

Progression « tressée » pour la deuxième année du cycle 4 (classe de 4^e)

Rappel : les notions et compétences travaillées au cycle 3 doivent être entretenues et consolidées au cycle 4.

Dans la logique d'une progression de cycle, on pensera à aborder, puis à stabiliser, consolider et à enrichir les notions, tout au long du cycle dans le respect du programme, de ses repères de progression et de ses attendus de fin d'année, et dans le respect de la logique didactique. De cette façon, un élève qui n'a pas assimilé une notion l'année précédente devra pouvoir l'acquérir par la suite, alors que d'autres élèves approfondiront leurs connaissances.

Il faut donc construire ses séries d'exercices, ses activités en prévoyant une différenciation pédagogique.

Présentation du tableau de progression :

1) La première colonne propose une progression des notions sur l'année, liées le plus possible entre elles, et formant 10 séquences (ensemble de séances). On prévoira donc deux séquences sur une période inter-vacances. Les nouvelles leçons pourront être ainsi construites avec les élèves en une quantité plus grande de petits chapitres, ou apparaître essentiellement en bilans d'activités, ou encore être données en grands chapitres à la fin desquels on commence par laisser de la place et que l'on complète au fur et à mesure.

Les premières notions choisies ne doivent pas être traitées comme des révisions de l'année précédente, mais grâce à des résolutions de problèmes, le plus souvent non guidés, qui permettent de les réinvestir, de les lier les unes aux autres, de faire des diagnostics, d'aller plus loin, ...

2) La deuxième colonne donne des exemples d'activités mentales qui sont liées aux notions travaillées dans la première colonne : elles les préparent (en amont) ou les stabilisent (à la séquence suivante, ou après).

3) Les lignes du tableau correspondent à des séquences, et doivent être chacune lues globalement.

4) Pour rester lisible, ce tableau ne donne pas toutes les indications, en particulier il ne contient pas d'exemples d'énoncés élève, d'exemples d'EPI ou de déroulement de l'AP.

5) Il met l'accent sur le développement des compétences mathématiques. Celles-ci sont toujours présentées dans le même ordre, et indiquent à quels points particuliers des notions de la première colonne elles sont liées. Sans oublier que ces compétences ne se mobilisent réellement que lors de résolutions de problèmes non guidés, il est intéressant d'avoir à l'esprit de quelle manière on va les expliciter aux élèves, et jusqu'où on va les amener. Le travail choisi en heure d'AP modulera cette progression sur les compétences.

Les indications de cette dernière colonne ont été formulées à partir des documents ressources du programme 2016 sur les six compétences mathématiques (à retrouver sur Eduscol : <http://eduscol.education.fr/cid99696/ressources-maths-cycle.html>). On y retrouve une grande partie des énoncés d'exercices auxquels il est fait référence ici.

Certains **choix** restent propres aux établissements, et ils s'inscrivent aussi dans une logique liée aux EPI choisis.

En ce qui concerne **les compétences**, on pensera notamment à :

Chercher :

- ouvrir les questions, les consignes (en différenciant le plus souvent possible)
- proposer des questions-jeux, des défis.

Modéliser :

- avoir conscience d'un travail en trois temps : la mise en place du modèle, puis l'étude du fonctionnement du modèle lui-même à l'intérieur des mathématiques, et enfin la confrontation des résultats du modèle au réel.

Représenter :

- avoir conscience d'une progression dans la vision du réel et dans l'appréhension des objets mathématiques abstraits
- avoir comme but de trouver un registre de représentation adéquat
- bien marquer le passage d'un registre de représentation à un autre, en précisant l'intérêt de chacun dans la situation proposée
- utiliser des outils numériques pour faciliter la mise en œuvre concrète des changements de registre de représentation.

Raisonner :

- mener régulièrement des investigations collectives afin que les élèves soient habitués à expliquer leurs démarches entre eux
- faire travailler différentes formes de raisonnement (inductif, déductif, par disjonction de cas, par l'absurde) dans tous les champs mathématiques, et pas seulement le raisonnement déductif en géométrie
- donner des énoncés courts et simples qui n'induisent pas de solution ni de méthode, limiter les questions intermédiaires et de type « montrer que ... »
- bien séparer les tâches de résolution du problème (recherche et preuve) des tâches de rédaction d'un texte qui traduit l'organisation de la preuve, afin de bien former chaque élève à démontrer en fin de cycle 4
- donner peu à peu les règles syntaxiques qui ne sont pas naturelles
- déterminer en équipe pédagogique quels propriétés et théorèmes à retenir seront démontrés en classe.

Calculer :

- donner de l'aisance grâce aux automatismes, d'abord pour des calculs avec des nombres, puis, peu à peu, avec des formes littérales
- alterner calcul mental, posé, instrumenté, calcul exact et approché
- pratiquer le calcul réfléchi
- enseigner des stratégies calculatoires par petites touches.

Communiquer :

- garantir la compréhension des énoncés et consignes (*distinguer les deux*)
- ancrer les énoncés-type (les élèves doivent avoir compris et assimilé les tournures les plus fréquemment rencontrées dans les énoncés de mathématiques)
- avoir conscience que certains énoncés courts sont parfois source de malentendus car ils ne montrent pas les liens logiques ; avoir conscience que des phrases construites de la même façon n'ont pas le même statut, et qu'il faut donc lever les implicites
- proposer des situations variées de communication orale (exposé, débat, compte-rendu, aide entre pairs ...)
- distinguer les temps de travail oral et écrit
- inciter à lire hors de la classe
- faire participer les élèves à l'écriture de l'institutionnalisation des notions découvertes, des points de méthode
- ne pas superposer les difficultés (en particulier distinguer et séparer les difficultés de raisonnement et de communication)
- différencier les exigences de formalisme selon l'objectif d'apprentissage (raisonnement ou communication) et selon les capacités des élèves
- différencier, selon le moment et selon les élèves, les exigences dans la structure de l'écrit (organisation) et en orthographe
- accepter longtemps les écrits intermédiaires (brouillon par exemple)
- faire évoluer, corriger, les explications données oralement
- apprendre à faire évoluer et corriger les écrits
- donner un temps suffisant pour que les élèves fassent aboutir leurs écrits personnels.

Présentation de ce document :

en lien avec **nombre et calculs**

en lien avec **calcul littéral**

en lien avec **organisation et gestion de données, fonctions**

en lien avec **grandeurs et mesures**

en lien avec **espace et géométrie plane**

en lien avec **algorithmique et programmation**

	Notions	Activités mentales	Compétences mathématiques
Période 1 - Durée : 7 semaines	Calcul littéral : écriture littérale simplifiée, structure d'une expression, distributivité simple, somme algébrique. Démontrer l'équivalence de deux programmes de calcul.	- Comparaison de nombres relatifs - Calculer un angle dans un triangle (cas simples en utilisant la somme des angles)	Chercher : retrouver un calcul dont on a donné le résultat. Tester des nombres, savoir faire évoluer ses essais, comprendre leur logique. Modéliser : comprendre la puissance d'abstraction et de généralisation du calcul littéral. Multiplier les exemples avec les sciences. Représenter : expliciter les liens entre les cadres du langage naturel, du numérique, et de l'écriture symbolique. Raisonner : conjectures en expérimentant des programmes de calcul. Preuve par le calcul littéral.
	Ratios Aires	- Distributivité simple - Résolution d'équation (opérations à trou)	Calculer : remonter un calcul pour résoudre une équation. Raisonner : résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées, analyser et exploiter ses erreurs. Exercice du partage d'un triangle en deux triangles de même aire (conjecture assistée par ordinateur, preuve par l'absurde avec le lemme du chevron).
	Equations : notion de solution	- Repérage dans le plan - Addition et soustraction avec des nombres relatifs	Représenter : expliciter les liens entre le cadre de l'écriture symbolique, le cadre numérique et la simulation numérique (calcul littéral – valeurs numériques – tableur). Calculer : automatisation d'un calcul sur tableur. Communiquer : mise en équation d'un problème, exercice de production d'un énoncé et d'une consigne à partir de la donnée d'une équation.
	Cas d'égalité des triangles	- Fractions : propriété d'égalité, addition et soustraction (dénominateurs égaux) - Reconnaître un nombre premier	Représenter : liens entre le langage naturel et les fractions (fractions ou pourcentage d'une quantité, fraction d'une fraction). Communiquer : exercices d'écritures de descriptions géométriques, et de raisonnement, avec échanges et critiques entre élèves ou groupes de deux élèves. Ecrire un protocole de construction géométrique, amélioration de ses écrits grâce à des allers-retours professeur-élève.
	Nombres relatifs : multiplication et division	- Fractions : comparaison. - Dire si deux triangles sont égaux ou non.	Chercher : lors de la découverte des multiplications et divisions de relatifs et en programmation, tester, essayer plusieurs pistes de résolution. Décomposer un problème en sous-problèmes. Retrouver un calcul dont on a donné le résultat. Expliciter ses écrits de recherche pour dire ce que l'on fait. Dire si un essai est fructueux. Raisonner : raisonnement inductif lors de la découverte des multiplications et divisions de relatifs.
	Statistiques : notions de moyenne (simple et pondérée) et de médiane. Détermination et interprétation. Lecture et traitement de données, graphiques. Représentation de données sous forme de diagrammes circulaires (utilisation de la proportionnalité).	- Décomposition d'un nombre entier en produit de facteurs premiers. - Carrés parfaits	Modéliser : traduire une situation réelle avec des outils statistiques. Calculer : calcul instrumenté en statistiques. Raisonner : argumenter en statistiques. Communiquer : choisir en autonomie un mode de représentation (tableau ou graphique) d'une situation réelle. Faire un choix argumenté de représentation graphique : expliquer ce que permettent de lire différentes représentations graphiques d'une même

	Notions	Activités mentales	Compétences mathématiques
			situation réelle. Écrits de groupe et écrits individuels.
Période 2 - Durée : 7 semaines	Programmation Scratch : projet 1. Utilisation d'instructions conditionnelles et de boucles « répéter », déclenchement de programmes par des événements extérieurs, variables.		Chercher : faire évoluer son programme par essais-corrrections.
	Fractions : définition des nombres rationnels, comparaison, multiplication. Cas général des additions et soustractions.	- Retrouver un nombre positif à partir de son carré. - Multiplication et division de nombres relatifs	Représenter : liens entre le langage naturel et les fractions (fractions ou pourcentage d'une quantité, fraction d'une fraction). Lien entre les nombres et les valeurs de grandeur (longueurs incommensurables). Communiquer : début de formalisation d'un raisonnement déductif.
	Nombres premiers : liste jusqu'à 100 (en particulier grâce à un logiciel de programmation), décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers. Modélisation et résolution de problèmes mettant en jeu les notions de divisibilité et de nombre premier.	- Calculer des proportions, des fréquences.	Modéliser : traduire en langage mathématique, par des relations de divisibilité entre des nombres entiers, une situation réelle. Calculer : calculer avec des nombres entiers, mentalement puis avec un instrument (calculatrice, logiciel de programmation) en visant une meilleure compréhension des nombres et de leurs liens.
	Théorème de Pythagore : sens direct, cas ne faisant intervenir que des carrés parfaits, puis découverte de la racine carrée d'un nombre positif.	- Multiplication de fractions - Détermination de moyennes et de médianes	Modéliser : en géométrie, choisir un modèle qui correspond à la situation réelle. En connaître la puissance et en comprendre les limites. Confronter un modèle au réel (cas des équations de degré 2 dans l'utilisation du théorème de Pythagore). Raisonnement : raisonnement déductif sans formalisation imposée. Valorisation de l'oral.
	Propriété de la représentation graphique d'une situation de proportionnalité	- Calculs d'aires (carré, rectangle, triangles, disque) - Multiplications et divisions de nombres relatifs	Modéliser : utiliser le modèle de la proportionnalité en autonomie. Représenter : expliciter les liens entre le cadre numérique et le cadre graphique.
Multiplication de fractions	- Conversions d'unités simples (longueur, masse, ...). Conversions d'unités de grandeurs-produit (aires, volume). - Multiplier un nombre par une fraction dans	Calculer : voir le produit de deux quotients avec un exemple générique.	

	Notions	Activités mentales	Compétences mathématiques
		des cas simples (qui peuvent se ramener à un partage).	
Période 3 - Durée : 7 semaines	Inverse d'un nombre. Division de fractions.	- Conversion de mesures de longueur. Conversion de mesures de durée. - Calculs de ratios	Raisonner : Raisonnement inductif (production d'une conjecture avec temps suffisant pour y parvenir, temps de mise en commun, preuve et trame collective, formalisation avec un temps suffisant de mise en forme).
	Fractions : égalité des produits en croix. Application aux calculs de quatrièmes proportionnelles. Grandeurs composées, notion de vitesse, de rendement d'un terrain ...	- Reconnaître les solides usuels et leurs représentations. - Calculs de volumes (pavé droit, cube, prisme, cylindre) - Encadrer la racine carrée d'un nombre par deux entiers consécutifs	Modéliser : utiliser le modèle de la proportionnalité en autonomie. Calculer : lien entre l'égalité de deux fractions et l'égalité des produits en croix sur un exemple générique. Calculs en ligne avec les unités pour les grandeurs-produits et les grandeurs-quotients. Contrôler la vraisemblance de son résultat. Raisonner : raisonnement par l'absurde dans le problème du doublement de la vitesse d'un funiculaire.
	Pyramides et cônes : représentations en perspective cavalière, patrons et volumes.	- Conversions avec de grands nombres et sens des préfixes - Lectures d'abscisses sur la droite graduée ; lecture de coordonnées de points dans un repère.	Représenter : en géométrie, comprendre les liens entre les solides et les vues planes. Raisonner : raisonnement déductif lié à une bonne représentation entre la perspective cavalière et les vues planes : angle entre les diagonales des faces d'un cube.
	Puissances de 10 d'exposants positifs. Notation scientifique pour de très grands nombres décimaux. Ordres de grandeurs et préfixes des unités (dont Giga, Tera ...)	- Liens entre notation de pourcentage, écriture fractionnaire et écriture décimale - Calculs de 4 ^e proportionnelle (par des procédures variées) en étant le plus rapide possible.	Représenter : représentation des grands nombres à l'aide des puissances de 10. Calculer : encadrements de résultats, utilisation des ordres de grandeur. Utilisation de la calculatrice pour vérifier ou produire une écriture scientifique.
	Calculer un pourcentage d'une quantité.	- Développements - Ecrire un produit avec des puissances	Représenter : liens entre le langage naturel et les fractions (pourcentage d'une quantité).

	Notions	Activités mentales	Compétences mathématiques
Période 4 - Durée : 6 semaines	Equations : résolution algébrique d'une équation du premier degré	- Produit et quotient de puissances de 10. - Additions et soustractions de fractions	Modéliser : Utiliser une équation pour traduire une situation réelle. Représenter : lien entre le langage naturel, le cadre numérique simple et le calcul littéral. Communiquer : mise en équation d'un problème, exercice de production d'un énoncé et d'une consigne à partir de la donnée d'une équation.
	Théorème de Pythagore : utilisation du sens direct par contraposée, sens réciproque	- Multiplications et divisions de fractions - Résolutions d'équations	Communiquer : début de formalisation d'un raisonnement déductif.
	Puissances de 10 d'exposants négatifs. Notation scientifique. Ordres de grandeurs et préfixes des unités.	- Simplification de fractions - Factorisations	Représenter : écriture des nombres à l'aide des puissances de 10. Ecriture décimale et écriture scientifique. Calculer : utilisation de la calculatrice pour vérifier ou produire une écriture scientifique.
	Repérage sur le pavé droit	- Produit et quotient de puissances de 10, comparaison de nombres écrits avec des puissances - Dans une écriture littérale, remplacer la variable par une valeur et calculer.	Représenter : comprendre les liens entre les solides et les vues planes.
	Fonctions : dépendance entre deux grandeurs (grandeur exprimée « en fonction » d'une autre) ; liens entre le tableau de valeurs, la formule et la représentation graphique.	- Reconnaître des figures symétriques par rapport à une droite ou par rapport à un point. - Calculs avec des pourcentages	Chercher : faire évoluer ses écrits de recherche, les organiser, pour les rendre plus utilisables pour soi et plus lisibles pour les autres (par binômes).
	Notion de translation. Comprendre l'effet sur une figure. Conservation des longueurs, angles, aires et du parallélisme par translation. Construction d'une figure et de frises.	- Donner les coordonnées d'un point sur un pavé droit. - Calculs de valeurs de grandeurs liées à $v = d/t$ (cas simples de calculs).	Chercher : décrire, analyser des frises et pavages, trouver des points communs entre deux frises ou deux pavages. Raisonner : en géométrie, débats lors des analyses de frises et pavages.

	Notions	Activités mentales	Compétences mathématiques
Période 5 - Durée : 6 semaines	Probabilités. Modéliser une expérience aléatoire. Déterminer la probabilité d'un événement (cas d'équiprobabilité). Calcul (nombre de cas favorables divisé par nombre de cas possibles ; événements contraires). Simulation numérique d'un phénomène aléatoire.	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître des isométries. - Choisir le programme qui correspond à une figure donnée. 	<p>Modéliser : comparer une situation réelle à un modèle aléatoire connu, simuler un phénomène aléatoire.</p> <p>Calculer : calculs de fréquences en lien avec un phénomène aléatoire grâce à une modélisation numérique.</p>
	Théorème de Thalès : cas des triangles emboîtés	<ul style="list-style-type: none"> - Compléter un programme qui trace un polygone (par une mesure d'angle, en écrivant la dernière instruction ...). - Déterminer la probabilité d'un événement 	<p>Chercher : décomposer un problème en étapes organisées. Faire évoluer ses écrits de recherche, les organiser pour les rendre plus utilisables pour soi et plus lisibles pour les autres (entre l'élève et le professeur).</p> <p>Raisonner : raisonnement déductif.</p> <p>Communiquer : début de formalisation d'un raisonnement déductif.</p>
	Proportionnalité : agrandissements et réductions, effet sur les longueurs, aires, volumes. Calculs faisant intervenir la racine carrée d'un nombre positif lors d'agrandissement ou de réduction d'une aire.	<ul style="list-style-type: none"> - Ecriture scientifique et écriture décimale - Utilisation rapide du théorème de Pythagore. 	<p>Modéliser : utiliser le modèle de la proportionnalité en autonomie. Passer progressivement à la géométrie des rapports (art, esthétique ...).</p> <p>Raisonner : pourcentages, variations d'aire et raisonnement déductif.</p>
	Réciproque du théorème de Thalès dans le cas des triangles emboîtés	<ul style="list-style-type: none"> - calculs de probabilités simples - calculs de longueurs, aires ou volumes après agrandissement ou réduction 	
	Programmation Scratch : projet 2. Utilisation d'instructions conditionnelles et de boucles « répéter », déclenchement de programmes par des événements extérieurs, variables.		<p>Chercher : décomposer son programme en sous-programme.</p> <p>Communiquer : expliquer la décomposition d'un programme en sous-programmes.</p>
	Cosinus d'un angle aigu	<ul style="list-style-type: none"> - Calculs variés avec des fractions. - Utilisation rapide du théorème de Thalès. 	<p>Communiquer : savoir formaliser un raisonnement utilisant la trigonométrie.</p>