

# NOMBRES ET CALCULS EN TROISIEME

---

*Ce document est une compilation des aménagements des programmes (BO 30 du 28 juillet 2018), des repères de progression et des attendus de fin d'année (note de service n° 2019-072 du 28-5-2019). Il vise à proposer une référence unique pour les enseignants de collège par thème et par année.*

<b>1.</b>	<b>Nombres décimaux relatifs</b> .....	<b>2</b>
	Repères de progression .....	3
<b>2.</b>	<b>Fractions, nombres rationnels</b> .....	<b>3</b>
2.1	Repères de progression .....	3
2.2	Attendus de fin d'année .....	3
<b>3.</b>	<b>Racine Carrée</b> .....	<b>4</b>
3.1	Repères de progression .....	4
3.2	Attendus de fin d'année .....	4
<b>4.</b>	<b>Puissances</b> .....	<b>4</b>
4.1	Repères de progression .....	5
4.2	Attendus de fin d'année .....	5
<b>5.</b>	<b>Divisibilité, nombres premiers</b> .....	<b>5</b>
5.1	Repères de progression .....	6
5.2	Attendus de fin d'année .....	6
<b>6.</b>	<b>Calcul littéral</b> .....	<b>7</b>
6.1	Repères de progression .....	7
6.2	Attendus de fin d'année .....	8

## Programme :

**Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maîtrise des procédures de calcul, sans objectif de virtuosité technique. Ils manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils utilisent les différentes écritures d'un même nombre (fractionnaire, décimale, notation scientifique). Les puissances sont introduites pour faciliter l'évaluation d'ordres de grandeurs (notamment en relation avec d'autres disciplines) et la simplification de certaines écritures.**

Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour modéliser une situation, démontrer une propriété générale et résoudre des problèmes se ramenant à des équations du premier degré. Les élèves sont progressivement familiarisés aux différents statuts de la lettre (indéterminée, variable, inconnue, paramètre) et du signe égal (pour fournir le résultat d'une opération, pour traduire l'égalité de deux représentations d'un même nombre, dans une équation, dans une identité). À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer des nombres irrationnels, par exemple dans l'utilisation du théorème de Pythagore ou la résolution d'équations de la forme  $x^2 = a$ .

### Croisements entre enseignements

Si les mathématiques sont une science à part entière avec son propre langage et une démarche spécifique de preuve basée, non pas sur la confrontation au réel, mais sur la démonstration, elles sont également intimement liées aux autres disciplines. Elles fournissent en effet des outils de calcul et de représentation et des modèles qui permettent de traiter des situations issues de toutes les autres disciplines enseignées au cycle 4. De ce fait, les mathématiques ont également toute leur place dans les enseignements pratiques interdisciplinaires qui contribuent à faire percevoir aux élèves leur dimension créative, inductive et esthétique et à éprouver le plaisir de les pratiquer.

## 1. NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

---

### Nombres

#### Connaissances

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé.

#### Compétences associées

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ;
- passer d'une représentation d'un nombre à une autre.

### Comparaisons de nombres

#### Connaissances

- ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale, fractionnaire.

#### Compétences associées

- comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels en écriture décimale, fractionnaire ou scientifique.

### Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

#### Connaissances

- somme, différence, produit, quotient de nombres décimaux [...].

#### Compétences associées

- calculer avec des nombres relatifs, [...], des nombres décimaux ;
- vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

## REPERES DE PROGRESSION

---

Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes.

## 2. FRACTIONS, NOMBRES RATIONNELS

---

### Nombres

#### Connaissances

- fractions, nombres rationnels (positifs et négatifs), notion d'inverse.

#### Compétences associées

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ;
- passer d'une représentation d'un nombre à une autre.

### Comparaisons de nombres

#### Connaissances

- égalité de fractions (démonstration possible à partir de la définition du quotient) ;
- ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.

#### Compétences associées

- comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels en écriture décimale, fractionnaire ou scientifique ;
- repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.

### Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

#### Connaissances

- somme, différence, produit, quotient de deux nombres rationnels.

#### Compétences associées

- calculer avec des nombres relatifs, des fractions ;
- vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

## 2.1 REPERES DE PROGRESSION

---

La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.

## 2.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

---

### Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.

#### **Ce que sait faire l'élève :**

- Il calcule avec les nombres rationnels, notamment dans le cadre de résolution de problèmes.

#### **Exemple de réussite :**

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m. À chaque rebond, elle rebondit aux trois quarts de la hauteur d'où elle est tombée. Quelle est la hauteur de la balle au troisième rebond ?

### 3. RACINE CARREE

---

#### Nombres

##### Connaissances

- Les carrés parfaits de 1 à 144 ;
- Définition de la racine carrée.

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.

##### Compétences associées

- Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur ;
- Utiliser la racine carrée pour résoudre des problèmes, notamment géométriques.
- Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

#### 3.1 REPERES DE PROGRESSION

---

La racine carrée est utilisée dans le cadre de la résolution de problèmes.

*Aucune connaissance n'est attendue sur les propriétés algébriques des racines carrées.*

#### 3.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

---

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.

**Ce que sait faire l'élève :**

- Il résout des problèmes mettant en jeu des racines carrées.

**Exemple de réussite :**

- Il détermine la valeur exacte puis approchée au millimètre près de la longueur du côté d'un carré d'aire  $17 \text{ cm}^2$ .

### 4. PUISSANCES

---

#### Nombres

##### Connaissances

- Les préfixes de nano à giga.

##### Compétences associées

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ;
- passer d'une représentation d'un nombre à une autre.

##### Comparaisons de nombres

##### Compétences associées

- Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels en écriture décimale, fractionnaire ou scientifique ;
- Associer à des objets des ordres de grandeur (par exemple la taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, longueur de l'intestin, capacité de stockage d'un disque dur, vitesses du son et de la lumière, populations française et mondiale, distance Terre-Lune, distance du Soleil à l'étoile la plus proche, etc.).

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.

##### Connaissances

- Puissance d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs) ;
- Notation scientifique.

##### Compétences associées

- Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur ;

- Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique ;
- Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

*La mise en acte de produits et de quotients de puissances de même base résulte de l'application de la définition plutôt que de celle d'une formule.*

## 4.1 REPERES DE PROGRESSION

---

Les puissances de base quelconque d'exposants négatifs sont introduites et utilisées pour simplifier des quotients.

*La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*

## 4.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

---

### Nombres

#### Ce que sait faire l'élève :

Il utilise les puissances d'exposants positifs ou négatifs pour simplifier l'écriture des produits.

#### Exemple de réussite :

Il simplifie rapidement l'écriture de  $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$  ;  $0,3 \times 0,3 \times 0,3 \times 0,3$  ;  $\frac{1}{100}$  ;  $\frac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$ .

#### Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.

#### Ce que sait faire l'élève :

- Il résout des problèmes avec des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique.

#### Exemples de réussite :

- Une bactérie « se divise » en deux bactéries, chacune des deux bactéries obtenues « se partage » en deux nouvelles bactéries... Lorsque les conditions sont favorables, le nombre de bactéries peut être multiplié par deux toutes les trente minutes.  
Un chercheur place une bactérie en conditions favorables.

Combien obtient-il de milliards de bactéries au bout de 18 h ?

- Il y a environ  $2 \times 10^{15}$  atomes de cuivre dans 211 ng de cuivre.  
Quelle est environ la masse d'un atome de cuivre ?

*On pourra rappeler que ng est le symbole du nanogramme.*

## 5. DIVISIBILITE, NOMBRES PREMIERS

---

### Connaissances

- multiples et diviseurs ;
- critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 ;
- division euclidienne (quotient, reste) ;
- définition d'un nombre premier ; liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30 ;
- fractions irréductibles.

### Compétences associées

- déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier ;
- déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 ;

- utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10 ;
- déterminer les diviseurs d'un nombre à la main, à l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ;
- décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main ou à l'aide d'un logiciel) ;
- simplifier une fraction pour la rendre irréductible ;
- modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes, etc.).

## 5.1 REPERES DE PROGRESSION

---

Tout au long du cycle, les élèves sont amenés à modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité et les nombres premiers.

La notion de fraction irréductible est introduite.

L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.

## 5.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

---

**Ce que sait faire l'élève :**

- Il décompose un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation).
- Il simplifie une fraction pour la rendre irréductible.
- Il modélise et résout des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes...).

**Exemples de réussite :**

- Il décompose en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation) les entiers naturels suivants : 306 ; 124 ; 2 220.
- Il rend irréductibles les fractions suivantes :  $\frac{6}{30}$  ;  $\frac{12}{51}$  (en question flash).
- Il rend irréductibles les fractions suivantes :  $\frac{140}{340}$  ;  $\frac{7\,140}{2\,310}$ .
- Deux ampoules clignent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. À minuit, elles s'allument ensemble. Détermine l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.

## 6. CALCUL LITTÉRAL

---

### Connaissances

- notions d'inconnue, d'équation, d'indéterminée, d'identité ;
- propriétés de distributivité (simple et double) ;
- annulation d'un produit (démonstration possible par disjonction de cas) ;
- factorisation de  $a^2 - b^2$ .

### Compétences associées

- développer, factoriser, réduire des expressions algébriques dans des cas très simples ;
- utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale (par exemple la distributivité simple), pour démontrer un résultat général (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de trois), pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation ;
- mettre un problème en équation en vue de sa résolution ;
- résoudre algébriquement des équations du premier degré ou s'y ramenant (équations produits), en particulier des équations du type  $x^2 = a$ .

*Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.*

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- les règles de calcul sur les nombres relatifs et les fractions, notamment la condition d'égalité de deux fractions (si  $ad = bc$ , alors  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  et réciproquement) ;
- les conventions d'écritures du calcul littéral ;
- les formules de distributivité simple et double ;
- l'identité  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$  ;
- les procédures de résolution d'équations du type  $ax = b$  et  $a + x = b$ .

### 6.1 REPERES DE PROGRESSION

---

#### Expressions littérales.

Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions ...

#### Distributivité.

La double distributivité est abordée.

Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$  en posant  $k = a + b$  et en utilisant la simple distributivité.

#### Equations.

La factorisation d'une expression du type  $a^2 - b^2$  permet de résoudre des équations produits se ramenant au premier degré (notamment des équations du type  $x^2 = a$  en lien avec la racine carrée).

*Aucune virtuosité calculatoire n'est attendue dans les développements et les factorisations.*

## 6.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

---

### Ce que sait faire l'élève :

- Il détermine l'opposé d'une expression littérale.
- Il développe (par simple et double distributivités), factorise, réduit des expressions algébriques simples.
- Il factorise une expression du type  $a^2 - b^2$  et développe des expression du type  $(a + b)(a - b)$ .
- Il résout algébriquement différents types d'équations :
  - équation du premier degré ;
  - équation s'y ramenant (équations produits) ;
  - équations de la forme  $x^2 = a$  sur des exemples simples.
- Il résout des problèmes s'y ramenant, qui peuvent être internes aux mathématiques ou en lien avec d'autres disciplines.

### Exemples de réussite :

- Il sait que  $-(3x - 7) = -3x + 7$
- Il développe et réduit les expressions suivantes (notamment lors d'activités rituelles) :  $(2x - 3)(5x + 7)$  ;  $-4x(6 - 3x)$  ;  $3(2x + 1) - (6 - x)$ .
- Il factorise  $x^2 - 64$  ;  $4x^2 - 49$  et développe  $(x + 6)(x - 6)$  ;  $(2x - 5)(2x + 5)$  en question flash.
- Il factorise :  $5a + 15b$  ;  $12x^2 - 15x$  ;  $16x^2 - 144$  ;  $x^2 - 13$ .
- Il résout rapidement :  $-3x = 12$  ;  $x + 9 = 5$  ;  $7x = 5$ .
- Il résout les équations suivantes :  $4x - 8 = 7x + 4$  ;  $5(7 - 2,2x) = 9 - 6x$  ;  $(2,5x - 7)(8x - 9,6) = 0$  ;  $x^2 = 20$ .
- La facture d'eau d'un jardinier s'élève à 545 € par an. Il prévoit d'économiser 55 € par an en installant un récupérateur d'eau de pluie. Le récupérateur a coûté 199 € à l'achat et va nécessiter chaque année 13 € pour l'entretien (nettoyage, tuyau...). Au bout de combien d'années l'installation sera-t-elle rentable ?