

PROGRAMME 2025 – CYCLE 3

NOMBRES, CALCUL ET RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Programme et exemples de réussite

ALGÈBRE

Classes de CM1 et CM2

L'objectif de cette sous-partie est d'initier les élèves à la « pensée algébrique » et en particulier de développer leur capacité à résoudre des problèmes en raisonnant sur des nombres sans connaître leur valeur. Les élèves apprennent à désigner ces nombres par des symboles ou par des lettres et à raisonner en écrivant avec ces symboles des relations mathématiques. Ils sont aussi amenés à identifier et à généraliser des structures, notamment dans le cadre de suites de motifs ou de suites de nombres ou de symboles en exprimant la relation entre deux éléments consécutifs ou entre le rang d'un élément et la valeur associée.

Les nombres dont la valeur n'est pas connue peuvent être représentés par des symboles dans deux cas de figure. D'une part dans des situations où on cherche à trouver leur valeur. Par exemple, on peut écrire  pour traduire que 2 paires de ciseaux et 3 stylos coûtent 20 euros. D'autre part, dans des  situations où le symbole a un caractère générique et représente différentes valeurs que le nombre peut prendre ; par exemple, si on achète des tee-shirts à 12 € et si le coût de la livraison est 5 € alors, quel que soit le nombre de tee-shirts achetés, le prix à payer, en euro, peut s'écrire $(N \times 12) + 5$, où N est le nombre de tee-shirts achetés. Des relations faisant intervenir des nombres inconnus peuvent aussi être représentées par des schémas en barre dans le cadre de la résolution de problèmes. Le travail mené conduit à étendre le sens du signe « = » : il n'est pas simplement un symbole placé entre une opération et son résultat. Il peut être placé entre deux expressions qui sont égales, ce qui conduit notamment à faire poindre la notion d'équation, comme dans l'égalité à compléter suivante : « $178 - \dots = 6 \times 8$ ».

Classe de 6^{ème}

En classe de 6e, la pensée algébrique est une approche qui pose les bases d'un raisonnement à la fois logique et abstrait, et permet aux élèves de commencer à s'éloigner des calculs numériques pour explorer des concepts plus généraux. Cette introduction reste ancrée dans des situations concrètes et visuelles, afin de rendre ces idées accessibles et progressives.

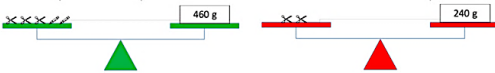
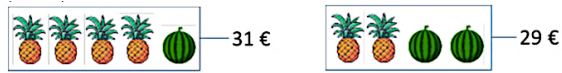
La pensée algébrique est une manière de réfléchir et de résoudre des problèmes mathématiques en utilisant des outils et des concepts qui ne nécessitent pas toujours la connaissance exacte des nombres. Elle consiste à raisonner sur les relations entre des quantités plutôt que sur les valeurs elles-mêmes.

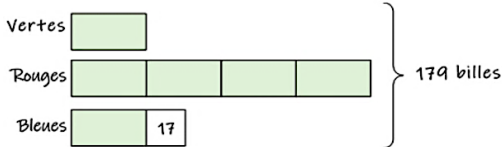
Pour faciliter cette transition, les élèves utilisent des représentations visuelles et des outils qui rendent les concepts abstraits plus concrets, tels que les motifs évolutifs et les schémas en barre. Progressivement, les élèves passent d'un raisonnement purement concret à un raisonnement symbolique. Dans un premier temps, les quantités inconnues sont exprimées à l'aide de mots, de dessins ou éventuellement de lettres. Ce n'est qu'au cycle 4 que les lettres seront introduites de manière formelle. Ce passage à l'abstraction doit se faire avec soin, car il n'est pas un objectif

prioritaire en 6e. La pensée algébrique ne se limite pas à un domaine spécifique : elle irrigue l'ensemble du programme de mathématiques. Elle est mobilisée dans des situations variées.

Résoudre des problèmes mettant en jeu des nombres inconnus

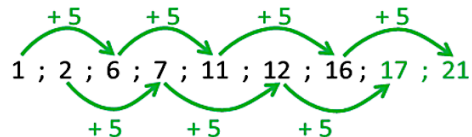
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite CM1	Exemples de réussite CM2	Exemples de réussite 6e
• Trouver le nombre manquant dans une égalité à trou.	Dans des cas simples, en utilisant ses connaissances en calcul et les propriétés des opérations, l'élève sait trouver mentalement le nombre manquant dans une égalité comme les suivantes : $347 = 20 + \dots$; $5\,760 - \dots = 5\,360$; $4\,000 - \dots = 3\,999$; $2 \times 137 \times 5 = 137 \times \dots$; $24 \times 5 = \dots \times 10$; $144 + 7 = 142 + \dots$; $142 - 14 = \dots - 17$. À l'écrit, l'élève sait trouver le nombre manquant dans une égalité à trou comme $748 + \dots = 1200$; $24 \times 5 = 20 \times 5 + \dots \times 5$; $28 - 18 = \dots \div 5$.	Dans des cas simples, l'élève sait trouver mentalement le nombre manquant dans une égalité, par exemple à partir d'égalités comme les suivantes : $347 = 20 + \dots$; $5\,760 - \dots = 5\,360$; $\dots - 1 = 3\,999$; $2 \times 137 \times 5 = 137 \times \dots$; $24 \times 5 = \dots \times 10$; $24 \times 5 = 20 \times 5 + \dots \times 5$; $144 + 237 = \dots + 239$; $142 - 54 = \dots - 57$. L'élève sait trouver le nombre manquant dans une égalité à trou comme $(2 \times \dots) - 5 = 23$ en utilisant ses connaissances en calcul et les propriétés des opérations. Les membres des égalités proposées contiennent au plus deux opérations comme $8 + (2 \times \dots) = 11$ ou $18 = 10 + (\dots \div 5)$.	
• Déterminer la valeur d'un nombre inconnu en utilisant un symbole ou une lettre pour le représenter.	L'élève comprend que des nombres inconnus peuvent être représentés par des symboles ou par des lettres. L'élève sait résoudre des problèmes où des nombres sont représentés par des symboles ou des lettres comme : ► On dispose de crayons tous identiques.  On a le résultat suivant : Quelle est la masse d'un crayon ?		

	► Maxime a mis trois paires de ciseaux identiques sur un plateau de sa balance et a obtenu l'équilibre en ajoutant différents poids comme indiqué sur le schéma ci-dessous.  Quelle est la masse d'une paire de ciseaux ? ► Rose a choisi un nombre noté N et a effectué le calcul suivant $3 \times (2 + N)$. Elle a trouvé 27. Quel est le nombre N qu'elle a choisi ?		
• Résoudre des problèmes algébriques • Utiliser des modèles pré-algébriques pour résoudre des problèmes algébriques.	L'élève sait résoudre des problèmes où des nombres sont représentés par des symboles. L'élève sait s'appuyer sur des schémas pour représenter des relations entre des nombres connus et une ou plusieurs inconnues. L'élève sait, par exemple, résoudre un problème comme le suivant en s'appuyant sur un schéma en barres : ► Mia a choisi un nombre. En ajoutant 7 au triple du nombre choisi par Mia, on trouve 100. Quel est le nombre choisi par Mia ? 	L'élève comprend que des nombres inconnus peuvent être représentés par des lettres ou des symboles. L'élève sait résoudre des problèmes où des nombres sont représentés par des symboles. Par exemple : ► On dispose de paires de ciseaux toutes identiques et de crayons tous identiques. On dispose des résultats suivants issus de deux pesées :  Quelle est la masse d'une paire de ciseaux ? Quelle est la masse d'un crayon ? » L'élève sait s'appuyer sur des schémas pour représenter des relations entre les inconnues d'un problème. Par exemple l'élève sait résoudre un problème comme le suivant. ► Dans un paquet de billes rouges, vertes et bleues, il y a 179 billes. Il y a quatre fois plus de billes rouges que de billes vertes et il	En utilisant un schéma en barres pour traduire les relations entre les nombres inconnus, l'élève résout des problèmes comme, par exemple, le suivant : ► Pour la fête d'un village, on organise une course cycliste. Une prime totale de 320€ sera répartie entre les trois premiers coureurs. Le premier touchera la prime d'or, le deuxième la prime d'argent et le troisième la prime de bronze. La prime d'or s'élève à 70€ de plus que la prime d'argent et la prime de bronze à 80€ de moins que la prime d'argent. Quelle est la prime de chacun des trois premiers coureurs ? L'élève résout des problèmes comme dans l'exemple suivant : ► En utilisant les prix indiqués ci-dessous, déterminer le prix d'une pastèque et celui d'un ananas. 

		y a 17 billes vertes de moins que de billes bleues. Combien y a-t-il de billes de chaque couleur ? Pour cela l'élève sait s'appuyer sur un schéma comme celui-ci : 	
• Exécuter un programme de calcul. • Exécuter ou produire un programme de calcul.	L'élève sait déterminer le résultat obtenu quand on applique à un nombre donné, comme par exemple 5, un programme de calcul comme le suivant : ► Choisir un nombre entier. ► Ajouter 2 au nombre choisi. ► Multiplier le résultat trouvé à l'étape précédente par 4. ► Écrire le nombre obtenu. Les programmes comprennent au plus deux étapes de calcul. Les programmes de calcul utilisés peuvent être codés avec un logiciel de programmation par bloc comme Scratch ou sur une feuille d'un tableur en faisant apparaître les différentes étapes, de manière à vérifier les résultats obtenus.	L'élève sait déterminer le nombre obtenu quand on applique à un nombre donné, par exemple 9, un programme de calcul comme le suivant : ► Choisir un nombre entier. ► Ajouter 2 au nombre choisi. ► Multiplier le résultat trouvé à l'étape précédente par 4. ► Retirer 3 au nombre obtenu à l'étape précédente. ► Écrire le nombre obtenu. Les programmes comprennent au plus trois étapes de calcul. Les programmes de calcul utilisés peuvent être codés avec un logiciel de programmation par bloc comme Scratch ou sur une feuille d'un tableur en faisant apparaître les différentes étapes, de manière à vérifier les résultats obtenus.	
• Identifier et formuler une règle de calcul pour poursuivre une suite de nombres.	À partir des premiers termes d'une suite de nombres, l'élève sait identifier et formuler une règle expliquant comment la suite est construite, et la poursuivre en donnant les trois termes suivants, comme pour les suites : ► 3 ; 7 ; 11 ; 15, etc. ► 4 ; 12 ; 36 ; 108, etc. ► 80 ; 85 ; 83 ; 88 ; 86 ; 91 ; 89 ; 94 ; 92, etc. ► 1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 11 ; 12 ; 16, etc.	L'élève sait déterminer comment va se poursuivre une suite de nombres dans des cas simples et donner les trois termes suivants, par exemple pour les suites : ► 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; etc. ► 4 ; 12 ; 36 ; 108 ; etc. ► 3 ; 7 ; 12 ; 18 ; etc. ► 7 ; 12 ; 22 ; 42 ; etc. ► 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; 127, etc. Pour certaines suites, plusieurs « règles » de calcul peuvent être trouvées, par exemple,	

Pour certaines suites plusieurs « règles » de calcul peuvent être trouvées, par exemple, pour la suite 1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 11 ; 12 ; 16..., les élèves peuvent proposer comme règles de calcul :

► l'ajout de 5 pour trouver le nombre situé deux rangs plus loin :

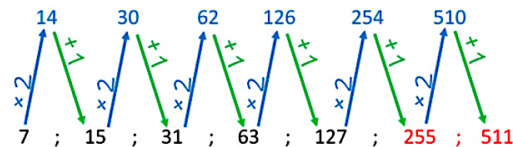


► l'ajout alternatif de 1 et de 4 pour trouver le nombre au rang suivant :



pour la suite 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; 127, etc., les élèves peuvent proposer comme règles de calcul :

► prendre le double du nombre et ajouter 1 pour trouver le nombre au rang suivant :



► ajouter successivement 8, puis le double de 8, puis le double du double de 8, etc. :

Place	Valeur
1	$5 = 2 + 1 \times 3$
2	$8 = 2 + 2 \times 3$
3	$11 = 2 + 3 \times 3$
4	$14 = 2 + 4 \times 3$
...	...
100	$2 + 100 \times 3 = 302$

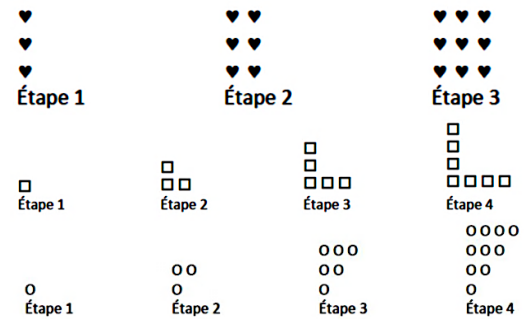


Dans le cas d'une suite pour laquelle un même nombre est ajouté à chaque étape, l'élève sait déterminer la valeur d'un terme de rang éloigné. Par exemple, pour la suite « 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; etc. », l'élève sait déterminer le 100e nombre de la suite en reconnaissant une relation entre le rang d'un terme et sa valeur, par exemple en organisant ses calculs comme dans le tableau ci-dessous :

- Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive.

- Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité et en identifiant une structure.

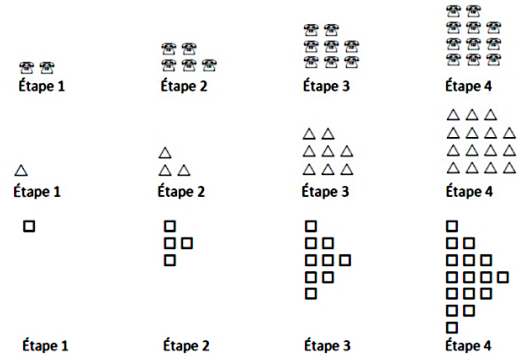
L'élève sait, par exemple, déterminer le nombre d'éléments des motifs que l'on trouvera aux trois étapes suivantes pour les suites dont les premiers motifs sont :



L'élève sait dire comment le nombre d'éléments pour une étape peut se déduire du nombre d'éléments pour l'étape précédente, par exemple :

- « À chaque étape, le nombre de cœurs est égal au nombre de cœurs de l'étape précédente plus trois. »
- « À chaque étape, le nombre de ronds est égal au nombre de ronds de l'étape précédente plus le numéro de l'étape. »

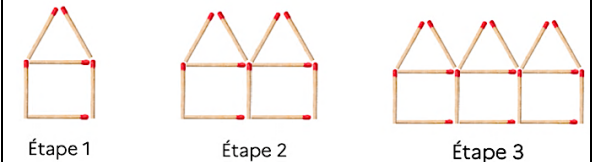
L'élève sait, par exemple, déterminer le nombre d'éléments des motifs que l'on trouvera aux trois étapes suivantes des suites dont les premiers motifs sont :



Pour cela, l'élève sait formuler une relation, soit entre le nombre d'éléments à une étape donnée et le nombre d'éléments à l'étape précédente, soit, directement, entre le nombre d'éléments à une étape donnée et le rang de l'étape.

L'élève résout des problèmes comme, par exemple, le suivant :

On fabrique des petites maisons avec des allumettes, comme indiqué sur le dessin ci-dessous :



Combien faut-il d'allumettes pour réaliser :

- 1 maison ?
- 4 maisons ?
- 25 maisons ?