Liaison BCP-BTS	Fonction logarithme népérien – Activité/cours

Activité 1 : À la découverte d'une nouvelle fonction

La grotte de Lascaux, près de Montignac en Dordogne, a été l'un des premiers sites à bénéficier de la datation au carbone 14 : connaissant le taux de carbone 14 d'une matière organique, on peut déterminer à quelle époque il vivait.

En 1950, le taux de carbone 14 d'un charbon de bois issu de la grotte de Lascaux a permis d'affirmer que celle-ci était occupée par des humains il y a 17 000 ans.

Problématique : À quel taux de C14 correspond une datation de -17 000 ans ?

On considère la fonction f définie sur [0,002 ; 1] par $f(x) = 8064 \text{ x } \ln(x)$.   ln pour *logarithme népérien*

- $f(x)$ est le temps écoulé depuis le présent ;
- x est le taux de C14 dans l'organisme étudié. Il va de 0,002 = 0,2%, limite de datation, à 1 = 100% au moment de la mort.

1) Calculer $f(0)$ et $f(1)$ puis indiquer à quoi correspondent ces résultats.

……

……

……

2) Obtenir sur la calculatrice la représentation graphique de f.

Fenêtre graphique : Xmin : -0,1 Xmax : 1 Scale : 0.1
Ymin : -50000 Ymax : 10000 Scale : 10000

3) Dresser le tableau de variation de f sur son intervalle de définition.

x	0,002 1
Variation de $f(x)$	

4) Proposer un protocole expérimental permettant de résoudre graphiquement, avec la calculatrice, l'équation $f(x) = -17000$.

……

……

……

5) Réaliser le protocole puis donner la solution de l'équation.

……

6) Répondre à la problématique.

……

……

Activité 2 : Formalisation

La touche ln de la calculatrice a permis d'utiliser une nouvelle fonction : **la fonction logarithme népérien**.

C'est la fonction définie par $\boldsymbol{f(x) = \ln(x)}$. Étudions-la avec GeoGebra.

1) Ouvrir le fichier **fonction ln-élève.ggb** présent dans votre dossier de partage.

2) Dans la zone de saisie, entrer $f(x) = \ln(x)$ puis indiquer le sens de variation de la fonction ln.

....

3) Dans la cellule B2 du tableur, entrer la formule **=ln(A2)** puis étirer jusqu'en B20.

4) Dire si le logarithme népérien d'un nombre peut toujours être calculé. En déduire l'intervalle de définition de f.

....

....

5) Indiquer pour quelle valeur de x la fonction f s'annule. Écrire l'égalité correspondante.

....

6) Proposer une méthode permettant de résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$ puis donner la solution obtenue.

....

7) Entrer $\boldsymbol{x = \mathrm{e}}$ dans la zone de saisie. En déduire une définition du nombre e.

....

8) Entrer dans la zone de saisie **g(x)=dérivée[f(x)]** puis compléter :

> Pour tout réel x strictement positif, si $f(x) = \ln(x)$ alors $f'(x) =$ ....

9) Compléter le tableau de variation de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$.

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Signe de $f'(x)$	
Variation de $\ln(x)$	

Propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien

10) Visionner la vidéo associée au QRcode puis compléter les égalités.

a et b sont des réels strictement positifs et n un réel non nul.

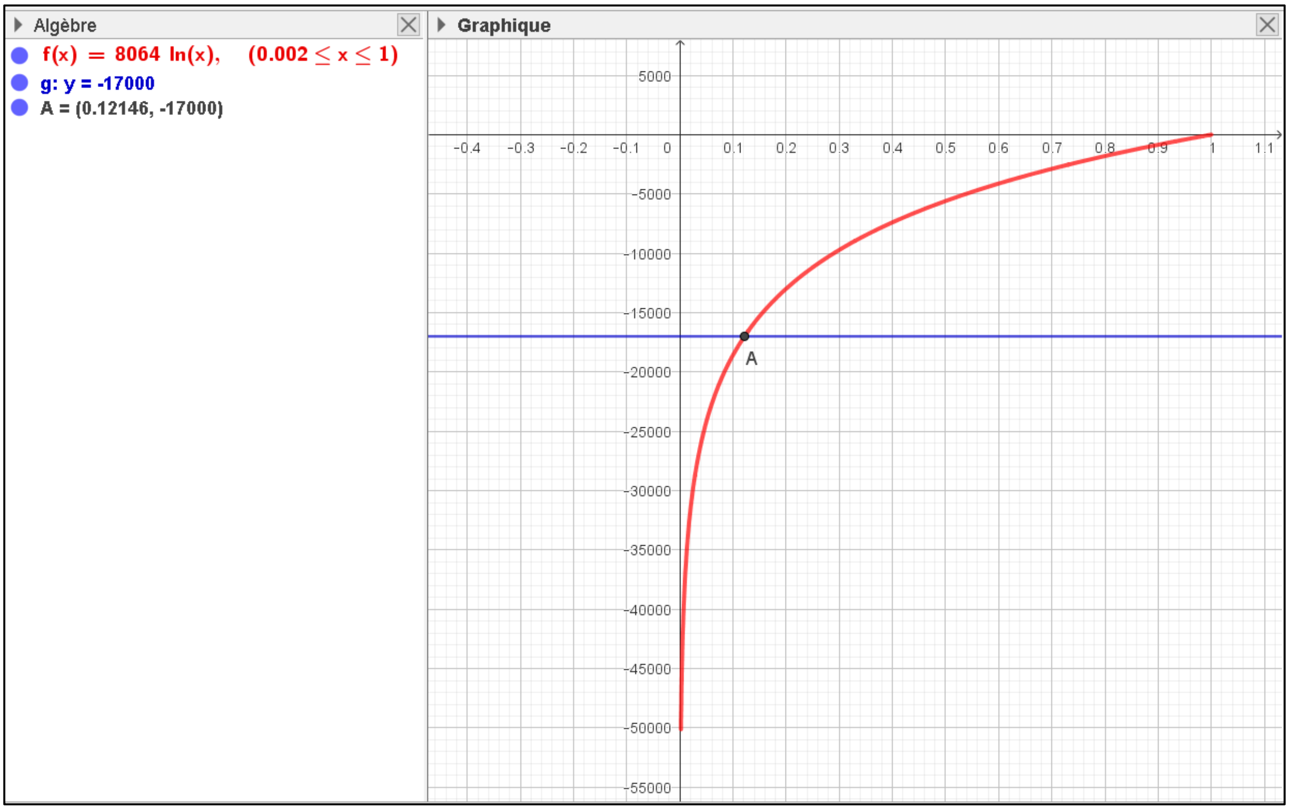
$\ln(ab) =$ .... ①

$\ln(a/b) =$ .... ②

$\ln(1/a) =$ .... ③

$\ln(a^n) =$ .... ④

<u>Activité 1</u> : Représentation graphique avec GeoGebra de $f(x) = 8064 \times \ln(x)$ sur [0,002 ; 1] et solution de la problématique



<u>Activité 2</u> : Courbe représentative de la fonction logarithme népérien avec e ≈ 2,71828….