

## Progression « tressée » pour la première année du cycle 4 (classe de 5<sup>e</sup>)

**Rappel :** les notions et compétences travaillées au cycle 3 doivent être entretenues et consolidées au cycle 4.

Dans la logique d'une progression de cycle, on pensera à aborder, puis à stabiliser, consolider et à enrichir les notions, tout au long du cycle dans le respect du programme, de ses repères de progression et de ses attendus de fin d'année, et dans le respect de la logique didactique. De cette façon, un élève qui n'a pas assimilé une notion l'année précédente devra pouvoir l'acquérir par la suite, alors que d'autres élèves approfondiront leurs connaissances.

Il faut donc construire ses séries d'exercices, ses activités en prévoyant une différenciation pédagogique.

### **Présentation du tableau de progression :**

1) La première colonne propose une progression des notions sur l'année, liées le plus possible entre elles, et formant 11 séquences (ensemble de séances). On prévoira donc un peu plus de deux séquences sur une période inter-vacances. Les nouvelles leçons pourront être ainsi construites avec les élèves en une quantité plus grande de petits chapitres, ou apparaître essentiellement en bilans d'activités, ou encore être données en grands chapitres à la fin desquels on commence par laisser de la place et que l'on complète au fur et à mesure.

Les premières notions choisies ne doivent pas être traitées comme des révisions de l'année précédente, mais grâce à des résolutions de problèmes, le plus souvent non guidés, qui permettent de les réinvestir, de les lier les unes aux autres, de faire des diagnostics, d'aller plus loin, ...

2) La deuxième colonne donne des exemples d'activités mentales qui sont liées aux notions travaillées dans la première colonne : elles les préparent (en amont) ou les stabilisent (à la séquence suivante, ou après).

3) Les lignes du tableau correspondent à des séquences, et doivent être chacune lues globalement.

4) Pour rester lisible, ce tableau ne donne pas toutes les indications, en particulier il ne contient pas d'exemples d'énoncés élève, d'exemples d'EPI ou de déroulement de l'AP.

5) Il met l'accent sur le développement des compétences mathématiques. Celles-ci sont toujours présentées dans le même ordre, et indiquent à quels points particuliers des notions de la première colonne elles sont liées. Sans oublier que ces compétences ne se mobilisent réellement que lors de résolutions de problèmes non guidés, il est intéressant d'avoir à l'esprit de quelle manière on va les expliciter aux élèves, et jusqu'où on va les amener. Le travail choisi en heure d'AP modulera cette progression sur les compétences.

Les indications de cette dernière colonne ont été formulées à partir des documents ressources du programme 2016 sur les six compétences mathématiques (à retrouver sur Eduscol : <http://eduscol.education.fr/cid99696/ressources-maths-cycle.html>). On y retrouve une grande partie des énoncés d'exercices auxquels il est fait référence ici.

Certains **choix** restent propres aux établissements, et ils s'inscrivent aussi dans une logique liée aux EPI choisis.

En ce qui concerne **les compétences**, on pensera notamment à :

#### **Chercher :**

- ouvrir les questions, les consignes (en différenciant le plus souvent possible)
- proposer des questions-jeux, des défis.

#### **Modéliser :**

- avoir conscience d'un travail en trois temps : la mise en place du modèle, puis l'étude du fonctionnement du modèle lui-même à l'intérieur des mathématiques, et enfin la confrontation des résultats du modèle au réel.

#### **Représenter :**

- avoir conscience d'une progression dans la vision du réel et dans l'appréhension des objets mathématiques abstraits
- avoir comme but de trouver un registre de représentation adéquat
- bien marquer le passage d'un registre de représentation à un autre, en précisant l'intérêt de chacun dans la situation proposée
- utiliser des outils numériques pour faciliter la mise en œuvre concrète des changements de registre de représentation.

**Raisonner :**

- mener régulièrement des investigations collectives afin que les élèves soient habitués à expliquer leurs démarches entre eux
- faire travailler différentes formes de raisonnement (inductif, déductif, par disjonction de cas, par l'absurde) dans tous les champs mathématiques, et pas seulement le raisonnement déductif en géométrie
- donner des énoncés courts et simples qui n'induisent pas de solution ni de méthode, limiter les questions intermédiaires et de type « montrer que ... »
- bien séparer les tâches de résolution du problème (recherche et preuve) des tâches de rédaction d'un texte qui traduit l'organisation de la preuve, afin de bien former chaque élève à démontrer en fin de cycle 4
- donner peu à peu les règles syntaxiques qui ne sont pas naturelles
- déterminer en équipe pédagogique quels propriétés et théorèmes à retenir seront démontrés en classe.

**Calculer :**

- donner de l'aisance grâce aux automatismes, d'abord pour des calculs avec des nombres, puis, peu à peu, avec des formes littérales
- alterner calcul mental, posé, instrumenté, calcul exact et approché
- pratiquer le calcul réfléchi
- enseigner des stratégies calculatoires par petites touches.

**Communiquer :**

- garantir la compréhension des énoncés et consignes (*distinguer les deux*)
- ancrer les énoncés-type (les élèves doivent avoir compris et assimilé les tournures les plus fréquemment rencontrées dans les énoncés de mathématiques)
- avoir conscience que certains énoncés courts sont parfois source de malentendus car ils ne montrent pas les liens logiques ; avoir conscience que des phrases construites de la même façon n'ont pas le même statut, et qu'il faut donc lever les implicites
- proposer des situations variées de communication orale (exposé, débat, compte-rendu, aide entre pairs ...)
- distinguer les temps de travail oral et écrit
- inciter à lire hors de la classe
- faire participer les élèves à l'écriture de l'institutionnalisation des notions découvertes, des points de méthode
- ne pas superposer les difficultés (en particulier distinguer et séparer les difficultés de raisonnement et de communication)
- différencier les exigences de formalisme selon l'objectif d'apprentissage (raisonnement ou communication) et selon les capacités des élèves
- différencier, selon le moment et selon les élèves, les exigences dans la structure de l'écrit (organisation) et en orthographe
- accepter longtemps les écrits intermédiaires (brouillon par exemple)
- faire évoluer, corriger, les explications données oralement
- apprendre à faire évoluer et corriger les écrits
- donner un temps suffisant pour que les élèves fassent aboutir leurs écrits personnels.

**Présentation des thèmes dans ce document :**

en lien avec **nombres et calculs**

en lien avec **calcul littéral**

en lien avec **organisation et gestion de données, fonctions**

en lien avec **grandeurs et mesures**

en lien avec **espace et géométrie plane**

en lien avec **algorithmique et programmation**

	Notions	Activités mentales	Construction des compétences mathématiques
Période 1 – Durée : 7 semaines	Nombres décimaux, écritures diverses, calculs exacts et approchés. Enchaînements d'opérations avec parenthèses (en réinvestissement) puis sans parenthèses. Enchaînements d'opérations, programmes de calcul.	- Multiplier et diviser par 10, 100, 1000. - Prendre une fraction d'une quantité.	<b>Chercher</b> : procédure de résolution par essais. Prélever les informations demandées dans des dessins, schémas. <b>Représenter</b> : passer d'une écriture d'un nombre à une autre. Le professeur doit régulièrement expliciter ce changement de cadre. Traduire un texte avec des données numériques par un schéma (avec des ensembles, des rectangles, des segments ...) <b>Calculer</b> : passer du calcul exact au calcul approché, avec des encadrements, des ordres de grandeur. Écrire des calculs impliquant des grandeurs avec les unités. En particulier, on pourra accepter aussi longtemps que nécessaire une écriture du type $\text{cm} \times \text{cm}$ au lieu $\text{cm}^2$ . <b>Communiquer</b> : par un tableau, par un graphique. Faire construire des énoncés de problèmes à partir de quelques données, d'un tableau, d'un graphique. Proposer des exercices avec des données superflues (sans piège).
	Reconnaître et utiliser la symétrie axiale. Notion de médiatrice (définition et propriété). Axe de symétrie d'une figure. Effet de la symétrie sur les longueurs, les aires, les angles. Médiatrices d'un triangle.  Propriétés des triangles et quadrilatères usuels.	- Écrire des expressions de calculs enchaînés (décimaux simples) pour traduire une situation réelle ou des phrases mêlant le vocabulaire mathématique somme, différence, produit, quotient. - Convertir des unités de longueur.	<b>Modéliser</b> : traduire une situation réelle en une suite de calculs. <b>Représenter</b> en géométrie : passer d'une figure en vraie grandeur à un schéma codé et inversement. Comprendre les liens entre le cadre de la représentation géométrique, le cadre des grandeurs, et le cadre numérique (le professeur explicite ces liens). Mettre en relation la description en langage naturel, la figure géométrique en vraie grandeur et un schéma codé. <b>Raisonnement</b> : raisonnements déductifs très simples avec les propriétés de conservation de la symétrie axiale et la caractérisation de la médiatrice (sans formalisation particulière, en faisant en sorte que les élèves veuillent convaincre leurs camarades). Première rencontre avec le raisonnement par l'absurde.
	Recueillir des données, les organiser. Représenter graphiquement des données numériques (lien avec la proportionnalité pour les représentations en diagrammes circulaires et semi-circulaires). Notion d'effectif.	- Calculer des expressions du type $(x + b) - a$ (avec des valeurs simples pour $x$ , $a$ et $b$ , pour $b > a$ puis pour $b < a$ ) pour constater que c'est égal à $x + (b - a)$ . - reconnaître des figures usuelles (notamment des triangles particuliers) par des schémas codés.	<b>Chercher</b> : compléter des tableaux ; prélever les informations demandées dans des textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas. <b>Raisonnement</b> : dans les exercices de recueil et organisation de données, argumenter son choix.
	Constructions de triangles (avec les côtés ou côté(s) et angle(s)), inégalité triangulaire. Constructions géométriques simples.	- Effectuer des calculs enchaînés. - découvrir des nombres relatifs par le Parcours d'Etudes et de Recherches de l'IREM d'Aix-Marseille (cf Document Ressource sur les nombres relatifs, Eduscol)	<b>Représenter</b> en géométrie : comprendre les liens entre le cadre de la représentation géométrique, le cadre des grandeurs, et le cadre numérique (le professeur explicite ces liens). Mettre en relation la description en langage naturel, la figure géométrique en vraie grandeur et un schéma codé. Passer du cadre géométrique au cadre numérique pour savoir si un triangle est constructible à partir de la donnée de trois mesures de côtés. <b>Communiquer</b> : à l'oral, pour expliquer un protocole de construction géométrique, pour décrire une figure. Exercice des figures téléphonées dont les productions sont échangées et critiquées entre élèves.

	Notions	Activités mentales	Construction des compétences mathématiques
Période 2 - Durée : 7 semaines	Découverte des nombres relatifs. Repérage sur la droite graduée. Repérage dans le plan.  Somme de nombres relatifs.	- Vocabulaire, notation et calcul : carré d'un nombre. - Calculs simples de périmètres et aires.	<b>Calculer</b> : effectuer des calculs rapides et/ou astucieux.
	Reconnaître si une situation relève de la proportionnalité ou non. Proportionnalité, propriétés de la linéarité, coefficient de proportionnalité (lien avec les multiplications à trou ; coefficient fractionnaire), passage à l'unité.	- sommes de nombres relatifs - Calculs astucieux avec l'associativité et la commutativité des opérations.	<b>Chercher</b> : prélever les informations demandées dans des dessins, schémas. Expliciter les écrits de recherche (dire ce que l'on fait). <b>Modéliser</b> : passer des valeurs de deux grandeurs réelles à l'identification de la proportionnalité. Utilisation des tableaux, concept de coefficient de proportionnalité, utilisation plus fine des propriétés de linéarité.
	Soustraction de nombres relatifs.	- Calculs astucieux avec développement (ex : $99 \times 14$ ). - Passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale, et inversement.	<b>Calculer</b> : effectuer des calculs rapides et/ou astucieux.
	Centre de symétrie d'une figure. Symétrie centrale. Effet sur les longueurs, les aires, les angles.  Analyse de frises, pavages et rosaces avec la symétrie axiale et la symétrie centrale.	- Lien entre pourcentage et fraction. - opérations à trou.	<b>Modéliser</b> : l'élève choisit la modélisation et fait des liens entre les propriétés mathématiques du modèle et l'objet réel. <b>Communiquer</b> : à l'oral et à l'écrit, pour expliquer un protocole de construction géométrique, pour décrire une figure.
	Statut de la fraction comme nombre à partir des opérations à trou. Propriété d'égalité des fractions. Calculs et comparaisons de proportions et fréquences. Simplification de fractions. Démonstration de la propriété de multiplication d'un nombre en écriture fractionnaire par un décimal.	- additions et soustractions de fractions (reprise de la classe de 6e) - Dire quelle partie de la scène va atteindre le lutin avec un petit programme (travail sur les déplacements relatifs, tourner et s'orienter).	<b>Représenter</b> : produire et utiliser plusieurs représentations des nombres, notamment des nombres positifs.
	Projet : constructions de figures, géométriques ou non.		<b>Chercher</b> : savoir faire évoluer ses essais de programmes pour les améliorer, comprendre leur logique. <b>Communiquer</b> : oralement pour expliquer son algorithme.

	Notions	Activités mentales	Construction des compétences mathématiques
Période 3 - Durée : 7 semaines	Fractions et propriété des opérations : addition et soustraction.	- soustractions de nombres relatifs - Calculs astucieux avec factorisation (ex : $27 \times 4 + 27 \times 6$ ) (un point sur la factorisation sera établi à l'issue de ce premier travail avec des nombres entiers).	<b>Modéliser</b> : lors des résolutions de problèmes à prise d'initiative, il faut laisser les élèves libres du choix du modèle mathématique, qu'ils doivent annoncer ; à l'issue de ces résolutions, demander aux élèves de valider ou invalider le modèle, ou de le comparer à une situation connue. On demandera aussi un retour réflexif sur les mathématiques rencontrées (par des questions du type « quelles notions mathématiques, connues ou inconnues, avez-vous rencontrées dans cette tâche ? ») <b>Représenter</b> : produire et utiliser plusieurs représentations des nombres, notamment des nombres positifs. <b>Communiquer</b> : proposer des exercices avec des données superflues (sans piège).
	Somme des angles d'un triangle.	- Conversions d'unités d'aire. - reconnaître un solide par une vue en perspective ou nommer un solide qui permet de modéliser un objet.	<b>Communiquer</b> : à l'oral et à l'écrit pour expliquer sa démarche, donner un argument.
	Aire du carré, du rectangle, du triangle (réinvestissement du cycle 3 et généralisation). Hauteurs dans un triangle.	- comparaison de fractions - Conversions d'unités de volume.	<b>Calculer</b> : calculs exacts et approchés impliquant le nombre $\pi$ . Passer du calcul exact au calcul approché, avec des encadrements, des ordres de grandeur. Écrire des calculs impliquant des grandeurs avec les unités. En particulier, on pourra accepter aussi longtemps que nécessaire une écriture du type cm x cm au lieu $\text{cm}^2$ . <b>Raisonner</b> : résoudre des problèmes simples impliquant des grandeurs (longueurs, périmètres, aires). Raisonnement par l'absurde dans l'exercice du lemme du chevron (aires égales dans un triangle). Le professeur valorisera longtemps les productions spontanées, écrites et orales, permettra les débats entre élèves.
	Reconnaître et représenter un pavé droit, vues de dessus, de droite, de de face ..., vues en coupe, construction de patron et perspective cavalière. Cylindres et pavés droits : patron, vues de face, de dessus. Volumes du pavé droit, du prisme droit et du cylindre.	- Calculs simples de volumes (cubes et pavés droits). - Simplifier des fractions.	<b>Modéliser</b> : établir des liens entre les objets réels et les solides mathématiques. Puis autonomie de l'élève qui choisit le solide approprié à la modélisation d'un objet réel. <b>Représenter</b> : en géométrie, produire et mettre en relation des représentations de solides et des situations spatiales (croquis, maquettes, patrons, figures géométriques). Comprendre le codage de la perspective cavalière qui représente les relations entre les objets (arêtes cachées en pointillés). Comprendre les liens entre le cadre de la représentation géométrique, le cadre des grandeurs, et le cadre numérique. <b>Communiquer</b> : à l'oral et à l'écrit, pour expliquer un protocole de construction géométrique, pour décrire une figure.
	Cas particulier de proportionnalité : construction de figures avec une échelle. Cas de dépendance entre deux grandeurs.	- diviseurs et multiples - pourcentage d'une quantité	<b>Chercher</b> : prélever les informations demandées dans des dessins, schémas. Expliciter les écrits de recherche (dire ce que l'on fait). <b>Modéliser</b> : avec la proportionnalité, utilisation des tableaux, concept de coefficient de proportionnalité, utilisation plus fine des propriétés de linéarité. <b>Représenter</b> : produire et utiliser plusieurs représentations des nombres. <b>Raisonner</b> : résoudre des problèmes simples impliquant des grandeurs (longueurs, périmètres, aires).
	Division euclidienne, diviseurs et multiples, critères de divisibilité, nombres premiers. Décomposition en produit de facteurs premiers.	- addition et soustraction de fractions - Choisir la figure qui correspond à un programme donné.	<b>Chercher</b> : procédure de résolution par essais. <b>Raisonner</b> : en arithmétique, raisonnement inductif et par production d'un contre-exemple (respectivement en formulant une conjecture et cherchant à montrer qu'un résultat n'est pas toujours vrai).

	Notions	Activités mentales	Construction des compétences mathématiques
Période 4 - Durée : 6 semaines	Parallélogrammes et symétrie centrale, propriétés des parallélogrammes. Aire du parallélogramme.	- Calculs simples de durées et d'horaires Conversions simples d'unités de durée. - Remonter des calculs enchaînés (cas simples).	<b>Représenter</b> : mettre en relation la description en langage naturel, la figure géométrique en vraie grandeur et un schéma codé. <b>Raisonner</b> : à l'oral et à l'écrit pour convaincre. Ne pas guider la forme que doivent prendre les écrits mais les faire évoluer grâce à des lectures et critiques entre élèves. Utiliser les propriétés du parallélogramme. <b>Communiquer</b> : à l'oral et à l'écrit pour convaincre en géométrie. Ecrire un protocole de construction géométrique (figures téléphonées, échanges des productions entre élèves, amélioration de ses écrits)
	Produire une expression littérale, en lien avec les grandeurs mesurables, et les sciences ; grandeur exprimée en fonction d'une autre. Règles d'écriture.	- Calculs approchés. - Appliquer des pourcentages (cas très simples).	<b>Calculer</b> : calculs exacts impliquant le nombre $\pi$ .
	Reconnaître un parallélogramme.	- décomposition en produits de facteurs premiers - ajouter ou soustraire des nombres relatifs	<b>Représenter</b> : mettre en relation la description en langage naturel, la figure géométrique en vraie grandeur et un schéma codé. <b>Raisonner</b> : montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme (sans formalisme particulier). <b>Communiquer</b> : à l'oral et à l'écrit pour convaincre en géométrie. Faire évoluer les écrits grâce à des allers-retours élève-professeur.
	Projet en programmation (mouvements de plusieurs lutins, boucles itératives, utilisation d'une variable) : création d'un jeu.		<b>Chercher</b> : savoir faire évoluer ses essais de programmes pour les améliorer, comprendre leur logique.
	Parallélogrammes particuliers.	- Reconnaître si un schéma codé désigne un parallélogramme ou non. - Additions et soustractions de nombres relatifs.	<b>Représenter</b> : mettre en relation la description en langage naturel, la figure géométrique en vraie grandeur et un schéma codé. <b>Raisonner</b> : raisonner pour convaincre, raisonnements déductifs. <b>Communiquer</b> : écrire un protocole de construction géométrique (figures téléphonées, échanges des productions entre élèves, aller-retour de la production entre élève et professeur, amélioration de ses écrits)

	Notions	Activités mentales	Construction des compétences mathématiques
Période 5 - Durée : 6 semaines	Produire des expressions littérales à partir d'une description de calculs enchaînés en langage naturel (programmes de calcul). Propriété de distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition pour réduire des expressions littérales.	Instrumenté : - Calculs de proportions et fréquences. - Calculs de périmètres, aires et volume avec utilisation d'un formulaire.	<b>Modéliser</b> : des dépendances de grandeur grâce à des symboles et une syntaxe nouvelle : calcul littéral. Modéliser par une écriture littérale, en comprendre la force. <b>Communiquer</b> : faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique.
	Angles et symétrie centrale (alternes-internes, correspondants), caractérisation du parallélisme.	- réduction d'écritures littérales - Reconnaître si un schéma codé désigne un parallélogramme particulier ou non.	<b>Chercher</b> : prélever les informations demandées dans des dessins, schémas. <b>Représenter</b> : mettre en relation la description en langage naturel, la figure géométrique en vraie grandeur et un schéma codé.
	Notion de ratio.	- Reconnaître des angles alternes-internes ou correspondants, dire s'ils sont égaux ou non. - égalité de fractions, transformer une fraction en pourcentage.	<b>Modéliser</b> : lors des résolutions de problèmes à prise d'initiative, il faut laisser les élèves libres du choix du modèle mathématique, qu'ils doivent annoncer ; à l'issue de ces résolutions, demander aux élèves de valider ou invalider le modèle, ou de le comparer à une situation connue. On demandera aussi un retour réflexif sur les mathématiques rencontrées (par des questions du type « quelles notions mathématiques, connues ou inconnues, avez-vous rencontrées dans cette tâche ? »)
	Tester une égalité et notion d'équation.	- Dire si un triangle est constructible ou non à partir de trois mesures de côtés. - Calculer la mesure d'un angle dans un triangle grâce à la somme des angles.	<b>Chercher</b> : expliciter les écrits de recherche. <b>Communiquer</b> : faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique.
	Calculer une moyenne simple, une moyenne pondérée.	- Traduire un programme de calcul par une écriture littérale. - résolution d'équations simples	<b>Chercher</b> : prélever les informations demandées dans des dessins, schémas. Compléter des tableaux, construire un tableau,. Effectuer des calculs non demandés mais très utiles à la résolution ; prélever et organiser l'information pour répondre à une question qui ne le demande pas explicitement. Construire un tableau demandé, effectuer les calculs demandés, prélever et organiser les informations quand c'est demandé mais sans que les critères soient donnés. <b>Représenter</b> : mettre en relation le cadre graphique et le cadre numérique. Représenter des données sous forme de séries statistiques.
	Découverte des phénomènes aléatoires, descriptions. Probabilité quantifiée : probabilité d'un événement	- additions et soustractions de deux nombres en écriture fractionnaire (un dénominateur multiple de l'autre) - calculs de moyennes simples	<b>Modéliser</b> : conceptualisation et formalisation de la notion naturelle de « chance » en termes de probabilités.