

# Enseignement optionnel de Mathématiques Complémentaires en Terminale Générale

## Proposition de progression par thèmes – Académie de Bordeaux

### Séquence 1 : Modèles d'évolution (partie 1)

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées   |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Suites arithmético-géométriques partie 1 (étude non formalisée)</li><li>- Limites 1 (limites de suites géométriques)</li><li>- Notion d'équations différentielles partie 1 (vérifier qu'une fonction est solution d'une équation différentielle, ...)</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Suites récurrentes</li><li>- Suites géométriques</li><li>- Fonctions, sens de variation, extremum</li><li>- Fonction exponentielle</li></ul> |

Applications pouvant être en lien avec :

|                        |  |
|------------------------|--|
| <b>Physique-Chimie</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Loi de refroidissement de Newton (modèle discret)</li><li>- Étude d'évolution de température</li></ul> |
|------------------------|--|

### Séquence 2 : Corrélation et causalité

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées   |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Séries statistiques à deux variables partie 1 (nuage de point, ajustement affine)</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Fonctions usuelles</li><li>- Représentations graphiques</li><li>- Minimum d'une fonction trinôme</li></ul> |

Applications pouvant être en lien avec :

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <b>Physique-Chimie</b>           | <ul style="list-style-type: none"><li>- Établissement de la loi d'Ohm</li><li>Loi de désintégration radioactive</li></ul>  |
| <b>SVT</b>                       | <ul style="list-style-type: none"><li>- Évolution de la température et des émissions de gaz à effet de serre dans le cadre du réchauffement climatique</li></ul> |
| <b>SES</b>                       | <ul style="list-style-type: none"><li>- Loi de Moore</li></ul>   |
| <b>Enseignement scientifique</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Le climat du futur</li></ul>   |

### Séquence 3 : Modèles définis par une fonction d'une variable (partie 1)

Contenus associés :

| Notions nouvelles  | Notions remobilisées  |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Continuité, théorème des valeurs intermédiaires</li><li>- Limites partie 2 (limites de fonctions)</li><li>- Statistique à deux variables partie 2 (interpolation, extrapolation)</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Fonction dérivée, sens de variation, extremums</li><li>- Fonctions de référence</li></ul> |

Applications pouvant être en lien avec :

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <b>Physique-Chimie</b>           | <ul style="list-style-type: none"><li>- Incertitudes-types composées (SPE)</li></ul>             |
| <b>SES</b>                       | <ul style="list-style-type: none"><li>- Fonctions de coût, coût marginal, coût moyen</li></ul>   |
| <b>Enseignement scientifique</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Intelligence artificielle (courbe de tendance)</li></ul> |

## Séquence 4 : Inférence bayésienne

Contenus associés :

| Notions nouvelles         | Notions remobilisées  |
|---------------------------|---|
| - <b>Formule de Bayes</b> | - Probabilités conditionnelles, inversion du conditionnement<br>- Étude de fonction |

Applications pouvant être en lien avec :

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>SVT</b>                       | - Tests binaires pour le diagnostic médical. Notion de vrais/faux positifs et négatifs, sensibilité, spécificité, valeurs prédictives positive (diagnostique) et négative, lien avec les probabilités conditionnelles. Tests de dépistage de sensibilité et de spécificité données : étude des valeurs prédictives en fonction de la proportion de malades et interprétation. |
| <b>Enseignement scientifique</b> | - Intelligence artificielle (diagnostic médical)  |
| <b>Autre</b>                     | - Exemple de problème du type : "De quelle urne vient la boule ?"   |

## Séquence 5 : Modèles d'évolution (partie 2)

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées  |
|---|---|
| - <b>Suites arithmético-géométriques partie 2</b> (étude approfondie)<br>- <b>Équation différentielle partie 2</b> ( $y' = ay + b$ , résolution théorique)<br>- <b>Limites partie 3</b> (limites de suites, de fonctions composées solutions d'équations différentielles) | - Suites récurrentes<br>- Suites géométriques<br>- Fonction exponentielle |

Applications pouvant être en lien avec :

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>SVT</b>                       | - Dynamique des populations : modèle de Malthus (géométrique), modèle de Verhulst (logistique) discret $N_{t+1} = N_t + r N_t (k - N_t)$ , ou continu : $y' = ay (b - y)$<br>- Modèle proie prédateur discrétisé : évolution couplée de deux suites récurrentes |
| <b>Enseignement scientifique</b> | - Les modèles démographiques (Malthus)  |

## Séquence 6 : Calculs d'aires

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées           |
|---|--------------------------------|
| - <b>Intégration partie 1</b> (intégrale d'une fonction continue et positive)<br>- <b>Primitives</b><br>- <b>Continuité partie 2</b><br>- <b>Limites partie 4</b> (limites de suites) | - Dérivation<br>- Probabilités |

Applications pouvant être en lien avec :

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Culture mathématique</b> | - Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède<br>- Quadrature de l'hyperbole par une ou deux méthodes (Brouncker, Grégoire de Saint-Vincent)<br>- Approximation de l'aire sous la courbe de la fonction exponentielle sur $[0,1]$ par la méthode des rectangles<br>- Estimation de l'aire sous une courbe par la méthode de Monte-Carlo<br>- Approximation de $\pi$ et aire d'un disque |
|-----------------------------|--|

## Séquence 7 : Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées |
|---|----------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Épreuve et loi de Bernoulli</li> <li>- Schéma de Bernoulli et loi binomiale</li> <li>- Lois uniformes discrètes et continues sur <math>[0 ; 1]</math></li> </ul> |                      |

Applications pouvant être en lien avec :

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>Culture mathématique</b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tirages aléatoires avec remise d'une boule dans une urne contenant des boules de deux couleurs différentes. Simulations. Calculs de probabilité.</li> <li>- Test d'une pièce, par construction d'un intervalle <math>I</math> centré en <math>n/2</math> tel que <math>P(X \in I) \geq 1 - \alpha</math> où <math>X</math> est une variable aléatoire suivant la loi binomiale <math>(n, \frac{1}{2})</math></li> <li>- Surréservation. Construction d'un intervalle <math>I</math> de la forme <math>[0, k]</math> tel que <math>P(X \in I) \geq 1 - \alpha</math> où <math>X</math> est une variable aléatoire suivant la loi binomiale <math>\mathcal{B}(n, p)</math>.</li> <li>- Sondages par échantillonnage aléatoire simple. Fourchette de sondage. Réflexion sur la réalisation effective d'un sondage et les biais possibles (représentativité, sincérité des réponses, etc.).</li> <li>- Démarche des tests d'hypothèse et de l'estimation. Les observations étant vues comme un échantillon aléatoire d'expériences régies par une loi inconnue (à découvrir), il s'agit de confronter une modélisation théorique proposée avec les résultats mesurés. Une bonne adéquation peut permettre de valider a priori le modèle (avec un certain degré de confiance), tandis que l'observation d'évènements donnés avec une probabilité très faible dans le modèle peut conduire à rejeter le modèle et à en chercher un autre.</li> </ul> |
| <b>Enseignement scientifique</b> | - La biodiversité et son évolution (estimer une abondance)  |

## Séquence 8 : Approche historique de la fonction logarithme

Contenus associés :

| Notions nouvelles  | Notions remobilisées                        |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fonction logarithme</li> <li>- Intégration partie 2 (calcul d'aires)</li> </ul> | - Suites arithmétiques, suites géométriques |

Applications pouvant être en lien avec :

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Physique-Chimie</b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analyser un système chimique par des méthodes physiques (SPE)</li> <li>- Le développement des besoins pratiques de calcul, notamment pour l'astronomie ou la navigation conduit à la recherche de méthodes facilitant multiplication, division, extraction de racine. Influence des tables trigonométriques.</li> </ul>                       |
| <b>SES</b>                  | - Comment expliquer les crises financières et réguler le système financier ? (SPE)   |
| <b>Culture mathématique</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lien entre suites arithmétiques et géométriques (depuis Archimède), construction de tables d'intérêts</li> <li>- Les travaux de Neper, le passage du discret au continu</li> <li>- Vision fonctionnelle <math>f(xy) = f(x) + f(y)</math> plus tardive</li> <li>- Quadrature de l'hyperbole, problème des sous-tangentes constantes</li> </ul> |

## Séquence 9 : Modèles définis par une fonction d'une variable (partie 2 : convexité)

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Continuité partie 3 (théorème des valeurs intermédiaires, cas général)</li><li>- Convexité partie 1</li><li>- Statistique à deux variables partie 3</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Fonction dérivée, sens de variation, extremums</li><li>- Fonctions de référence</li></ul> |

Applications pouvant être en lien avec :

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Physique-Chimie           | - Incertitudes-types composées (SPE)             |
| SES                       | - Fonctions de coût, coût marginal, coût moyen   |
| Enseignement scientifique | - Intelligence artificielle (courbe de tendance) |

## Séquence 10 : Répartition des richesses, inégalités

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Convexité partie 2</li><li>- Intégration partie 3 (calculs d'intégrale)</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>- Statistique descriptive : caractéristiques de dispersion (médiane, quartiles, déciles, rapport inter-décile)</li><li>- Fonctions d'une variable</li></ul> |

Applications pouvant être en lien avec :

|                           |   |
|---------------------------|---|
| SES                       | <ul style="list-style-type: none"><li>- Courbe de Lorenz, Indice de Gini</li><li>- Quelles inégalités sont compatibles avec les différentes conceptions de la justice sociale ? (SPE)</li></ul> |
| Enseignement scientifique | - Les modèles démographiques (SPE)  |

## Séquence 11 : Temps d'attente

Contenus associés :

| Notions nouvelles   | Notions remobilisées |
|---|----------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Lois à densité</li><li>- Intégration partie 4</li><li>- Loi géométrique, loi exponentielle</li><li>- Absence de mémoire, discrète ou continue</li></ul> |                      |

Applications pouvant être en lien avec :

|     |   |
|-----|---|
| SVT | - Le temps et les roches, la chronologie absolue : durée de vie d'un atome radioactif (SPE) |
|-----|---|