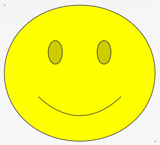
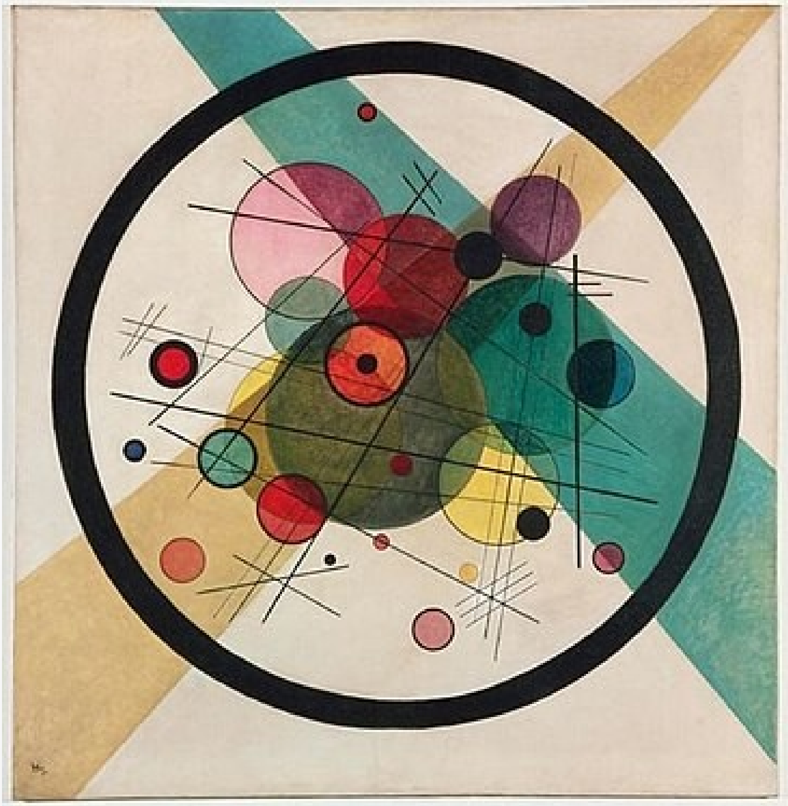
Cours 1ère spé maths du 31 03 –

Bonjour à tous ! 

J'espère que vous allez bien et avez passé un bon WE.

Aujourd'hui, nous ferons le point sur le produit scalaire et avancerons le cours sur les cercles et les droites



« Cercles dans cercle »-V.Kandinsky

Produit scalaire

EXERCICE 130 P 236

1) $\vec{JE}\cdot\vec{JF}$ → $JE \times JF \times \cos \widehat{EJF}$

→ $JE \times \left(\frac{1}{2} JE\right)$ projection orthogonale

$\vec{JE}\cdot\vec{JF} = \frac{25}{2}$

2) $\vec{EH}\cdot\vec{GE} =$ → $-EH \times HE$ projection orthogonale.

→ $\vec{EH}\cdot(\vec{GH}+\vec{HE}) = -EH\times HE$

$\vec{EH}\cdot\vec{GE} = -36$

3) $\vec{EJ}\cdot\vec{EH} =$ → $EJ \times EH \times \cos \widehat{HEJ}$

→ $-EO \times HE$ O est le projeté orthogonal de J sur (HE)

$EO = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$\vec{EJ}\cdot\vec{EH} = -15\sqrt{3}$

4) $\vec{IF}\cdot\vec{IH} =$ → $-IE\times IF$

→ $\vec{IF}\cdot(\vec{IE}+\vec{EH}) =$

$\vec{IF}\cdot\vec{IH} = -\frac{25}{4}$

5) $\vec{EI}\cdot\vec{FJ} = -\vec{FI}\cdot\vec{FJ}$ → $-FI\times FJ\times \cos\widehat{IFJ}$

→ $-FI\times FI$

$\vec{EI}\cdot\vec{FJ} = -\frac{25}{4}$.

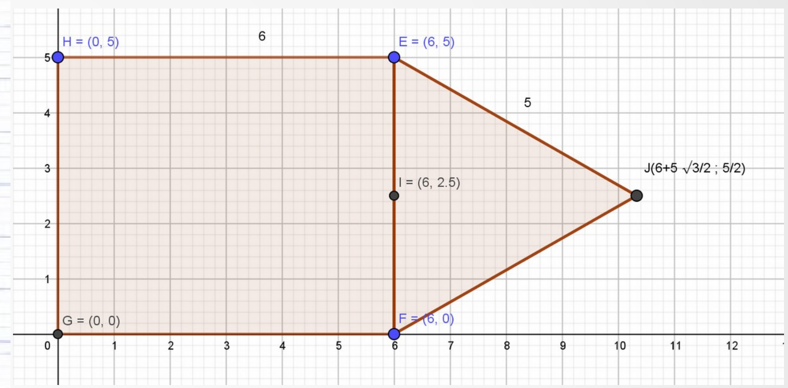
6) $\vec{GE}\cdot\vec{HF} = (\vec{GH}+\vec{HE})\cdot\vec{HF} = \vec{GH}\cdot\vec{HF} + \vec{HE}\cdot\vec{HF}$

$= -25 + 36 = 11$.

ou avec repère ...

7) $\vec{GJ}\cdot\vec{EF} = (\vec{GF}+\vec{FJ})\cdot\vec{EF} = \underbrace{\vec{GF}\cdot\vec{EF}}_{0} + \vec{FJ}\cdot\vec{EF} = -\frac{25}{2}$

ou repère ...



- EXERCICE 131 P236

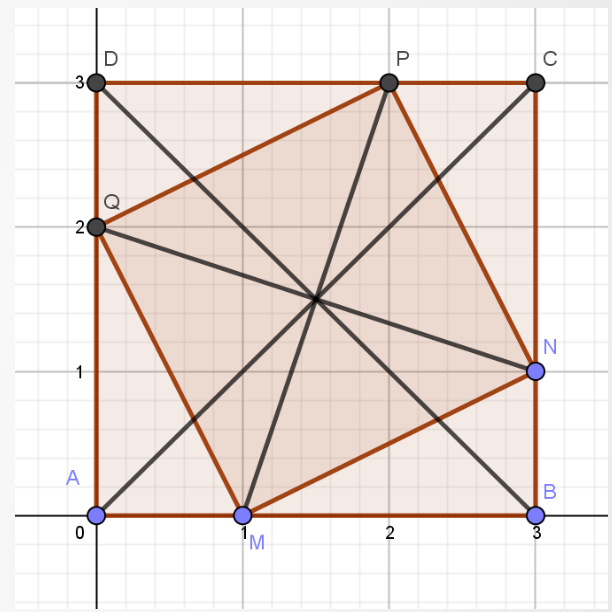
1. $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MQ} = \left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN}\right).\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AQ}\right) = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BN}.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BN}.\overrightarrow{AQ}$
$= -2 + 0 + 0 + 2 = 0$

2. $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MQ} = 0$ donc MNPQ a un angle droit en M et si on réitère le procédé sur tous les angles on en déduit que MNPQ est rectangle.

3. Par Pythagore dans les triangles PCN et MNB, on a MN = NP.

4. Le quadrilatère MNPQ est donc un carré.

5. Dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, I est le milieu de [AC] et est le centre du carré ABCD de coordonnées $I(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$. J est le milieu de [MP] et est le centre du carré MNPQ de coordonnées $J\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right); \frac{1}{2}(1+0)\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$ donc I = J.



Un point sur le produit scalaire :

- des questions sur le cours ? Sur des exercices ?
- le DTL sujets A et E : fait individuellement ou en groupe ?
- une évaluation QCM ?
- Une évaluation à notre retour en classe

Aide en AP ce jeudi,
Le cours spémaths du cned

Équations de cercles

- Exercice 22p255 : 1. a) / 2. c) / 3. a)
- Exercice 23 :

  a) non car $-5 < 0$

  b) oui $A(2;1)$ et $r = 2$

  c) non, c'est une équation de droite

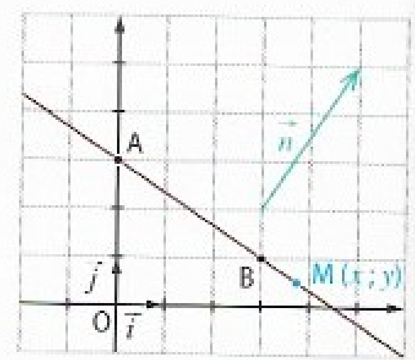
  d) non, pas de y^2
- Exercice 25 et 32 à l'oral
-

Équations de droites- Activité 2 p 248 livre

- Si (d) a pour équation ax + by + c = 0 alors un vecteur directeur a pour coordonnées (-b ; a) et réciproquement

Des droites et des vecteurs

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On considère les points A(0 ; 3) et B(3 ; 1).



1 **a.** Déterminer un vecteur directeur de la droite (AB).
b. Donner ses coordonnées.
c. Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est $2x + 3y - 9 = 0$.

2 On considère le vecteur $\vec{n}(2 ; 3)$.
a. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}$. Que peut-on en déduire ?
On dit que le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal à la droite (AB).
b. Soit M$(x ; y)$ un point de la droite (AB).
Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$?
c. Retrouver le résultat de la question **1. c.** en utilisant le produit scalaire $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}$.

3 Soit a et b deux nombres réels non nuls.
On considère la droite d d'équation $ax + by + c = 0$.
a. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de d.
b. Indiquer les coordonnées d'un vecteur normal à la droite d. Justifier.

Correction

- Si (d) a pour équation ax + by + c = 0 alors un vecteur directeur a pour coordonnées (-b ; a) et réciproquement

1. a. $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

b. $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (-b ; a) $(3\,;-2)$

c. $-2x+3y+c=0$ est une équation de la droite (AB), reste à trouver c.

$A(0\,;3) \in (AB)$. On trouve $c=-9$.

2. a. $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux.

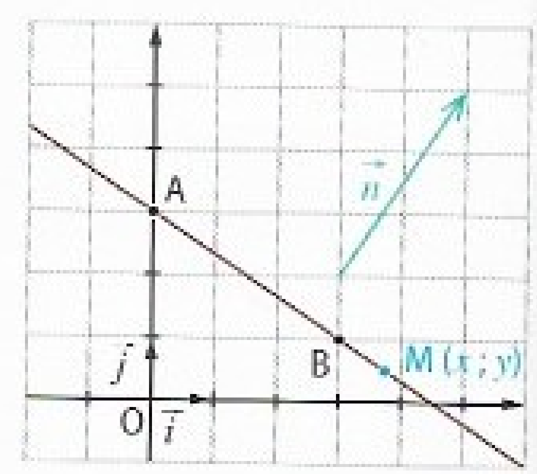
b. $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux.

c. $\overrightarrow{AM}\,(x\,;y-3)$

$\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$ équivaut à $2x+3(y-3)=0$ et donc à $2x+3y-9=0$.

3. a. $(-b\,;a)$ est un vecteur directeur de d.

b. $(a\,;b)$ est normal à d car $(-b)\times a+a\times b=0$.



4) caractérisation d'une droite

a) Vecteurs et droites

Définition :

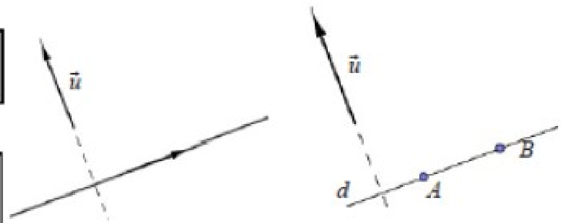
Un **vecteur normal** à une droite d est un vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de d.

Propriété :

Soit d une droite, A un point de d et $\vec{u}$ un vecteur normal à d.

La droite d est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}=0$.
C'est à dire

$$M\in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}=0$$



La droite d est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux ...

Remarque : Pour montrer que deux droites sont perpendiculaires on peut utiliser le produit scalaire et les vecteurs directeurs .

b) Équations de droites

Propriété :

Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormal et $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ un vecteur non nul.

- Si le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ est normal à une droite d , alors d a une équation de la forme $ax+by+c=0$ (où c est un réel)
- Réciproquement, toute droite ayant une équation de la forme $ax+by+c=0$ (avec $(a;b)\neq(0;0)$) admet le vecteur $\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ comme vecteur normal.

Preuve :

- Soit $A(x_0;y_0)$ un point de d et $M(x;y)$ un point du plan , alors :

$M\in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}=0$

On a $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-x_0\\y-y_0\end{pmatrix}$

Ainsi $M\in d \Leftrightarrow a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$
$\Leftrightarrow ax+by-(ax_0+by_0)=0$
$\Leftrightarrow ax+by+c=0$, en posant $c=-(ax_0+by_0)$

Propriété

Dans un repère , considérons la droite (d) d'équation ax + by + c= 0 avec a, b, c trois réels tels que $(a,b)\neq 0$ **alors un vecteur directeur de (d) a pour coordonnées (-b ; a)**

Pour terminer

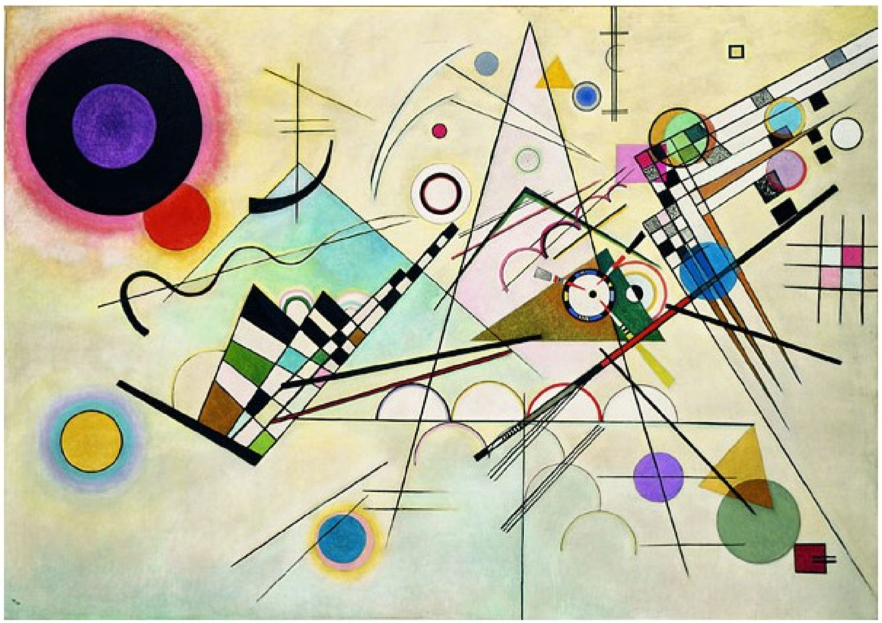
- Pour terminer,   lisez attentivement les capacités
  2 p251 : identifier un vecteur normal à une droite
  1 p 251: déterminer une équation de droites
- Pour continuer à travailler ces notions ,faites les exercices
  : 33 p 256 / 13-14-16 p 254 . On les corrigera vendredi.

- Je vous rappelle que Jeudi à 11h00, j'ouvre une visio AP

- Pour vous détendre : cf diapo suivante

- À bientôt !

Kandinsky -des formes et des couleurs



Komposition VIII, 1923
Composition VIII
Huile sur toile, 140 x 201 cm
Solomon R. Guggenheim Museum, New York
Solomon R. Guggenheim Founding Collection, by gift
© Adagp, Paris

Vassily Kandinsky (1866-1944) est un peintre russe, un des fondateurs de l'art abstrait. Il associe et donne du sens aux formes géométriques et aux couleurs, fondements qu'il a enseigné à l'école du Bauhaus

A regarder :
« L'art abstrait » - vidéo proposée par le CNDP et le Centre Pompidou
https://www.dailymotion.com/video/x9gwmw