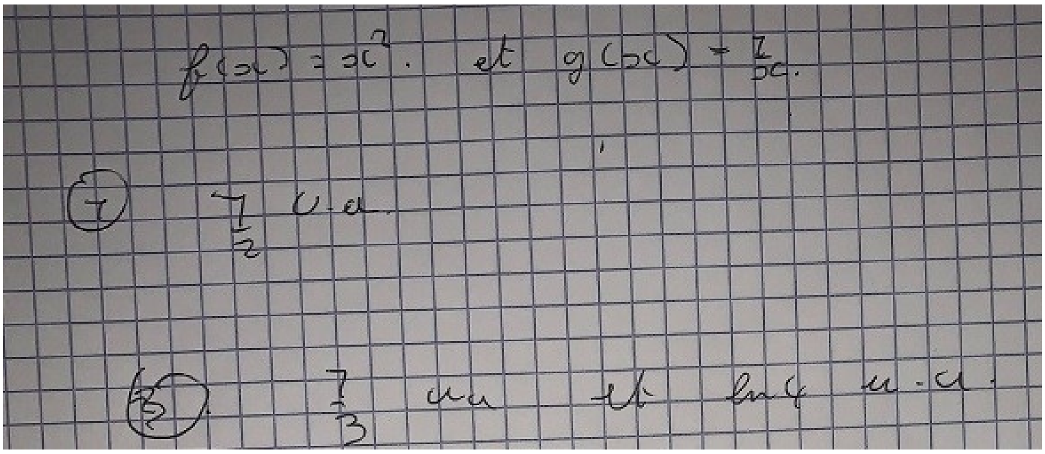
TSSI – Session du lundi 30/03/2020

Exercice 42 p. 178.

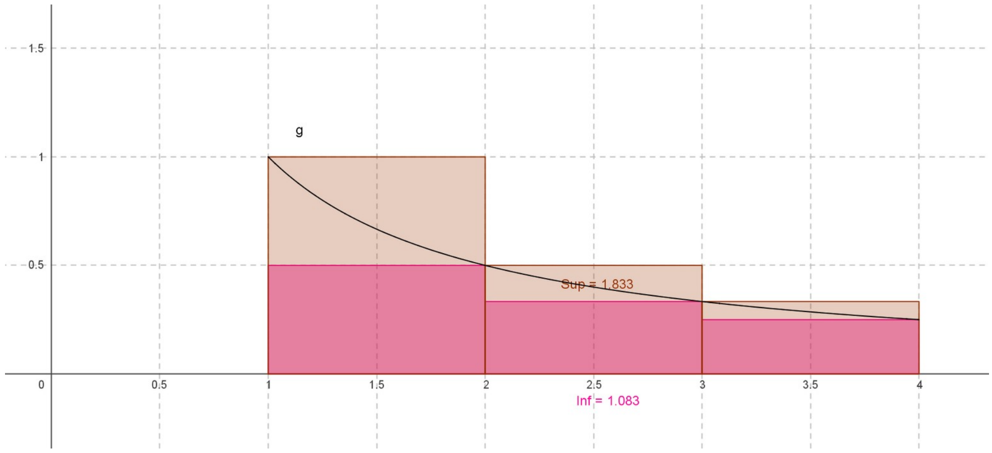
1. et 3.


$f(x) = x^2$. et $g(x) = \frac{1}{x}$.

① $\frac{7}{2}$ u.a.

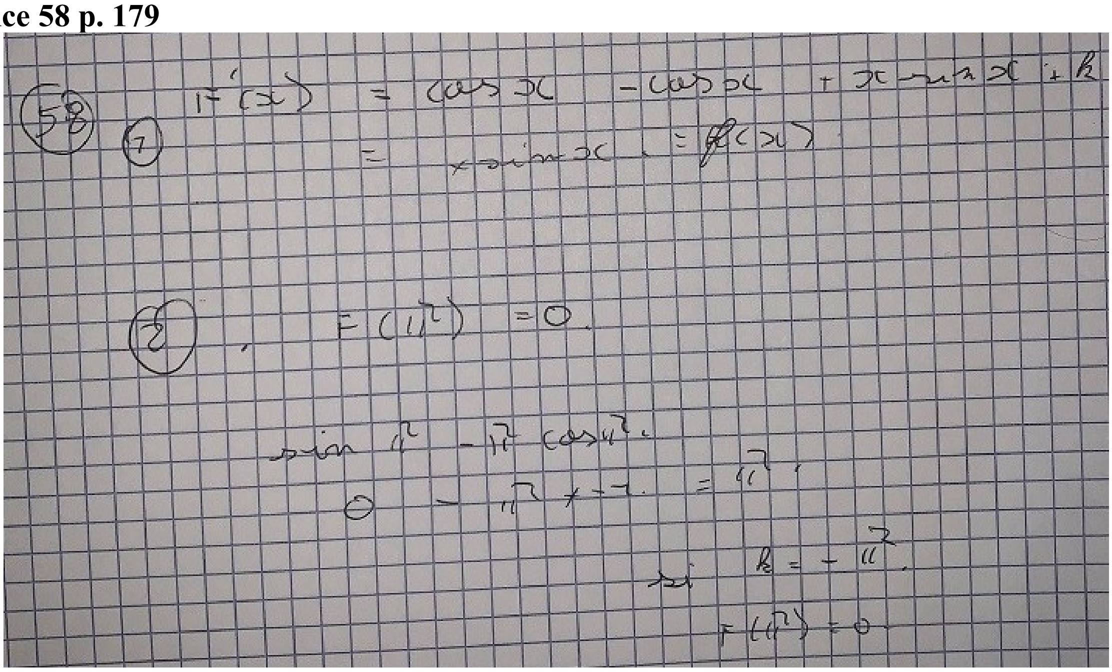
③ $\frac{7}{3}$ u.a et $\ln 4$ u.a.

2.



En unités d'aire : $1\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{4}\leqslant \text{aire} \leqslant 1\times 1+1\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{13}{12}\leqslant \text{aire}\leqslant\frac{11}{6}$.

Exercice 58 p. 179


58 ① $F'(x) = \cos x - \cos x + x\sin x + k$

$= x\sin x = f(x)$

② $F(\pi^2) = 0$.

$\sin \pi^2 - \pi^2 \cos \pi^2$.

$0 - \pi^2 \times -1 = \pi^2$.

si $k = -\pi^2$,

$F(\pi^2) = 0$.

Exercice 50 p. 179

1. D'après le théorème 1 du cours, F est dérivable et $F'(x)=f(x)=e^{x^2}$.
2. $F'(x)=e^{x^2}>0$ donc F est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
3. $F(0)=\int_0^0 e^{t^2}\,dt=0$

   donc F est strictement négative sur $]-\infty;0[$ et strictement positive sur $]0;+\infty[$.

Exercice 63 p. 180

En utilisant $(uv)'=u'v+uv'$, on a $F'(x)=a\times e^{x+4}+(ax+b)\times 1\,e^{x+4}=(ax+a+b)e^{x+4}$.

$F'(x)=f(x) \Leftrightarrow (ax+a+b)e^{x+4}=x\,e^{x+4} \Leftrightarrow ax+a+b=x$.

Pour $x=0$, on a $a\times 0+a+b=0 \Leftrightarrow a+b=0$.

Pour $x=-1$, on a $a\times(-1)+a+b=-1 \Leftrightarrow b=-1$.

Donc $a=1$ et $b=-1$. Ainsi, $F(x)=(x-1)e^{x+4}$

Remarque : on doit avoir l'égalité entre ces deux fonctions

$x \mapsto ax+a+b$

$x \mapsto x$

Donc $\begin{cases} a=1 \\ a+b=0 \end{cases}$ ...

Exercice 75 p. 181

F est croissante lorsque $F'=f$ est positive.

F est décroissante lorsque $F'=f$ est négative.

Ici, F est croissante, décroissante puis croissante donc sa dérivée f doit être positive, négative puis positive : c'est la courbe 1.

Exemple 5 du cours

i) $F(x)=\frac{1}{4}x^4+k$ (ligne de x^n).

ii) $G(x)=-\frac{1}{3x^3}+k$ (ligne de $\frac{1}{x^n}$ avec $n=4$).

iii) $H(x)=2x+k$ (ligne de a).

Exemple 6

i) $3\times f(x)=x^4$ donc $3F(x)=\frac{1}{5}x^5+k$ d'où $F(x)=\frac{1}{15}x^5+K$.

ou $f(x)=\frac{1}{3}\times x^4$ donc $F(x)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}x^5+k=\frac{1}{15}x^5+k$.

ii) $g(x)=3\times\frac{1}{x^2}$ donc $G(x)=3\times\left(-\frac{1}{x}\right)+k=-\frac{3}{x}+k$.

iii) $h(x)=4\times\sin(x)$ donc $H(x)=-4\cos(x)+k$