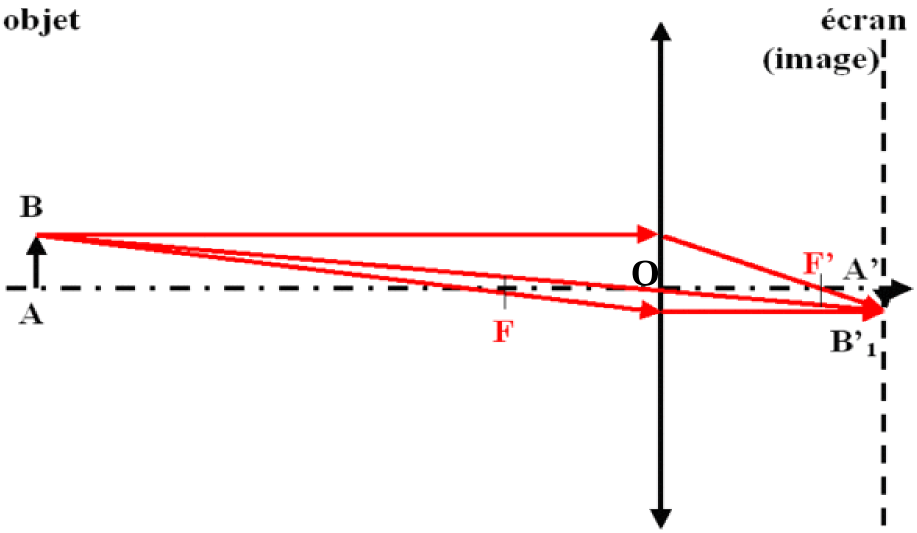
| Mesure d’une distance focale (Focométrie) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **BTS Systèmes Photoniques 1ère année** | | | | | |
| **En optique** | | | | | |
| **Activités** | | | **Tâches Professionnelles** | | |
| Déterminer expérimentalement les éléments cardinaux d’un système optique centré mince ou épais | | | Rédiger un dossier explicitant les essais, les tests, la nature des grandeurs à contrôler, les valeurs attendues avec les tolérances admises, les appareils et l’environnement logiciel utilisés. | | |
| **Notions et contenus** | | | **Capacités exigibles** | | |
| Focométrie | | | Déterminer expérimentalement les éléments cardinaux d’un système optique centré mince ou épais | | |
| **En mathématiques** | | | | | |
| **Capacités** | | | **Connaissances** | | |
| Déterminer les racines d’une fonction polynôme de degré 2<br>Etudier le signe d’une fonction polynôme de degré 2 | | | Module : Fonction d’une variable réelle<br>Fonctions polynôme de degré 2 | | |
| **Compétences** | | | | | |
| **S’informer** | **Chercher** | **Modéliser** | **Raisonner, argumenter** | **Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie** | **Communiquer** |

## 1 Méthode de Bessel

Soit une lentille convergente L de focale $f' = \overline{OF'} = 100\ mm$ permettant d’obtenir sur un écran une image réelle d’un objet réel, les 2 étant séparés d’une distance AA’ = 500 mm.




Expérimentalement, il existe 2 positions possibles de L permettant d’avoir une image nette sur l’écran (vérification expérimentale sur paillasse prof).

Notons $\overline{AA'} = D$ et $\overline{OA} = x$, avec O le centre optique de la lentille.

En utilisant la relation de conjugaison des lentilles minces, montrer qu’il existe une équation reliant x, D et $f'$.

**2. RAPPEL : Résolution des équations du second degré à coefficients réels dans $\mathbb{R}$ :**

*On considère le polynôme de degré 2 : $P(x) = ax^2 + bx + c$ où $a \in \mathbb{R}^*$* et $b, c \in \mathbb{R}$

*Déterminer les racines de $P$ revient à trouver les réels $x$ tels que $P(x) = 0$.*

*Pour cela on peut calculer le discriminant de l'équation : $\Delta = b^2 - 4ac$.*

*Trois cas se présentent :*

- *$\Delta > 0$ : $P$ possède deux racines réelles distinctes : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$*
- *$\Delta = 0$ : $P$ possède une racine (double) : $x_0 = -\frac{b}{2a}$.*
- *$\Delta < 0$ : $P$ ne possède aucune racine dans $\mathbb{R}$.*

<u>REMARQUE :</u>

Si $\Delta < 0$ , $P$ possède deux racines complexes conjuguées.

<u>EXERCICE 1 :</u>

Résoudre, dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $x^2 + 6x - 16 = 0$
b. $-x^2 + x + 3 = 0$
c. $2x^2 + 6x + 4 = 0$

*RAPPEL : Signe d'un polynôme de degré 2 : $P(x) = ax^2 + bx + c$*

| Discriminant | $a > 0$ | | $a < 0$ | |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta > 0$<br>Supposons<br>$x_1 < x_2$ | $x$ | $-\infty$ $x_1$ $x_2$ $+\infty$ | $x$ | $-\infty$ $x_1$ $x_2$ $+\infty$ |
| | *Signe de* $P(x)$ | + 0 - 0 + | *Signe de* $P(x)$ | - 0 + 0 - |
| $\Delta = 0$ | $x$ | $-\infty$ $x_0$ $+\infty$ | $x$ | $-\infty$ $x_0$ $+\infty$ |
| | *Signe de* $P(x)$ | + 0 + | *Signe de* $P(x)$ | - 0 - |
| $\Delta < 0$ | $x$ | $-\infty$ $+\infty$ | $x$ | $-\infty$ $+\infty$ |
| | *Signe de* $P(x)$ | + | *Signe de* $P(x)$ | - |

<u>EXERCICE 2 :</u>

On considère le polynôme $P$ défini sur $\mathbb{R}$ par :

$P(x) = (m + 3)x^2 + 2(3m + 1)x + (m + 3)$ où $m \in \mathbb{R}$.

a. Pour quelle(s) valeur(s) de $m$ ce polynôme possède-t-il une racine double ? Calculer cette racine.
b. Pour quelle(s) valeur(s) de $m$ ce polynôme possède-t-il deux racines distinctes ?

**3. Application à la méthode de Bessel**

3.1. Montrer que l'équation trouvée dans le paragraphe 1 peut se ramener à une équation dite du second degré.

3.2. À l'aide de la méthode mathématique décrite ci-dessus, déterminer la condition reliant D et *f'* pour qu'il existe deux solutions réelles à l'équation précédente du 2nd degré.

3.3. Notons $\overline{O_1O_2} = d$ avec $O_1$ et $O_2$ les centres optiques de la lentille pour chacune des deux images nettes sur l'écran. En continuant la résolution de l'équation du 2nd degré, déterminer la relation donnant *f'* en fonction de D et d. En déduire un protocole pour déterminer la focale d'une lentille convergente.