ACADÉMIE
DE BORDEAUX
Liberté
Égalité
Fraternité

I) PREMIÈRE PROPOSITION

Voici une première proposition de réponse à la question 1.

Calcul de $\overrightarrow{GE}$:

$$\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AE} \left(\text{Relation de Chasles}\right)$$

$$\overrightarrow{GE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\left(\text{énoncé}\right)$$

$$\overrightarrow{GE} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

Calcul de $\overrightarrow{GI}$:

$$\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} \text{ (relation de Chasles)}$$

$$\overrightarrow{GI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$$

$$\overrightarrow{GI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{GI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{GI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$$

Cette réponse vous semble-t-elle correcte ? Auriez-vous des remarques à faire dessus ? Rédaction, erreur etc

Réponses élèves :

- C’est correct et c’est très bien expliqué.
- C’est juste mais ça mériterait d’expliquer un peu plus les propriétés utilisées.

Voici la réponse à la deuxième question :

$$\text{On a } \overrightarrow{GE} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = 3\left(-\frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = 3\overrightarrow{GE}$$

$\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont colinéaires et les points I, G et E sont alignés

Cette réponse vous semble-t-elle correct ? Auriez-vous des remarques à faire dessus ? Rédaction, erreur etc

Réponses élèves :

- C'est juste car la relation de colinéarité est vérifiée.
- Il manque une justification car il faut montrer que c'est aussi colinéaire à IE.

II) DEUXIÈME PROPOSITION

Voici une autre proposition de réponse à la question 1.

Expression de $\overline{GE}$:
En utilisant la relation de Chasles on a :
$\overline{GE} = \overline{GA} + \overline{AE}$

En remplaçant avec les données on a donc : $\overline{GE} = -\overline{AG} + \frac{3}{2}\overline{AB} = -\frac{3}{4}\overline{AD} + \frac{3}{2}\overline{AB}$

Expression de $\overline{GI}$:
$\overline{GI} = \overline{GA} + \overline{AI}$

En remplaçant avec les données on a donc : $\overline{GI} = -\overline{AG} + \frac{1}{2}\overline{AD}$ car I est le milieu de [BD].

On a donc $\overline{GI} = -\frac{3}{4}\overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AD} = -\frac{1}{4}\overline{AD}$.

Cette réponse vous semble-t-elle correcte ? Auriez-vous des remarques à faire dessus ? Rédaction, erreur etc

Réponses élèves :

- L'expression de $\overrightarrow{GE}$ est bonne mais il y a une faute avec $\overrightarrow{GI}$. C'est pas $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ car le point A na rien à faire ici.
- Il y a une erreur dans la dernière ligne $-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ n'est pas égale à $-\frac{1}{4}$ donc c'est faux.

Voici la réponse à la deuxième question :

Pour montrer que trois points sont alignés, il suffit de montrer que les vecteurs définis soient colinéaires.

À l'aide des deux expressions précédentes, on en déduit que $\overline{GE} = 3\overline{GI} + \frac{3}{2}\overline{AB}$

$\overline{GE}$ est donc la somme du vecteur $\frac{3}{2}\overline{AB}$ et d'un vecteur colinéaire à $\overline{GI}$

On en déduit que $\overline{GE}$ et $\overline{GI}$ sont colinéaires.
Les points I, G et E sont donc alignés.

Cette réponse vous semble-t-elle correct ? Auriez-vous des remarques à faire dessus ? Rédaction, erreur etc

Réponses élèves :

- Il ne montre pas la colinéarité mais la combilinéarité des vecteurs.
- C'est faux. Pour la colinéarité, il faut vérifier l'égalité des produits en croix avec les coordonnées.
- Faux, il n'a pas trouvé le coefficient de colinéarité.

III) TROISIÈME PROPOSITION

Voici une dernière proposition de réponse à la question 1 :

1. Donnons les expressions de $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AE}$.

Par hypothèse, $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Calcul de $\overrightarrow{GE}$

Pour exprimer $\overrightarrow{GE}$, nous avons la relation : $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AG}$

En remplaçant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AG}$ par leurs expressions respectives : $\overrightarrow{GE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

Calcul de $\overrightarrow{GI}$

Pour exprimer $\overrightarrow{GI}$ utilisons la relation $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AG}$.

Calcul de $\overrightarrow{AI}$

I est le milieu de [BC]. Par la propriété des milieux, $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Or $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ donc $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} + \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{AD}$

Ainsi $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Expression finale de $\overrightarrow{GI}$

En remplaçant $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AG}$, on obtient : $\overrightarrow{GI} = \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

Simplifions : $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

Cette réponse vous semble-t-elle correct ? Auriez-vous des remarques à faire dessus ? Rédaction, erreur etc

Réponses élèves :

- La propriété des milieux n'existe pas. Le résultat est donc faux.
- Il est difficile de vérifier autant de calculs pour savoir si c'est juste.
- Il ne dit jamais qu'il utilise la relation de Chasles.

Voici la réponse à la deuxième question :

Les vecteurs $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont colinéaires s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}=k\left(\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}\right)$

Comparaison des coefficients de $\overrightarrow{AB}$:

En comparant les coefficients de $\overrightarrow{AB}$, on obtient : $1=k\times\frac{3}{2}$

Ainsi, $k=\frac{2}{3}$.

Comparaison des coefficients de $\overrightarrow{AD}$:

En comparant les coefficients de $\overrightarrow{AD}$, on obtient : $-\frac{1}{4}=k\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

En simplifiant : $k=\frac{2}{3}$.

Conclusion :

Le réel $k=\frac{2}{3}$ est le même pour les deux comparaisons. Cela prouve que les vecteurs $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont colinéaires et par conséquent les points I, G et E sont alignés.

Cette réponse vous semble-t-elle correct ? Auriez-vous des remarques à faire dessus ? Rédaction, erreur etc

Réponses élèves :

- Ce n'est pas comme ca qu'on montre la colinéarité. Il fallait trouver un nombre qui permet de passer de $\overrightarrow{GE}$ à $\overrightarrow{GI}$.
- La réponse est juste par juxtaposition des coefficients.
- C'est juste si on ne tient pas compte de l'erreur à la question 1

À vôtre avis, quelle(s) proposition(s) vienne(nt) d'une IA ? Et d'un ou des élèves ?

Réponses élèves :

- Les propositions 2 et 3 sont des IA. Un élève ne ferait pas de longues phrases et il y aurait moins de détail.
- La réponse de l'élève est la 1 car c'est très court et il y a peu d'explication.