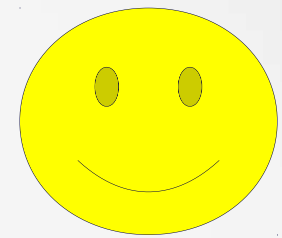
Cours du 27 03

Bonjour à tous !



J'espère que vous êtes en forme et prêts à travailler.

Après avoir corrigé les exercices sur les généralités des lois à densité et ceux sur la loi uniforme, nous étudierons un deuxième exemple de loi continue: la loi normale centrée réduite

2 X est une variable aléatoire à densité sur [2 ; 11].
On donne $P(X \leqslant 4) = 0{,}2$ et $P(X > 7) = 0{,}5$.
Déterminer les probabilités suivantes :

a. $P(X > 4)$ **b.** $P(X > 11)$

c. $P(X < 7)$ **d.** $P(4 < X < 7)$

Correction

a) $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 0{,}8$

b) $P(X > 11) = 0$ car $X \in [2 ; 11]$

c) $P(X < 7) = 1 - P(X > 7) = 0{,}5$

d) $P(4 < X < 7) = P(X < 7) - P(X < 4) = 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}3$

9 La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[2\,;20]$.
On note A l'événement « $X > 5$ » et B l'événement « $X < 12$ ».

1. Déterminer $P(A)$ et $P(A \cap B)$.

2. En déduire $P_A(B)$.

Correction

1) $P(A) = P(X>5) = P(5<X<20) = \dfrac{20-5}{20-2} = \dfrac{5}{6}$

2) $P(A \cap B) = P(5<X<12) = \dfrac{12-5}{20-2} = \dfrac{7}{18}$

3) $P_A(B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{7}{18}}{\frac{5}{6}} = \dfrac{7}{18} \times \dfrac{6}{5} = \dfrac{7}{15}$

Correction

47 La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle $[12\,;20]$.

1. Définir la fonction de densité de probabilité de la loi de X.

2. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

a. $A = \{X < 15\}$

b. $B = \{X > 17\}$

c. $C = \{14 < X < 19\}$

d. $D = \{X < 15{,}8\}$

3. Déterminer le réel k tel que $P(X < k) = 0{,}25$.

4. Déterminer le réel t tel que $P(X > t) = 0{,}42$.

5. Déterminer $E(X)$.

1) $f(x) = \frac{1}{20-12} = \frac{1}{8}$, $x \in [12;20]$.

2) a) $P(A) = P(X<15) = P(12<X<15) = \frac{15-12}{20-12} = \frac{3}{8}$

b) $P(B) = P(X>17) = P(17<X<20) = \frac{3}{8}$

c) $P(C) = P(14<X<19) = \frac{5}{8}$

d) $P(D) = P(12<X<15{,}8) = \underline{\underline{0{,}475}}$

3) $P(X<k) = P(12<X<k) = \frac{k-12}{8} = 0{,}25$

donc $k = 8 \times 0{,}25 + 12 = \underline{\underline{14}}$

4) $P(X>t) = P(t<X<20) = 0{,}42 \Leftrightarrow \frac{20-t}{8} = 0{,}42$

$20 - t = 3{,}36 \Leftrightarrow t = 20 - 3{,}36 = \underline{\underline{16{,}64}}$

5) $E(X) = \frac{12+20}{2} = \underline{\underline{16}}$.

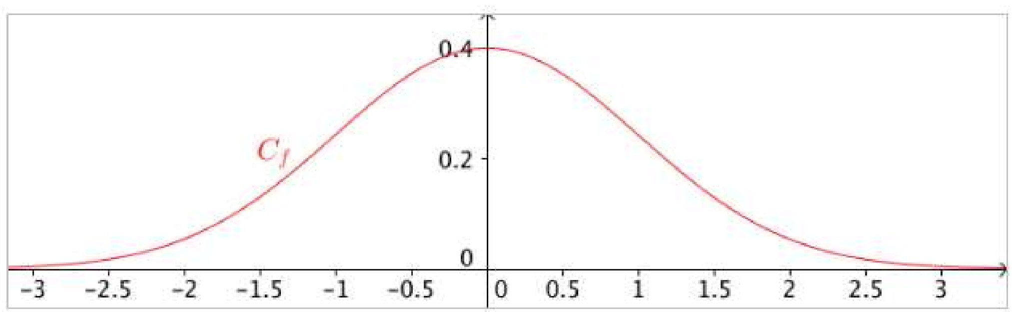
Cours Y.Monka

III. Loi normale centrée réduite

Le célèbre mathématicien allemand, *Carl Friedrich Gauss* (1777 ; 1855) conçoit une loi statistique continue, appelée loi normale ou loi de Laplace-Gauss, dont la répartition est représentée par la fameuse courbe en cloche.
L'adjectif « normale » s'explique par le fait que cette loi décrit et modélise des situations statistiques aléatoires concrètes et naturelles.
Prenons par exemple une population de 1000 personnes dont la taille moyenne est de 170 cm. En traçant l'histogramme des tailles, on obtient une courbe en cloche dont la population se concentre essentiellement autour de la moyenne.

1) Définition et propriétés

Définition :
La loi normale centrée réduite, notée $N(0;1)$, est la loi ayant pour densité de probabilité la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$.



La représentation graphique de la fonction densité de la loi $N(0;1)$ est appelée *courbe en cloche*.
Elle est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Remarque :
Il n'est pas possible de déterminer une forme explicite de primitives de la fonction densité de la loi normale centrée réduite.

Méthode : Utiliser une calculatrice pour calculer une probabilité avec une loi normale centrée réduite

Vidéos dans la Playlist :
https://www.youtube.com/playlist?list=PLVUDmbpupCaquC7534BRuyJwYExj5Mu0R

X suit une loi normale centrée réduite $N(0;1)$. Calculer $P(X \leq 0,4)$.

Sur TI :
Taper sur les touches "**2nde**" et "**VAR/Distrib**" puis saisir **normalFRéq(-10**^{99}**,0.4,0,1)**

Sur Casio :
Taper sur la touche "**OPTN**", puis dans l'ordre "**STAT**", "**DIST**" "**NORM**" et "**Ncd**" puis saisir **NormCD(-10**^{99}**,0.4,1,0)**

On a ainsi : $P(X \leq 0,4) \approx 0,6554$.

- Pour continuer à travailler la loi normale centrée réduite, je vous propose de faire les exercices suivants pour jeudi : n° 10 et 11 p 182
- Une courte vidéo sur Gauss :

  https://www.lemonde.fr/mathematiques/video/2018/03/22/carl-friedrich-gauss-par-etienne-ghys_5274719_1650729.html

- A jeudi !