1°1 BIO - Séance du jeudi 26 mars 2020

TRONC COMMUN-10h30

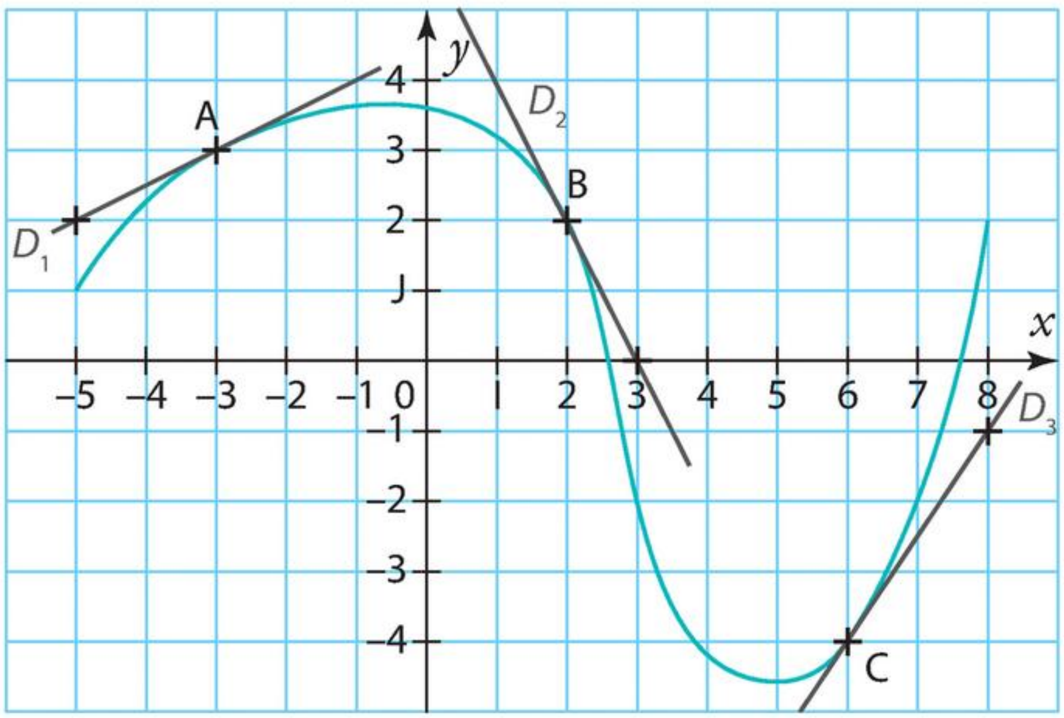
1) Oral: Réactivation

Comment déterminer graphiquement le nombre dérivé d'une fonction en un point?

Quelle est la forme générale de l'équation réduite d'une tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction?

2) Recherche: 1er temps: (5 minutes) Résoudre l'exercice suivant

6 Sur le graphique suivant, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ d'une fonction g sur l'intervalle $[-5\,;8]$. Les droites D_1, D_2 et D_3 sont respectivement tangentes à $\mathscr{C}_g$ aux points A d'abscisse -3, B d'abscisse 2, et C d'abscisse 6.



Lire sur le graphique les valeurs de $g(-3)$, $g(2)$, $g(6)$ et $g'(-3)$, $g'(2)$, $g'(6)$.

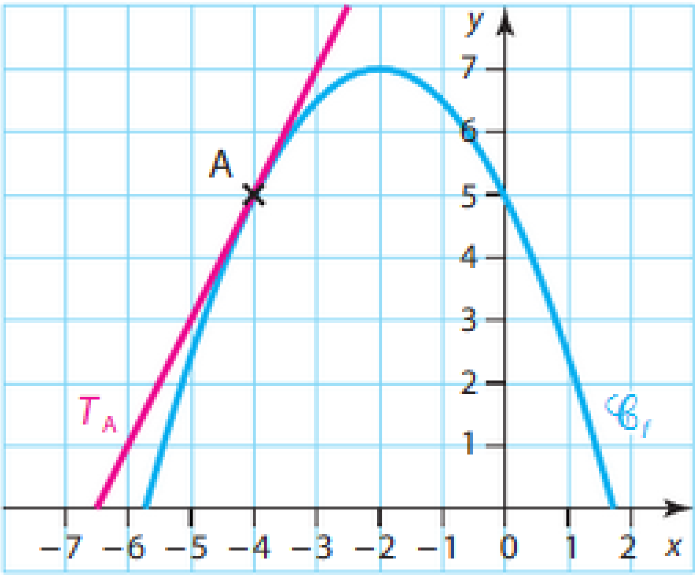
MISE EN COMMUN

Deuxième temps: En déduire les équations réduites des tangentes à la courbe en -3, en 2 et en 6

3) Correction des exercices 59 et 60

Ex 59

59 Soit f la fonction représentée par la courbe $\mathcal{C}_f$ ci-de[redacted]sous. On a tracé la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A.



1. a. Lire $f(-4)$.

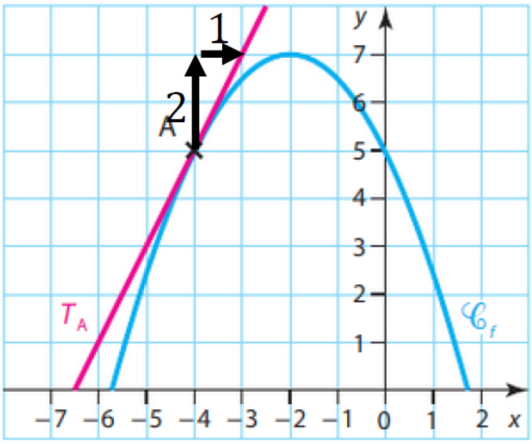
b. Lire graphiquement le coefficient directeur de la tangente T_A. En déduire $f'(-4)$.

c. Déterminer une équation de T_A.

2. On admet que la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point B d'abscisse 0 a pour équation $y = -2x + 5$. Quel est le coefficient directeur de T_B ? Quel nombre dérivé peut-on en déduire ?

1.a. $f(-4) = 5$ (on utilise le point $A(-4; 5)$.)

b. Le coefficient directeur de la droite T_A est égal à $\frac{2}{1} = 2$.



$f'(-4)$ correspond au **coefficient directeur** de la tangente à la courbe **au point d'abscisse -4** (point A ici, c'est la droite T_A).

Donc $f'(-4) = 2$

c. La tangente à C_f au point A d'abscisse -4 a pour équation :

$$y = f'(-4) \times \big(x - (-4)\big) + f(-4)$$

Soit $y = 2 \times (x + 4) + 5$

$$y = 2x + 8 + 5$$

$$y = 2x + 13$$

La droite T_A a pour équation : $y = 2x + 13$

2. La droite T_B a pour équation $y = -2x + 5$ donc son coefficient directeur est égal à -2.

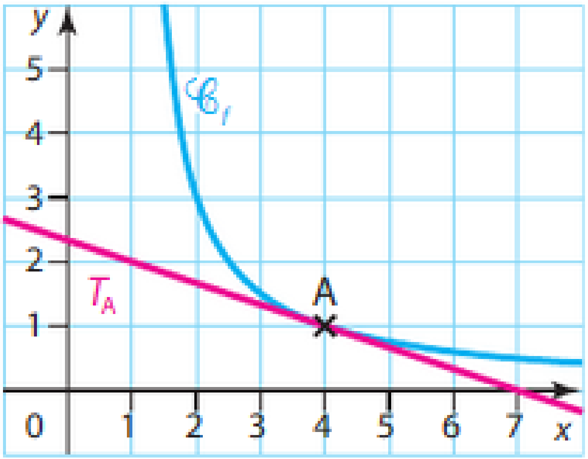
La droite T_B est la tangente à la courbe au point B d'abscisse 0.

Son coefficient directeur est donc égal à $f'(0)$.

On a donc $f'(0) = -2$.

Ex 60:

60 Soit f la fonction représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-contre. On a tracé la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A.



1. a. Lire graphiquement $f(4)$ et $f'(4)$.

b. Déterminer une équation de T_A.

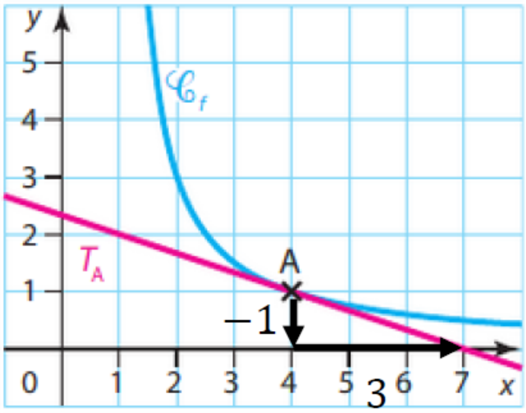
2. On admet que la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 2 a pour équation $y = -3x + 9$. En déduire $f'(2)$.

1.a. $f(4) = 1$ (on utilise le point $A(4;1)$.)

$f'(4)$ correspond au **coefficient directeur** de la tangente à la courbe **au point d'abscisse -4** (point A ici, c'est la droite T_A).

Le coefficient directeur de la droite T_A est égal à $\frac{-1}{3}$.

Donc $f'(4) = -\frac{1}{3}$



b. La tangente à C_f au point A d'abscisse 4 a pour équation :

$$y = f'(4) \times (x - 4) + f(4)$$

Soit $y = -\frac{1}{3} \times (x - 4) + 1$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} + 1$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} + \frac{3}{3}$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

La droite T_A a pour équation : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

3. $f'(2)$ correspond au **coefficient directeur** de la tangente à la courbe **au point d'abscisse 2** (point B).

La tangente à la courbe au point B d'abscisse 2 a pour équation $y = -3x + 9$ donc son coefficient directeur est égal à -3.

Son coefficient directeur est donc égal à $f'(2)$**.**

On a donc $f'(2) = -3$.

4) Figures GeoGebra

Lien: "*tangente*"
puis explication cours "Remarque"

Lien: "*fonction dérivée*"
puis explication cours "Dérivation sur un intervalle"

COURS (à lire et à recopier ultérieurement)

Remarques :

- Une fonction f est dérivable en a si sa courbe admet en a une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées.
- On retiendra que $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a.

Remarque importante :

Soit f une fonction dérivable en a.
$f'(a) = 0$ si et seulement si la tangente à la courbe au point d'abscisse a est parallèle à l'axe des abscisses.

III- Dérivation sur un intervalle

a) Fonction dérivée

On considère une fonction *f* définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

DEFINITION: Si, pour tout *a* de I, *f* admet un nombre dérivé en *a*,
on dit que *f* est **dérivable sur I**
La fonction qui, à tout *x* de I, associe le nombre dérivé de *f* en *x* est appelée **fonction dérivée** et est notée *f* ' .

Remarque: En physique, on utilise aussi la notation $\frac{df}{dx}$ pour la dérivée.

b) Fonctions dérivées usuelles

* Les **fonctions constantes** de la forme $f(x) = m$ (avec m réel) sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et leur dérivée est:

$$\boldsymbol{f'(x) = 0}$$

* Les **fonctions affines** de la forme $f(x) = mx + p$ (avec m et p réels) sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et leur dérivée est:

$$\boldsymbol{f'(x) = m}$$

* La **fonctions carré** (de la forme $f(x) = x^2$) est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est:

$$\boldsymbol{f'(x) = 2x}$$

* La **fonctions cube** (de la forme $f(x) = x^3$) est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est:

$$\boldsymbol{f'(x) = 3x^2}$$

c) Dérivées et opérations sur les fonctions

Propriétés :

On considère deux fonctions f et g dérivables sur un intervalle I et k un nombre réel.

(1) La fonction $f + g$ est dérivable sur I et $(f + g)' = f' + g'$;

(2) La fonction $k\mathrm{u}$ est dérivable sur I et $(k\,\mathrm{u})' = k \times \mathrm{u}'$.

Propriété : (admise)

Toutes les fonctions polynômes sont dérivables sur $\mathbb{R}$.

5) Application (Exercice résolu p 107 commenté)

Exercice résolu 4 **Déterminer une fonction dérivée avec les propriétés**

Dans chacun des cas suivants, déterminer la fonction dérivée de la fonction donnée sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = -4x + 9$ sur $\mathbb{R}$.
2. $g(x) = 54x^2 - 78x + 62$ sur $\mathbb{R}$.
3. $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 - \frac{1}{6}t + \frac{3}{4}$ sur $\mathbb{R}$.

Méthode **Pour déterminer une fonction dérivée avec les propriétés**

1. On **détermine** la nature de la fonction.
2. On **applique** l'une des propriétés énoncées dans le cours.

Solution

1. f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = -4$ et $b = 9$ donc, pour tout x réel, $f'(x) = -4$.
2. g est une fonction polynôme de degré 2 de la forme $g(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a = 54$ et $b = -78$ et $c = 62$ donc, pour tout x réel, $g'(x) = 54 \times 2x - 78 = 108x - 78$.
3. h est une fonction polynôme de degré 3 de la forme $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{5}{2}$, $c = -\frac{1}{6}$ et $d = \frac{3}{4}$ donc, pour tout x réel, $h'(t) = -\frac{1}{3} \times 3t^2 + \frac{5}{2} \times 2t - \frac{1}{6} = -t^2 + 5t - \frac{1}{6}$.

6) Recherche en commun

Ex 28 p 113

28 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.
Calculer $f'(x)$.

* Nature de la fonction:
f est une fonction..........
Elle est donc ....

* Application des propriétés du cours:

La dérivée de x^3 est ....

La dérivée de x^2 est ....

La dérivée de $9x + 2$ est ....

Par conséquent la dérivée de $f(x) = 4 \times x^3 - 6 \times x^2 + 9x + 2$
est $f'(x) =$

7) Pour le **lundi 30 mars**: recopier le cours, revoir la correction des exercices 59 et 60 (ci-dessus) si problème + QCM sur Pronote (rappel!)