MATHEMATIQUES AU CYCLE 4 INTRODUCTION ET COMPETENCES TRAVAILLEES

Le programme de mathématiques est structuré selon cinq thèmes : nombres et calculs ; organisation et gestion de données, fonctions ; grandeurs et mesures ; espace et géométrie ; algorithmique et programmation qui entre dans le cadre d'un enseignement de l'informatique dispensé conjointement en mathématiques et en technologie.

Une place importante doit être accordée à la **résolution de problèmes**. Mais pour être en capacité de résoudre des problèmes, il faut à la fois prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer en procédant par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes, en identifiant une configuration géométrique ou la forme d'un nombre ou d'une expression algébrique adaptée. Ceci suppose de disposer **d'automatismes** (corpus de connaissances et de procédures automatisées immédiatement disponibles en mémoire). À la fin de l'explicitation des attendus de fin de cycle de chacun des quatre premiers thèmes du programme figure une liste de ces automatismes à développer par les élèves. L'acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi), ayant pour double objectif la stabilisation et la pérennisation des connaissances, des procédures et des stratégies.

La formation au **raisonnement** et l'initiation à la **démonstration** sont des objectifs essentiels du cycle 4. Le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d'un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances).

Le programme du cycle 4 permet d'initier l'élève à différents types de raisonnement, le raisonnement déductif, mais aussi le raisonnement par disjonction de cas ou par l'absurde. La démonstration, forme d'argumentation propre aux mathématiques, vient compléter celles développées dans d'autres disciplines et contribue fortement à la formation de la personne et du citoyen (domaine 3 du socle). L'apprentissage de la démonstration doit se faire de manière progressive, à travers la pratique (individuelle, collective, ou par groupes), mais aussi par l'exemple. C'est pourquoi il est important que le cours de mathématiques ne se limite pas à l'application de recettes et de règles, mais permette de mettre en place quelques démonstrations accessibles aux élèves. De nombreux résultats figurant dans ce programme peuvent être démontrés en classe, selon des modalités variées : certaines démonstrations peuvent être élaborées et mises au point par les élèves eux-mêmes (de manière individuelle ou collective), sous la conduite plus ou moins forte du professeur ; d'autres, inaccessibles à la recherche des élèves, tireront leur profit des explications et des commentaires apportés par le professeur. Certaines démonstrations possibles (aussi bien sur les nombres et le calcul qu'en géométrie) sont identifiées dans le programme. Les enseignants ont la liberté de choisir ceux des résultats qu'ils souhaitent démontrer ou faire démontrer, en fonction du niveau et des besoins de leurs élèves. Enfin, il vaut mieux déclarer « admise » une propriété non démontrée dans le cours (qui pourra d'ailleurs l'être ultérieurement), plutôt que de la présenter comme une « règle ». Une propriété admise gagne à être explicitée, commentée, illustrée.

En complément, dans le cadre du travail personnel soumis aux élèves, beaucoup d'exercices et de problèmes peuvent servir de support à la démonstration. De manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration, il est important de ménager une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve et de ne pas avoir trop d'exigences concernant le formalisme.

L'apprentissage des mathématiques est facilité si la présentation des notions est faite sous **différents angles,** correspondant parfois à des niveaux de généralité et d'abstraction différents. À titre d'exemples, les nombres négatifs peuvent être reliés à des contextes familiers des élèves (températures, gains et pertes, altitudes et profondeurs), puis être représentés sur la droite graduée avant d'être interprétés comme de nouveaux nombres rendant possibles toutes les soustractions. Les égalités à trous $a + \cdots = b$ et $a \times \ldots = b$ facilitent la compréhension de la différence et du quotient de deux nombres, tout comme les programmes de calcul constituent le versant procédural des expressions algébriques. La diversité des registres de représentation (symbolique, graphique, numérique) et le passage des uns aux autres sont particulièrement efficaces pour l'apprentissage de la notion de fonction. Mais la compréhension des mathématiques ne se limite pas à celle de chacune des notions qui les constituent. Elle doit être globale. Cela s'opère à la fois par la mise en liens des notions nouvelles avec les notions antérieurement étudiées et la mise en relief de points communs entre des notions apparemment éloignées, voire étrangères les unes aux autres. Le programme mentionne un certain nombre de ces **liens**.

Pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la **manipulation**, puis celle de la **verbalisation** (mise en mots) ou de la **représentation** (mise en images). De nombreux objets réels (carreaux de mosaïque, morceaux de ficelle, balances et autres instruments de mesure, solides, etc.) permettent d'approcher certaines notions abstraites (numération, fractions, équations, aires et volumes, etc.) de manière tactile, sensorielle. Il ne faut pas se priver d'y recourir lorsque cela s'avère nécessaire, même au collège.

La mise en mots (par oral ou par écrit) dans le langage courant, véritable moyen de développer sa pensée, aide à la compréhension, à la mémorisation et à la routinisation de connaissances et de procédures. En parallèle et en complément, la constitution d'un répertoire d'images mentales est un autre atout pour la mémorisation. **Une trace de cours** claire, explicite et structurée aide l'élève dans l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, de découverte, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, de débats, de mise au point, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les procédures et les stratégies étudiées. Ne se limitant pas à un catalogue de recettes, mais explicitant les objectifs et les liens, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il pourra se tourner autant que de besoin et tout au long du cycle. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mise en mémoire et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique, rédactionnelle) des traces figurant au tableau ou dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de distinguer le statut des énoncés (définition, propriété – admise ou démontrée –, conjecture, démonstration, théorème) et de respecter les enchaînements logiques. Pour être accessible au plus grand nombre, y compris les familles et les accompagnateurs du périscolaire, la mise en mots de certains énoncés mathématiques gagne à être reformulée dans le langage courant.

La mise en œuvre du programme doit permettre de faire acquérir aux élèves des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec le cours, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans la résolution d'exercices et de problèmes riches et variés, à travers des allers-retours entre le sens et la technique, chacun venant éclairer et consolider l'autre. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash» pour favoriser l’acquisition d’automatismes, exercices d’application et d’entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes ouverts favorisant la prise d’initiatives, débats et mises au point collectives d’une démonstration, production d’écrits individuels formalisant une démarche ou un raisonnement, etc. L'élève consolide sa compréhension de notions mathématiques au programme comme les ordres de grandeur, la proportionnalité, le calcul littéral, les systèmes de coordonnées, le repérage ou les statistiques en les mobilisant dans des situations issues de la physique, la chimie, les sciences de la vie et de la Terre, la technologie, ou la géographie. L'utilisation d’outils comme le tableur, la calculatrice, un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation permet de gérer des données réelles ou expérimentales, de faire des représentations et des simulations, de programmer des objets techniques et d'inscrire l'activité mathématique dans les domaines 4 et 5 du socle.

Les mises en lien avec les autres disciplines contribuent à donner du sens et de la cohérence à l’ensemble des apprentissages. La pratique régulière et équilibrée de ces différentes activités en classe et en dehors de la classe permet de développer six compétences spécifiques, qui sont les composantes majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. Elles sont décrites dans le tableau ci-dessous :

Compétences travaillées	Domaines du socle
Chercher • extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances ; • s’engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l’aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture ; • tester, essayer plusieurs pistes de résolution ; • décomposer un problème en sous-problèmes.	2, 4
Modéliser • reconnaître un modèle mathématique (proportionnalité, équiprobabilité) et raisonner dans le cadre de ce modèle pour résoudre un problème ; • traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques) ; • comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique ; • valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).	1, 2, 4

Représenter • choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique ; • produire et utiliser plusieurs représentations des nombres ; • représenter des données sous forme d'une série statistique ; • utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).	1, 4, 5
Raisonner • résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions ; • mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui ; • démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion ; • fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.	2, 3, 4
Calculer • calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel) ; • contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements ; • calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).	1, 4
Communiquer • faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française; • expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange ; • vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.	1, 3