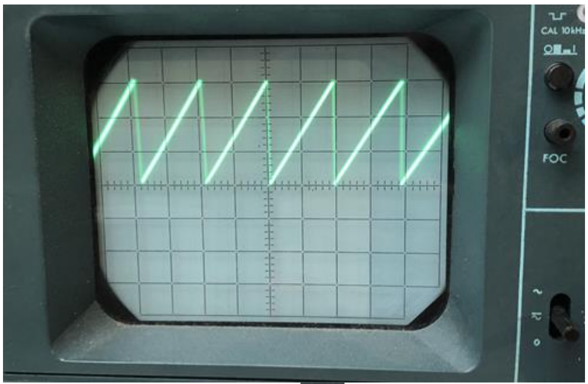
Liaison BCP- BTS | Calcul intégral Activités/Cours

<u>Activité 1 : Valeur moyenne d'une tension</u>

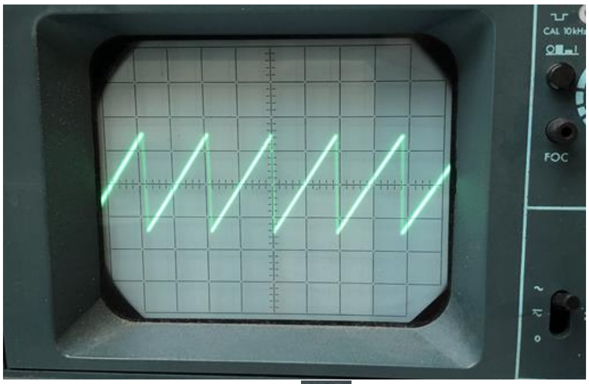
Non, AC/DC n'est pas qu'un groupe de rock !

AC et DC désignent deux modes de mesurage d'une tension.

Supposons une tension qui serait *la somme d'une composante continue et d'une composante alternative en dent de scie*. Voici cette tension $u(t)$ mesurée <u>avec un oscilloscope</u> dans ses deux modes AC et DC :



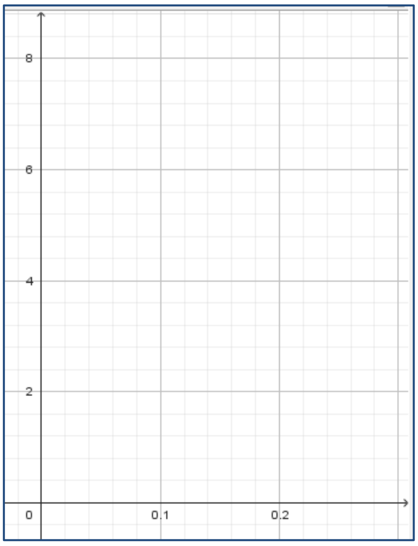
Mode DC ( )
$u(t)$ est telle que fournie par le générateur



Mode AC ( )
La composante continue de $u(t)$ est supprimée

<u>Problématique</u> : Quelle est la valeur moyenne de $u(t)$?

Sur l'oscilloscope, la base de temps est de 0,1 ms/div et le calibre en tension est de 2V/div.



1) Déterminer U_{max}, T et f.

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

2) Dans le repère ci-contre gradué en ms et en V, représenter $u(t)$ sur l'intervalle [0 ; 0,2] puis calculer l'aire du triangle ainsi formé.

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

3) Déterminer la valeur moyenne $<u>$ de $u(t)$, pour cela déterminer la hauteur du rectangle vérifiant les conditions du schéma. Représenter $<u>$ dans le repère.

h = ……………………………………… donc $<u>$ = ……………………

4) Estimer le décalage vertical Δu de $u(t)$ en mode AC par rapport au mode DC et le comparer $<u>$.

……

Activité 2 : Formalisation

Dans l'activité précédente, en déterminant <u>, vous avez calculé – sans le savoir – **une intégrale**. Voyons de quoi il s'agit.

$u(t)$ peut être associée à la fonction linéaire f définie sur [0 ; 0,2] par $f(x) = 30x$.

Associons-lui aussi la fonction F définie sur [0 ; 0,2] par $F(x) = 15x^2$.

5) Calculer la dérivée $F'(x)$ et la comparer à $f(x)$.

....

On dit que F est **une primitive** de f : $f(x) \underset{\text{Dérivée}}{\overset{\text{Primitive}}{\rightleftarrows}} F(x)$

Fonction f	Fonction F (c est une constante)
$f(x) = k$ (k est une constante)	$F(x) = kx + c$
$f(x) = x$	$F(x) = \dfrac{x^2}{2} + c$
$f(x) = x^2$	$F(x) = \dfrac{x^3}{3} + c$
$f(x) = x^3$	$F(x) = \dfrac{x^4}{4} + c$
$f(x) = x^n$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = \ln(x) + c$

Fonction f	Fonction F (c est une constante)
$u' + v'$	$u + v$
ku' (k est une constante)	ku

u et v sont des fonctions dérivables sur un intervalle I

2) Déterminer la primitive de $f(x) = 30x$ qui vérifie $F(0) = 0$.

....

....

....

3) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{0,2} f(x)d(x) = [F(x)]_0^{0,2} = F(0,2) - F(0)$. On pourra visualiser cet exemple :

....

4) Préciser à quoi correspond la valeur de I pour la fonction f.

....

5) Calculer $\dfrac{I}{0,2-0}$ puis indiquer à quoi correspond ce résultat.

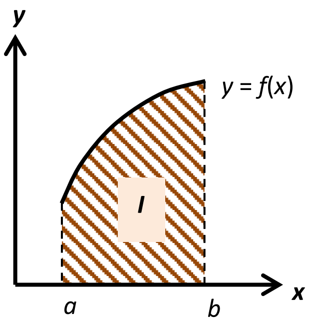
....

Soient a et b deux réels tels que $a \neq b$ et f une fonction définie et continue sur [a ; b].

- On appelle intégrale sur [a ; b] de la fonction f, le <u>nombre</u> I tel que :

$$I = \int_a^b f(x)d(x) = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

C'est l'aire hachurée sous la courbe



- On appelle valeur moyenne sur [a ; b] de la fonction f, le <u>nombre</u> m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)d(x)$$

La valeur moyenne se mesure aussi avec un voltmètre en mode DC !!!!