

Progression « tressée » pour la troisième année du cycle 4 (classe de 3^e)

Rappel : un document Eduscol (https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Reprise_deconfinement_Mai2020/08/6/Fiche_College_4e_1280086.pdf) indiquait en mai 2020 quelles pouvaient être les priorités d'enseignement pour la fin de l'année scolaire, en période post-confinement. En même temps, ce document mentionnait que la connaissance des préfixes de nano à giga, la notion de racine carrée, la factorisation et la réduction d'une expression, les procédures de calcul en statistiques et probabilités, les formules de volume d'une pyramide et d'un cône, les calculs de grandeur grâce aux transformations, les triangles égaux, le cosinus, les frises et pavages ainsi que l'introduction d'une variable dans un programme n'étaient pas des priorités pour cette année particulière en classe de 4^e.

Ces propositions ont pu être plus ou moins suivies dans les établissements scolaires et tous les élèves n'ont pas assisté aux cours en présentiel sur l'ensemble de la fin de l'année scolaire 2019-2020. Il convient donc de travailler avec les professeurs enseignant en 4^e cette année-là, autant que possible, et de procéder à des diagnostics, sans inquiéter les élèves, afin de mesurer dans quels domaines ils sont les plus fragiles.

Présentation du tableau de progression :

1) La première colonne propose une progression des notions sur l'année, liées le plus possible entre elles, et formant les 5 périodes inter-vacances (le découpage en semaines est donné à titre indicatif). Les nouvelles leçons pourront être ainsi construites avec les élèves en une quantité plus grande de petits chapitres, ou apparaître essentiellement en bilans d'activités, ou encore être données en grands chapitres à la fin desquels on commence par laisser de la place et que l'on complète au fur et à mesure.

Les premières notions choisies ne doivent pas être traitées comme des révisions de l'année précédente, mais grâce à des résolutions de problèmes, le plus souvent non guidés, qui permettent de les réinvestir, de les lier les unes aux autres, de faire des diagnostics, d'aller plus loin, ...

2) La deuxième colonne donne des exemples d'activités mentales qui sont liées aux notions travaillées dans la première colonne : elles les préparent (en amont) ou les stabilisent (à la séquence suivante, ou après).

3) Pour rester lisible, ce tableau ne donne pas toutes les indications, en particulier il ne contient pas d'exemples d'énoncés élève, d'exemples d'EPI ou de déroulement de l'AP.

4) Il met l'accent sur le développement des compétences mathématiques. Celles-ci sont toujours présentées dans le même ordre, et indiquent à quels points particuliers des notions de la première colonne elles sont liées. Sans oublier que ces compétences ne se mobilisent réellement que lors de résolutions de problèmes non guidés, il est intéressant d'avoir à l'esprit de quelle manière on va les expliciter aux élèves, et jusqu'où on va les amener. Le travail choisi en heure d'AP modulera cette progression sur les compétences.

Les indications de cette dernière colonne ont été formulées à partir des documents ressources du programme 2016 sur les six compétences mathématiques (à retrouver sur Eduscol : <http://eduscol.education.fr/cid99696/ressources-maths-cycle.html>).

Certains **choix** restent propres aux établissements, et ils s'inscrivent aussi dans une logique liée aux EPI choisis.

En ce qui concerne **les compétences**, on pensera notamment à :

Chercher :

- ouvrir les questions, les consignes (en différenciant le plus souvent possible)
- proposer des questions-jeux, des défis.

Modéliser :

- avoir conscience d'un travail en trois temps : la mise en place du modèle, puis l'étude du fonctionnement du modèle lui-même à l'intérieur des mathématiques, et enfin la confrontation des résultats du modèle au réel.

Représenter :

- avoir conscience d'une progression dans la vision du réel et dans l'appréhension des objets mathématiques abstraits
- avoir comme but de trouver un registre de représentation adéquat
- bien marquer le passage d'un registre de représentation à un autre, en précisant l'intérêt de chacun dans la situation proposée
- utiliser des outils numériques pour faciliter la mise en œuvre concrète des changements de registre de représentation.

Raisonner :

- mener régulièrement des investigations collectives afin que les élèves soient habitués à expliquer leurs démarches entre eux
- faire travailler différentes formes de raisonnement (inductif, déductif, par disjonction de cas, par l'absurde) dans tous les champs mathématiques, et pas seulement le raisonnement déductif en géométrie
- donner des énoncés courts et simples qui n'induisent pas de solution ni de méthode, limiter les questions intermédiaires et de type « montrer que ... »
- bien séparer les tâches de résolution du problème (recherche et preuve) des tâches de rédaction d'un texte qui traduit l'organisation de la preuve, afin de bien former chaque élève à démontrer en fin de cycle 4
- donner peu à peu les règles syntaxiques qui ne sont pas naturelles
- déterminer en équipe pédagogique quels propriétés et théorèmes à retenir seront démontrés en classe.

Calculer :

- donner de l'aisance grâce aux automatismes, d'abord pour des calculs avec des nombres, puis, peu à peu, avec des formes littérales
- alterner calcul mental, posé, instrumenté, calcul exact et approché
- pratiquer le calcul réfléchi
- enseigner des stratégies calculatoires par petites touches.

Communiquer :

- garantir la compréhension des énoncés et consignes (*distinguer les deux*)
- ancrer les énoncés-type (les élèves doivent avoir compris et assimilé les tournures les plus fréquemment rencontrées dans les énoncés de mathématiques)
- avoir conscience que certains énoncés courts sont parfois source de malentendus car ils ne montrent pas les liens logiques ; avoir conscience que des phrases construites de la même façon n'ont pas le même statut, et qu'il faut donc lever les implicites
- proposer des situations variées de communication orale (exposé, débat, compte-rendu, aide entre pairs ...)
- distinguer les temps de travail oral et écrit
- inciter à lire hors de la classe
- faire participer les élèves à l'écriture de l'institutionnalisation des notions découvertes, des points de méthode
- ne pas superposer les difficultés (en particulier distinguer et séparer les difficultés de raisonnement et de communication)
- différencier les exigences de formalisme selon l'objectif d'apprentissage (raisonnement ou communication) et selon les capacités des élèves
- différencier, selon le moment et selon les élèves, les exigences dans la structure de l'écrit (organisation) et en orthographe
- accepter longtemps les écrits intermédiaires (brouillon par exemple)
- faire évoluer, corriger, les explications données oralement
- apprendre à faire évoluer et corriger les écrits
- donner un temps suffisant pour que les élèves fassent aboutir leurs écrits personnels.

Présentation de ce document :

texte en lien avec **nombres et calculs**

texte en lien avec **calcul littéral**

texte en lien avec **organisation et gestion de données, fonctions**

texte en lien avec **grandeurs et mesures**

texte en lien avec **espace** et **géométrie plane**

texte en lien avec **algorithmique et programmation**

	Notions	Activités mentales	Compétences
Période 1 - Durée : 7 semaines	Utiliser les nombres décimaux relatifs et les nombres rationnels pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.	- Opérations avec des nombres décimaux relatifs - écriture d'une expression littérale (pour traduire un calcul de longueur ou un programme de calcul simple)	Calculer : calculs automatisés avec des relatifs. Communiquer : faire le lien entre langage naturel et langage algébrique.
	Calcul littéral : identifier la structure d'une expression littérale (somme, produit). Utiliser la propriété de distributivité simple pour développer un produit, factoriser dans des cas simples (notamment réduction d'expression).	- résolution d'équations très simples par remontée des calculs. - carrés parfaits, notion de racine carrée.	Modéliser : mettre en évidence la puissance du calcul littéral (pour abstraire, généraliser, prouver). Calculer : calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles ...)
	Connaître et utiliser le théorème de Pythagore (calcul de longueurs)	- carrés parfaits, notion de racine carrée - réduction d'une expression littérale	Raisonner : raisonnement déductif avec le théorème de Pythagore. Communiquer : en géométrie, différencier le raisonnement et son formalisme.
	Résoudre des problèmes utilisant la proportionnalité. Produire une expression littérale représentant la dépendance de deux grandeurs (proportionnelles ou non). Notion de fonction (formalisation des notions de variable, de fonction, d'image, d'antécédent. Notations fonctionnelles. Modélisations de phénomènes continus).	- calcul instrumenté : calcul d'une longueur grâce au théorème de Pythagore - distributivité simple pour développer.	Modéliser : avec des fonctions, confronter le modèle au réel (faire comprendre qu'on représente par un modèle continu une situation discrète, qu'une fonction est définie a priori sur un ensemble très vaste mais que souvent certaines valeurs nous intéressent, les valeurs positives par exemple ...). Raisonner : approche de la notion de fonction avec un problème d'optimisation.
	Utiliser le théorème de Pythagore et sa réciproque pour dire si un triangle est rectangle ou non.	- calculs dans des situations simples de proportionnalité	Raisonner : raisonnement déductif et par l'absurde avec le théorème de Pythagore. Communiquer : savoir communiquer une preuve dans un langage adapté (démontrer).
	Introduire une lettre pour désigner une valeur inconnue et mettre un problème en équation. Tester si un nombre est une solution d'une équation. Résoudre algébriquement une équation du premier degré.	- savoir dire si des quotients sont égaux (grâce à la propriété d'égalité des fractions ou les calculs des produits en croix) - calculs de quatrième proportionnelle grâce à l'égalité des produit en croix	Calculer : automatisation des résolutions d'équations de degré 1. Savoir vérifier des solutions d'équations par des tests de valeurs, ou trouver des solutions quand on ne peut pas le faire par une méthode algébrique. Calculer : distinguer différents statuts du signe = (dont identité). Communiquer : faire le lien entre langage naturel et langage algébrique.
	Projet Scratch 1 : lié au thème des nombres et calculs. Utilisation simultanée de boucles « répéter ... fois », « répéter ... jusqu'à » et d'instructions conditionnelles. Variables. Décomposition d'un problème en sous-problèmes. Attendus niveau 1 : mettre en ordre et/ou compléter des blocs Scratch fournis par le professeur pour construire un programme simple. Utiliser des instructions conditionnelles et/ou de la boucle « répéter ... fois » pour écrire des scripts de déplacement, de construction géométrique ou de programme de calcul.		Chercher : en programmation, savoir décomposer un problème en sous-problèmes, au fur et à mesure de l'élaboration d'un programme.

	Notions	Activités mentales	Compétences
Période 2 - Durée : 7 semaines	Triangles égaux Proportionnalité en géométrie et triangles semblables. Théorème de Thalès dans la configuration des triangles emboîtés.	- résolution d'équations très simples par la méthode algébrique)	Modéliser : en proportionnalité, prendre conscience des allers-retours entre le modèle et le réel. En géométrie plane, savoir choisir un modèle approprié à la description d'une situation réelle, passer à la géométrie des rapports, lien avec les proportions dans les arts. Représenter : avoir conscience des changements de cadre (géométrie, avec des grandeurs, proportionnalité, calcul). Consolidation du statut du schéma géométrique codé, qui condense les éléments nécessaires à la compréhension. Raisonner : par l'absurde, en géométrie.
	Probabilités et cas très simples d'expériences à deux épreuves grâce à des tableaux à double entrée pour dénombrer	- reconnaître des triangles égaux - calculer une longueur grâce au théorème de Thalès dans des triangles emboîtés.	Modéliser : reconnaître des situations d'équiprobabilité et raisonner dans le cadre de ce modèle pour résoudre un problème.
	Double distributivité. Utilisation du calcul littéral pour prouver un cas général, pour valider ou réfuter une conjecture.	- reconnaître des figures usuelles grâce à une figure codée - lecture de graphiques et diagrammes - donner l'opposé d'une expression littérale	Modéliser : mettre en évidence la puissance du calcul littéral (pour abstraire, généraliser, prouver). Raisonner : raisonnement déductif en calcul littéral pour démontrer qu'une conjecture est vraie.
	Théorème de Thalès : cas général	- double distributivité : développer - reconnaître des figures symétriques ou translattées	Représenter : avoir conscience des changements de cadre (géométrie, avec des grandeurs, proportionnalité, calcul). Montrer les liens entre deux ou trois cadres de représentation (géométrie, avec des grandeurs, avec des expressions littérales). Consolidation du statut du schéma géométrique codé, qui condense les éléments nécessaires à la compréhension. Raisonner : raisonnement déductif avec le théorème de Thalès. Communiquer : avoir communiquer une preuve dans un langage adapté (démontrer).
	Ratios	- fractions égales - opérations avec des fractions	Chercher : décrire et analyser des figures géométriques Modéliser : en proportionnalité, prendre conscience des allers-retours entre le modèle et le réel. Calculer : calculs automatisés avec des fractions, avec ou sans calculatrice. Savoir contrôler la vraisemblance d'un résultat.
	Reprise des symétries et de la translation, découverte de la rotation. Analyse de frises, pavages et rosaces.	- calculs avec des ratios - De quel(s) nombre(s) un nombre est-il le carré ?	Modéliser : en géométrie plane, savoir choisir un modèle approprié à la description d'une situation réelle. Communiquer : expliquer à l'oral ou à l'écrit son raisonnement en géométrie (reconnaissance de figures, d'isométries).
	Fonctions : diverses représentations (expression algébrique, tableau de valeurs, graphique).	- résolution d'équations du premier degré - Multiples, diviseurs, nombres premiers	Modéliser : avec des fonctions, confronter le modèle au réel (faire comprendre qu'on représente par un modèle continu une situation discrète, qu'une fonction est définie a priori sur un ensemble très vaste mais que souvent certaines valeurs nous intéressent, les valeurs positives par exemple ...). Raisonner : approche de la notion de fonction avec un problème d'optimisation.

	Notions	Activités mentales	Compétences
Période 3 - Durée : 6 semaines	Statistiques : notion d'étendue ; histogrammes pour des classes de même amplitude. Consolidation de l'interprétation des indicateurs de position.	- lectures et calculs d'images et d'antécédents	Chercher : savoir prélever et organiser les informations pour répondre à une question qui ne le demande pas explicitement. Modéliser : montrer les limites de nos outils statistiques dans des cas où les interprétations ne sont pas évidentes. Raisonner : par l'absurde pour montrer que la racine carrée de 2 n'est pas un nombre rationnel. Communiquer : choisir le mode de représentation (tableau, diagramme, graphique) le plus adapté à ce que l'on veut mettre en évidence. Écrire un texte (court) pour interpréter des données statistiques.
	Arithmétique : décomposition en produit de facteurs premiers grâce au tableur, à la programmation sur Scratch et/ou à la calculatrice. Modélisation	- Statistiques : notion d'étendue ; histogrammes pour des classes de même amplitude. Consolidation de l'interprétation des indicateurs de position. - De quel(s) nombre(s) un nombre est-il le carré ?	Chercher : en arithmétique, tester des valeurs, chercher des exemples ou contre-exemples. Raisonner : en arithmétique, savoir enchaîner les étapes de tests et de conjecture (raisonnements inductifs), en autonomie. Calculer : calculs automatisés en arithmétique, avec ou sans calculatrice.
	Calcul littéral : développement et factorisation avec l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.	- calculs avec des puissances de 10 - calculs de fréquences (fractions et pourcentages)	Calculer : distinguer différents statuts du signe = (dont identité) et calculer en utilisant le langage algébrique.
	Homothéties	- appliquer un pourcentage - traduire par exemple la multiplication par 1,2 comme « prendre 1 fois la quantité et 20% de la quantité »	Chercher : en géométrie, simplifier ou particulariser une situation.
	Calculs avec des fractions, notion de fraction irréductible, en lien avec celles de multiple et diviseur. Intercaler un rationnel entre deux rationnels donnés		Calculer : calculs automatisés avec des fractions, avec ou sans calculatrice. Savoir contrôler la vraisemblance d'un résultat.
	Lien entre statistiques et probabilités Projet Scratch 2 : simulation d'une expérience aléatoire.	- calculs avec des puissances de base quelconque et exposants positif - multiplications et divisions de fractions	Modéliser : dans des situations de phénomènes aléatoires (notamment avec simulations numériques).

	Notions	Activités mentales	Compétences
Période 4 - Durée : 7 semaines	Puissances de base quelconque d'exposants négatifs, lien avec la simplification des quotients. Puissances de base 10 et préfixes de grandeurs. Écriture scientifique des décimaux.	- factorisation avec l'identité remarquable $a^2 - b^2$ - décomposition en produit de facteurs premiers	Représenter : consolidation des représentations des nombres décimaux. Calculer : calculs automatisés avec des puissances.
	Calcul littéral : résolution d'équations-produit et du type $x^2 = a$, en lien avec la racine carrée	- reconnaître des triangles semblables - écriture scientifique (reconnaître et déterminer)	Calculer : automatisation des résolutions d'équations. Raisonner : raisonnement par disjonction de cas en calcul algébrique. Communiquer : savoir présenter la résolution d'un problème utilisant une équation (présentation de l'inconnue, mise en équation, résolution, vérification et conclusion).
	Pourcentages, taux d'évolution, calculs avec un coefficient multiplicateur	- rendre une fraction irréductible - résolution d'équations du type $x^2 = a$	Modéliser : traduire en langage mathématique une situation réelle. Représenter : consolidation des représentations des nombres (rationnels et irrationnels).
	Théorème de Thalès utilisé par contraposée ; réciproque du théorème	- calculs d'évolution - détermination d'images et d'antécédents	Raisonner : par l'absurde en géométrie. Communiquer : débat sur des situations où on cherche à savoir si deux droites sont parallèles ou non, et des situations de calcul avec inégalités.
	Fonctions linéaires, lien avec les taux d'évolution	- calculs de puissances - factorisations (par un facteur « visible » simple)	Chercher : avec des fonctions, reformuler les informations utiles, les confronter à ses connaissances. Représenter : avoir conscience des changements de cadre avec des fonctions (littéral, graphique, proportionnalité) et des différences de signification et d'usage.
	Grandeurs-produits et grandeurs-quotients (notamment vitesse et autres grandeurs liées aux sciences).	- calculs de quantités avec pourcentage de réduction ou d'agrandissement - calculs avec des nombres relatifs	Calculer : calculs avec des grandeurs faisant apparaître les unités et leurs liens.

	Notions	Activités mentales	Compétences
Période 5 - Durée : 7 semaines	Solides et sections planes (sauf sphère), utilisation d'un logiciel de géométrie pour aider à visualiser, en lien avec le théorème de Thalès, les volumes (dont celui de la boule) et la proportionnalité	- calculs instrumentés liés au cosinus d'un angle - déterminer si une fonction est linéaire	Chercher : reconnaître des exercices qui utilisent la même méthode (même dans des cadres un peu différents). Représenter : en géométrie, représenter les solides de l'espace de différentes façons (perspectives, vues, coupes, patrons, ...) Communiquer : savoir expliciter le passage du solide (de sa représentation) à la section plane.
	Fonctions affines	- repérage sur le pavé droit - détermination de moyennes, médianes, étendues	Chercher : avec des fonctions, reformuler les informations utiles, les organiser et les confronter à ses connaissances. Modéliser : montrer la puissance des fonctions (complètement décontextualisées) et de leurs divers modes de représentation. Demander aux élèves un retour réflexif sur leur résolution de problème (« quelles notions de mathématiques ai-je rencontrées ? ») Raisonner : raisonnement par disjonction de cas avec des fonctions affines.
	Projet Scratch 3 : création d'un jeu. Traduction d'un sous-problème par la création d'un bloc utilisateur.		Chercher : en programmation, savoir décomposer un problème en sous-problèmes avant de commencer à programmer.
	Trigonométrie	- déterminer si une fonction est affine - calculs liant vitesse, durée et distance.	Calculer : savoir remonter un calcul en trigonométrie avec la calculatrice. Communiquer : savoir formaliser un raisonnement utilisant la trigonométrie.
	Section de sphères - Repérage sur la sphère Lien avec la trigonométrie	- opérations avec des fractions - ratios	Chercher : en géométrie, simplifier une situation. Représenter : en géométrie, représentation de la Terre que l'on ne peut pas voir avec ses yeux et des lignes imaginaires grâce auxquelles on se repère. Calculer : calculs automatisés avec des fractions, avec ou sans calculatrice.