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ noté $-\overrightarrow{AB}$ par $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. L'opposé d'un vecteur a donc même direction et même norme, mais un sens opposé. L'élève construit des sommes de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}$ en construisant le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$. On peut utiliser la notation $2\overrightarrow{AB}$ pour désigner $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ et remarquer qu'il s'agit d'un vecteur de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AB}$ mais de norme 2 fois plus grande. L'élève détermine des représentants de somme de vecteurs sur des figures géométriques. Il utilise la relation de Chasles pour décomposer des vecteurs en somme et réaliser des démonstrations (par exemple démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ où C est le 4^e sommet du parallélogramme $ABCD$).

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

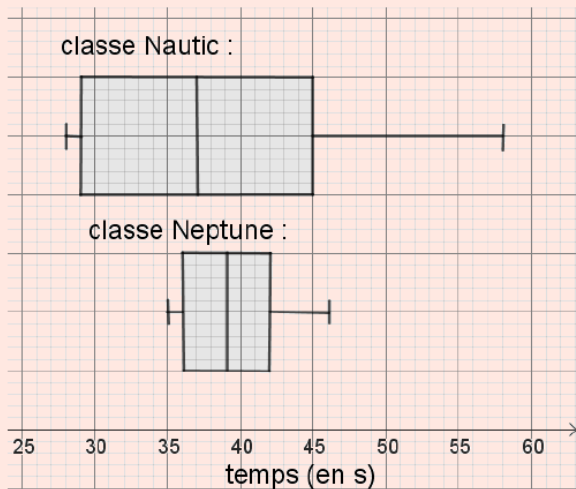
- Savoir qu'un hexagone est obtenu à partir de triangles équilatéraux.
- Lien avec les fractales comme les flocons de Von Koch ou les triangles de Sierpinski.



Statistiques

Automatismes

- Calculer une moyenne.
- Donner une médiane pour une série comportant un petit nombre de valeurs.
- Calculer l'étendue d'une série.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre												
Calculer des effectifs cumulés croissants.	À partir d'un tableau d'effectifs, l'élève calcule les effectifs cumulés croissants.												
Donner les quartiles et la médiane d'une série donnée sous forme de tableau d'effectifs ou de diagramme en barres.	En utilisant les effectifs cumulés croissants, l'élève détermine la médiane et les premier et troisième quartiles (Q1 et Q3) d'une série statistique.												
Construire et utiliser des boîtes à moustache pour représenter les valeurs de position d'une série statistique.	L'élève construit des boîtes à moustache comprenant les éléments suivants : valeur minimum, premier quartile, médiane, troisième quartile, valeur maximum, en veillant de bien faire figurer l'échelle.												
Comprendre et interpréter des données statistiques.	L'élève compare deux séries statistiques en analysant les « boîtes à moustache ». On a représenté les temps au 50 mètres de vingt nageurs de deux classes de troisièmes avec des boîtes à moustache.  Interpréter les deux diagrammes pour comparer les performances des deux classes. L'élève comprend et interprète le tableau suivant donnant la dispersion des salaires mensuels nets en 2021 (source INSEE) <table><tr><th></th><th>Secteur Privé</th><th>Fonction publique</th></tr><tr><td>Premier quartile</td><td>1590 €</td><td>1770 €</td></tr><tr><td>Médiane</td><td>2010 €</td><td>2180 €</td></tr><tr><td>3^e quartile</td><td>2770 €</td><td>2760 €</td></tr></table>		Secteur Privé	Fonction publique	Premier quartile	1590 €	1770 €	Médiane	2010 €	2180 €	3 ^e quartile	2770 €	2760 €
	Secteur Privé	Fonction publique											
Premier quartile	1590 €	1770 €											
Médiane	2010 €	2180 €											
3 ^e quartile	2770 €	2760 €											
Utiliser le tableur pour calculer une moyenne, une médiane et l'étendue d'une série statistique.	Le travail commencé en 5 ^e et 4 ^e sur la représentation de données et sur l'utilisation des fonctions dans le tableur est poursuivi.												

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Connaitre et savoir appliquer la relation $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.	En situation d'équiprobabilité, l'élève calcule une probabilité en prenant le rapport du nombre de cas favorables au nombre total de cas. L'élève calcule des probabilités d'évènements faisant intervenir « ou », « et » « ou exclusif ». Pour des expériences aléatoires à deux épreuves indépendantes, l'élève représente ou utilise des arbres de dénombrement ou des tableaux.
Simuler des expériences aléatoires indépendantes. Observer la stabilisation des fréquences lorsqu'on augmente le nombre de répétitions de l'expérience aléatoire, faire le lien entre fréquence et probabilité selon le nombre de répétitions.	L'objectif est de faire percevoir que, quand le nombre de répétitions augmente, les fluctuations dues au hasard diminuent, et que la fréquence observée approche mieux la probabilité théorique.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Problème de l'erreur de D'Alembert.

Proportionnalité

Automatismes

- Partager une somme en deux parts selon un certain ratio.
- Partager une masse en trois parts selon un certain ratio.
- Partager une somme entre deux personnes âgées de 20 et 30 ans proportionnellement à leur âge.
- Calculer le pourcentage d'une quantité.
- Calculer la distance réelle entre deux villes, connaissant la distance entre ces villes sur une carte routière dont l'échelle est connue.
- Appliquer, dans des cas simples, une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentages, en utilisant ou non le coefficient multiplicateur.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Traduire une augmentation ou une diminution en pourcentages.	L'élève apprend qu'augmenter (respectivement diminuer) de t % revient à multiplier par le coefficient multiplicateur $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ (respectivement $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$).
Relier la représentation graphique d'une situation de proportionnalité avec le théorème de Thalès.	L'élève fait le lien entre le théorème de Thalès et la proportionnalité. À l'aide du théorème de Thalès, l'élève démontre que l'alignement des points avec l'origine caractérise la proportionnalité.
Connaître et utiliser les fonctions linéaires.	L'élève modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire. Ainsi par exemple sachant qu'un mobile se déplace à 5 m/s, l'élève modélise la situation par $d(x) = 5x$ où x est le temps exprimé en secondes et $d(x)$ la distance parcourue, en mètres, en x secondes. Le professeur fait le lien avec la section sur les fonctions.

Fonctions

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Utiliser les différentes représentations d'une fonction. Définir et connaître le vocabulaire : image, antécédents.	L'élève utilise différents modes de représentation d'une fonction (tableau de valeurs, graphiques, formules simples) et détermine des images ou antécédents à partir d'un graphique ou d'un tableau de valeurs. L'élève détermine l'image d'un nombre par une fonction dont il connaît l'expression littérale simple.
Définir et utiliser les fonctions linéaires. Résoudre graphiquement des équations et des inéquations linéaires. Relier fonctions linéaires et proportionnalité.	Connaître la définition d'une fonction linéaire et la notation $f(x) = ax$ et $f: x \mapsto ax$ et faire le lien avec la notion de proportionnalité. Représenter graphiquement une fonction linéaire. Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par le calcul ou par lecture graphique. Déterminer l'expression d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image. Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire et savoir qu'une fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité. Résoudre graphiquement et algébriquement des inéquations de type $ax > b$ avec $a \neq 0$ et b un nombre quelconque.

Définir et utiliser les fonctions affines. Déterminer graphiquement les coefficients d'une fonction affine.	Connaitre la définition d'une fonction affine et la notation $f(x) = ax + b$ et $f: x \mapsto ax + b$ (a et b étant des nombres). Représenter graphiquement une fonction affine. Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par le calcul ou par lecture graphique. Déterminer les coefficients d'une fonction affine graphiquement.
Représenter la fonction carré.	L'élève représente la fonction carré. Il utilise la représentation pour illustrer la résolution de l'équation $x^2 = a$, où a est un nombre.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Méthode de simple fausse position (pour les problèmes du type $y = ax$).

La pensée informatique

Les notions présentées précédemment sont approfondies en classe de troisième.

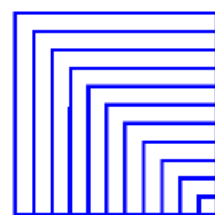
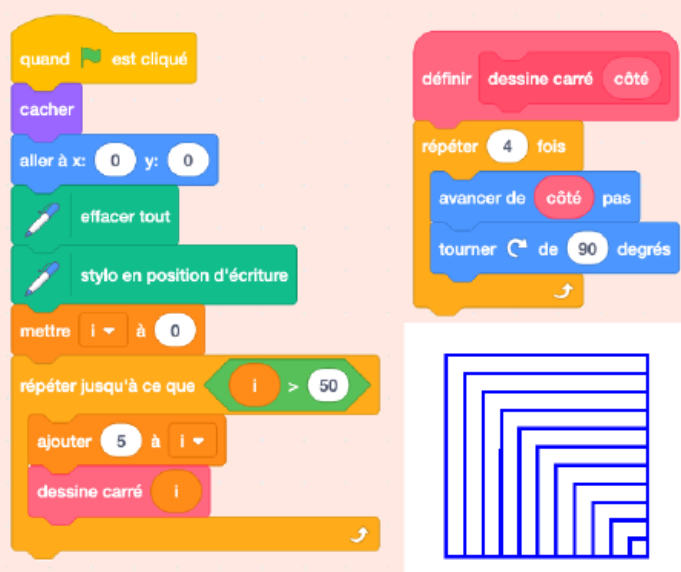
Cet approfondissement conduit les élèves vers une autonomie d'écriture de programme.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
Approfondir la notion de variables.	L'élève sait définir et utiliser plusieurs variables au sein d'un même programme.
Utiliser des conditions composées.	L'élève utilise un opérateur logique pour combiner deux conditions simples.
Utiliser une boucle conditionnelle.	L'élève définit des boucles conditionnelles. Par exemple, il sait réaliser une boucle pour calculer le reste dans une division par soustractions successives.



Structurer des programmes.

L'élève définit et utilise un bloc personnalisé pour structurer un programme.



Il sait analyser et modifier simplement un programme donné comportant plusieurs blocs personnalisés.

Écrire un programme donné pour réaliser un objectif ou résoudre un problème.

L'élève sait écrire un programme pouvant faire intervenir une boucle ou des instructions conditionnelles pour résoudre un problème ou accomplir un objectif donné.