GRANDEURS ET MESURES EN SIXIEME

Ce document est une compilation des aménagements des programmes (BO 30 du 28 juillet 2018), des repères de progression et des attendus de fin d'année (note de service n° 2019-072 du 28-5-2019). Il vise à proposer une référence unique pour les enseignants de collège par thème et par année.

Programme :

Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà rencontrées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale, pour les durées) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir le concept de grandeur notamment en abordant la notion d'aire d'une surface ainsi que celle de périmètre, en les distinguant clairement. Les élèves approchent la notion d'angle. Ils se familiarisent avec la notion de volume, en lien avec celle de contenance.
Mesurer une grandeur consiste à déterminer, après avoir choisi une unité, combien d'unités ou de fractionnements de cette unité sont contenus dans cette grandeur, pour lui associer un nombre (entier ou non). Les opérations sur les grandeurs permettent de donner du sens aux opérations sur leurs mesures (par exemple, la somme 30 cm + 15 cm peut être mise en relation avec la longueur de deux bâtons de 30 cm et 15 cm, mis bout à bout). Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes. Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner un sens concret aux grandeurs étudiées et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueurs et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre-poste, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait, etc.).

Croisement entre enseignements :
L'utilisation des grands nombres entiers et des nombres décimaux permet d'appréhender et d'estimer des mesures de grandeur : approche de la mesure non entière de grandeurs continues, estimation de grandes distances, de populations, de durées, de périodes de l'histoire, de superficies, de prix, de mémoire informatique, etc. Les élèves apprennent progressivement à résoudre des problèmes portant sur des contextes et des données issus des autres disciplines. En effet, les supports de prises d'informations variés (textes, tableaux, graphiques, plans) permettent de travailler avec des données réelles issues de différentes disciplines (histoire et géographie, sciences et technologie, éducation physique et sportive, arts plastiques). De plus, la lecture des données, les échanges oraux pour expliquer les démarches, et la production de réponses sous forme textuelle contribuent à travailler plusieurs composantes de la maîtrise de la langue dans le cadre des mathématiques. Enfin, les contextes des situations de proportionnalité à explorer au cours du cycle peuvent être illustrés ou réinvestis dans d'autres disciplines : problèmes d'échelle, de vitesse, de pourcentage (histoire et géographie, éducation physique et sportive, sciences et technologie), problèmes d'agrandissement et de réduction (arts plastiques, sciences).
Les activités de repérage ou de déplacement sur un plan ou sur une carte prennent sens à travers des activités physiques (course d'orientation), mais aussi dans le cadre des enseignements de géographie (lecture de cartes) ou de technologie (réalisation d'un objet simple ; préparation d'un déplacement à l'aide de systèmes d'information géographiques). Les activités de reconnaissance et de construction de figures et d'objets géométriques peuvent s'appuyer sur des réalisations artistiques (peinture, sculpture, architecture, photographie, etc.).

1 COMPARER, ESTIMER, MESURER DES GRANDEURS GEOMETRIQUES...

Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle

Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs

Comparer des périmètres avec ou sans recours à la mesure (par exemple en utilisant une ficelle, ou en reportant les longueurs des côtés d'un polygone sur un segment de droite avec un compas) :

- ➢ notion de longueur : cas particulier du périmètre ;
- ➢ unités relatives aux longueurs : relations entre les unités de longueur et les unités de numération.

Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés.

Calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle, la longueur d'un cercle, en utilisant une formule :

- ➢ formule du périmètre d'un carré, d'un rectangle ;
- ➢ formule de la longueur d'un cercle.

Aires

Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement.

Différencier périmètre et aire d'une figure.

Estimer la mesure d'une aire et l'exprimer dans une unité adaptée.

Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule :

- ➢ unités usuelles d'aire et leurs relations : multiples et sous-multiples du m^2 ;
- ➢ formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.

Volumes et contenances

Relier les unités de volume et de contenance.

Estimer la mesure d'un volume ou d'une contenance par différentes procédures (transvasements, appréciation de l'ordre de grandeur) et l'exprimer dans une unité adaptée.

Déterminer le volume d'un pavé droit en se rapportant à un dénombrement d'unités (cubes de taille adaptée) ou en utilisant une formule :

- ➢ unités usuelles de contenance (multiples et sous multiples du litre) ;
- ➢ unités usuelles de volume (cm^3, dm^3, m^3), relations entre ces unités ;
- ➢ formules du volume d'un cube, d'un pavé droit.

Angles

Identifier des angles dans une figure géométrique.

Comparer des angles, en ayant ou non recours à leur mesure (par superposition, avec un calque). Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit.

Estimer qu'un angle est droit, aigu ou obtus.

Utiliser l'équerre pour vérifier qu'un angle est droit, aigu ou obtus, ou pour construire un angle droit.

Utiliser le rapporteur pour :

- déterminer la mesure en degré d'un angle ;
- construire un angle de mesure donnée en degrés.

- ➢ Notion d'angle.
- ➢ Lexique associé aux angles : angle droit, aigu, obtus.

Mesure en degré d'un angle.

L'étude d'une grandeur nécessite des activités ayant pour but de définir la grandeur (comparaison directe ou indirecte, ou recours à la mesure), d'explorer les unités du système international d'unités correspondant, de faire usage des instruments de mesure de cette grandeur, de calculer des mesures avec ou sans formule. Toutefois, selon la grandeur ou selon la fréquentation de celle-ci au cours du cycle précédent, les comparaisons directes ou indirectes de grandeurs (longueur, masse et durée) ne seront pas reprises systématiquement. Tout au long du cycle et en relation avec l'apprentissage des nombres décimaux, les élèves font le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (par exemple : dixième →dm, dg, dL ; centième→cm, cg, cL, centimes d'euros).

1.1 LES LONGUEURS

1.1.1 REPERES DE PROGRESSION

Selon l'avancement du thème "nombres et calculs", les élèves réinvestissent leurs acquis du CM pour calculer des périmètres simples ou complexes.
Ils apprennent la formule de la longueur d'un cercle et l'utilisent après consolidation du produit d'un entier par un décimal, dans un premier temps, puis du produit de deux décimaux.

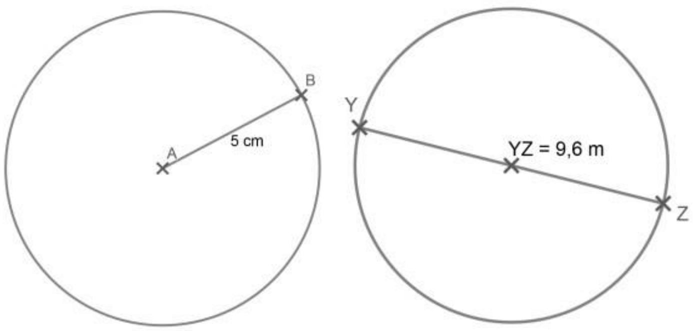
1.1.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Il connaît la formule de la longueur d'un cercle et l'utilise.

Exemples de réussite :

- Il calcule, à l'aide de la formule et en utilisant 3,14 comme valeur approchée du nombre Pi, la longueur d'un cercle dont :
  - Le rayon est donné (par exemple par calcul mental dans le cas où le rayon est 5 cm, ou à l'aide d'une multiplication posée ou de la calculatrice dans le cas où le rayon est de 7,8 dm) ; ($L_1 \approx 2 \times 3{,}14 \times 5$ *cm et* $L_2 \approx 2 \times 3{,}14 \times 7{,}8$ *m*).
  - Le diamètre est donné (par exemple par calcul mental dans le cas où le diamètre est 20 cm, ou à l'aide d'une multiplication posée ou de la calculatrice dans le cas où le diamètre est de 9,6 m). ($L_3 \approx 3{,}14 \times 20$ *cm et* $L_4 \approx 3{,}14 \times 9{,}6$ *m*)



Figures données à titre indicatif

- Il sait calculer des périmètres de figures composées de portions de cercle. Par exemple, il peut déterminer celui de la figure suivante *:*

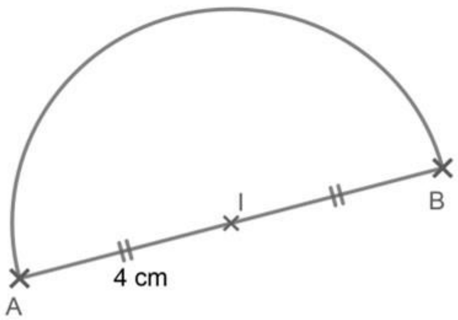


Figure donnée à titre indicatif (P ≈ 4 cm + 4 cm + (3,14 × 8 cm) : 2).

1.2 LES DUREES

1.2.1 REPERES DE PROGRESSION

Selon les situations, les élèves utilisent leurs acquis de CM sur les durées.

Des conversions nécessitant deux étapes de traitement peuvent être demandées (transformer des heures en semaines, jours et heures ; transformer des secondes en heures, minutes et secondes).

1.2.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Il réalise des conversions nécessitant deux étapes de traitement. (Transformer des heures en semaines, jours et heures ; transformer des secondes en heures, minutes, secondes).

Exemples de réussite :

- Il transforme des heures en semaines, jours et heures :

Combien font 609 h en semaines, jours et heures ? (*609 heures correspondent à 3 semaines 4 jours et 9 heures*

- Il transforme des secondes en heures, minutes et secondes :

Combien font 34 990 s en heures, minutes et secondes ? *(9 heures 43 minutes et 10 secondes*.

1.3 LES AIRES

1.3.1 REPERES DE PROGRESSION

En relation avec le travail sur la quatrième décimale, les élèves utilisent les multiples et sous-multiples du m^2 et les relations qui les lient. Ils utilisent la formule pour calculer l'aire d'un triangle quelconque lorsque les données sont exprimées avec des nombres entiers.

Après avoir consolidé le produit de décimaux, ils utilisent les formules pour calculer l'aire d'un triangle quelconque et celle d'un disque.

1.3.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Il utilise les multiples et sous-multiples du m^2 et les relations qui les lient.
- Il calcule l'aire d'un triangle à l'aide de la formule.
- Il calcule l'aire d'un disque à l'aide de la formule.
- Il détermine la mesure de l'aire d'une surface.

Exemples de réussite :

- Il sait que :
  - 1,5 km^2 correspond à 1 500 000 m^2 ;
  - 10 m^2 correspondent à 0,1 dam^2 ;
  - 45 cm^2 correspondent à 0,0045 m^2 ;
  - 25 mm^2 correspondent à 0,25 cm^2 ;
  - 3,12 dm^2 correspondent à 312 cm^2.

- Il calcule l’aire d’un triangle rectangle, soit à l’aide de la formule de l’aire d’un triangle, soit en le considérant comme un « demi-rectangle ».
  (Par exemple, il peut calculer l’aire de la zone de jeux réservée pour les enfants en effectuant le calcul $\frac{30 \text{ m} \times 18\ m}{2}$ *qui donne 270 m*^{2}*.)*

  PA = 30 m ; AR = 10 m ; AS = 18 m.

  (DNB maths 2016)

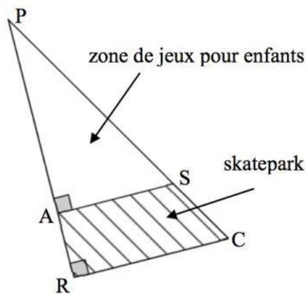


Figure donnée à titre indicatif

- Il calcule, à l’aide de la formule, l’aire d’un triangle dans le cas où la hauteur est à l’intérieur du triangle en utilisant les données correctes. *(Par exemple, il peut calculer l’aire du triangle ABC*

suivant en effectuant le calcul $\frac{6\ cm \times 5{,}4\ cm}{2}$ *qui donne 16,2 cm*^{2}*.)*

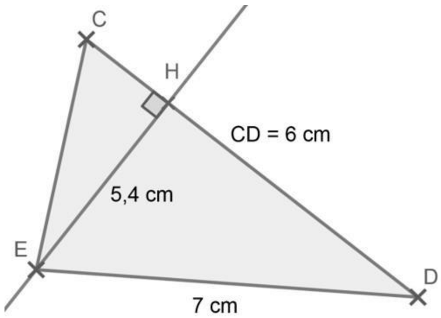


Figure donnée à titre indicatif

- Il calcule, à l’aide de la formule, l’aire d’un triangle dans le cas où la hauteur donnée est à l’extérieur du triangle en utilisant les données correctes. *(Par exemple, il peut calculer l’aire du triangle ABC en effectuant le calcul :* $\frac{6\ cm \times 4\ cm}{2}$ *qui donne 12 cm*^{2}*.)*

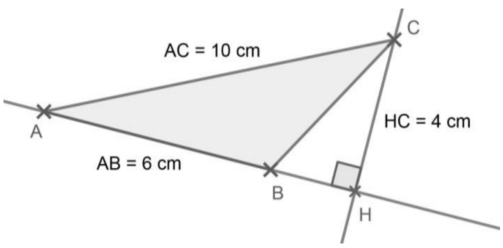
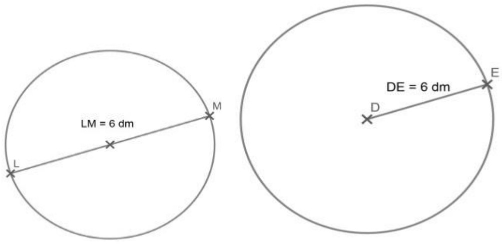


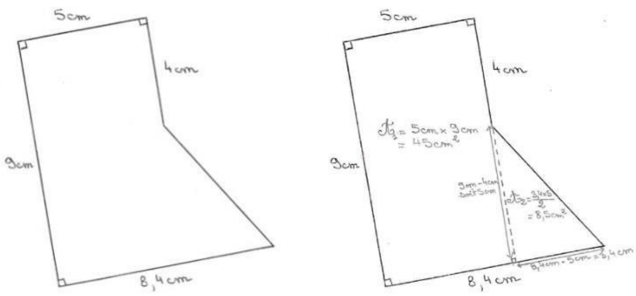
Figure donnée à titre indicatif

- Il calcule, à l'aide de la formule et en utilisant une valeur approchée de 3,14 pour le nombre Pi, l'aire d'un disque dont :
  - le rayon est donné (*par exemple à l'aide d'une multiplication posée dans le cas où le rayon est de 6 dm : $A_{disque} \approx 3{,}14 \times 6$ dm $\times 6$ dm soit 113,04 dm²*) ;
  - le diamètre est donné (*par exemple à l'aide d'une multiplication posée dans le cas où le diamètre est de 6 dm : $A_{disque} \approx 3{,}14 \times 3$ dm $\times 3$ dm soit 28,26 dm²*).



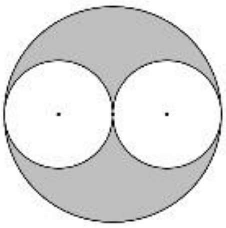
Figures données à titre indicatif

- Il calcule l'aire d'une surface composée de figures simples (carré, rectangle, triangle). Par exemple, il détermine l'aire de la surface ci-dessous en effectuant la somme de l'aire d'un rectangle et de celle d'un triangle rectangle soit (*5 cm × 9 cm) + (8,4 cm - 5 cm) × (9 cm - 4 cm) : 2 ce qui donne 53,5 cm².*



Figures données à titre indicatif

- Il calcule l'aire d'une surface composée de figures simples (dont des disques). Par exemple, il peut déterminer l'aire de la surface grisée de la figure suivante, en sachant que le rayon d'un disque blanc est de 4 cm.



$A_{surface\ grisée} \approx (3{,}14 \times 8$ cm $\times 8$ cm$) - 2 \times (3{,}14 \times 4$ cm $\times 4$ cm$)$ soit 100,48 cm².

1.4 LES CONTENANCES ET LES VOLUMES

1.4.1 REPERES DE PROGRESSION

Ils relient les unités de volume et de contenance (1 L = 1 dm^3 ; 1 000 L = 1 m^3). Ils utilisent les unités de volume : cm^3, dm^3, m^3 et leurs relations.

Ils calculent le volume d'un cube ou d'un pavé droit en utilisant une formule.

1.4.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Il calcule le volume d'un cube ou d'un pavé droit en utilisant une formule.
- Il utilise les unités de volume : cm^3, dm^3 et m^3 et leurs relations.
- Il relie les unités de volume et de contenance (1 L = 1 dm^3 ; 1 000 L = 1 m^3).

Exemples de réussite :

- Un pavé droit a pour longueur 30 cm, pour largeur 25 cm et pour hauteur 15 cm. Calcule son volume en cm^3 puis en dm^3. *(Réponse : il peut effectuer le calcul 30 cm × 25 cm × 15 cm qui donne 11 250 cm^3, soit 11,25 dm^3.)*
- Pierre plonge un premier cube fermé de 15 cm de côté dans une bassine remplie d'eau à ras bord.
  - Indique, en L, la quantité d'eau qui sera récupérée hors de la bassine.
  - Il remplit à nouveau la bassine à ras bord et plonge cette fois-ci un cube de 2,5 cm de côté. Indique, en mL, la quantité d'eau récupérée hors de la bassine.

1.5 LES ANGLES

1.5.1 REPERES DE PROGRESSION

Avant d'utiliser le rapporteur, les élèves poursuivent le travail entrepris au CM en attribuant des mesures en degrés à des multiples ou sous-multiples de l'angle droit de mesure 90° (par exemple, on pourra considérer que la diagonale d'un carré partage l'angle droit en deux angles égaux de 45°).

Les élèves apprennent à utiliser un rapporteur pour mesurer un angle en degrés ou construire un angle de mesure donnée en degrés.

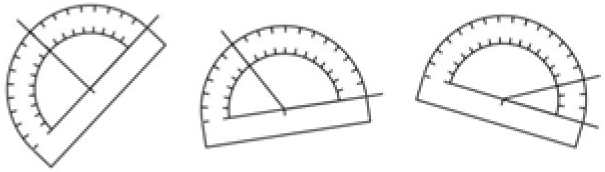
1.5.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

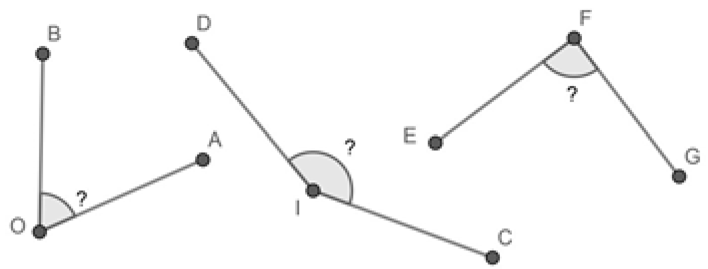
- Il estime si un angle est droit, aigu ou obtus.
- Il utilise un rapporteur pour mesurer un angle en degrés.
- Il construit, à l'aide du rapporteur, un angle de mesure donnée en degrés.

Exemples de réussite :

- Il mesure un angle dont le rapporteur est déjà correctement positionné.



- Il mesure un angle avec son propre rapporteur



$(\widehat{AOB} = 65° ; \widehat{CID} = 150° ; \widehat{EFG} = 90°)$

- Construis un angle AOB de mesure 70° et un angle COD de mesure 150°

1.6 PROPORTIONNALITE

1.6.1 REPERES DE PROGRESSION

Sur des situations très simples en relation avec l'utilisation d'un rapporteur, les élèves construisent des représentations de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.

2 RECONNAITRE, ... ET CONSTRUIRE QUELQUES SOLIDES ET FIGURES GEOMETRIQUES

Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques
Résoudre des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure.
Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.
Calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules.

- Formules donnant :

- le périmètre d'un carré, d'un rectangle, la longueur d'un cercle ;
- l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque ;
- le volume d'un cube, d'un pavé droit.

Calculer la durée écoulée entre deux instants donnés.
Déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée.
Connaître et utiliser les unités de mesure des durées et leurs relations :

- unités de mesures usuelles : jour, semaine, heure, minute, seconde, dixième de seconde, mois, année, siècle, millénaire.

Résoudre des problèmes en exploitant des ressources variées (horaires de transport, horaires de marées, programmes de cinéma ou de télévision, etc.).

Proportionnalité
Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation. Résoudre un problème de proportionnalité impliquant des grandeurs.

ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Dès le CM1, les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.
- À partir du CM2, des situations simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

Exemples de réussite :

Problèmes additifs

- Il peut additionner ou soustraire des nombres associés à des grandeurs
- Un vase pouvant contenir 2 L contient déjà 1,3 L d'eau. Si on verse à nouveau 50 cL, l'eau débordera-t-elle ?
  (Réponse : Non car 50 cL = 0,5 L et que 1,3 L + 0,5 L = 1,8 L.)
- Sohan et sa famille sont partis à 8 h 50 de leur domicile. Ils sont arrivés à 20 h 15 sur leur lieu de vacances. Combien de temps a duré leur voyage ?

  (Réponse : 11 h 25 min)

Problèmes multiplicatifs

Problèmes de proportion simple

- Un robinet mal fermé laisse échapper 1 mL d'eau toutes les 10 s. Est-ce vrai que cela représente plus de 8 L d'eau perdue par jour ?

  (Réponse : Oui, car le robinet laisse échapper 6 mL en 1 min soit 360 mL en 1 h d'où 8 640 mL (8,64 L) en 24 h.)
- Quelle est la longueur du côté d'un terrain carré de périmètre 18 m ? Et de périmètre 23,2 m ? *(Réponse : 18 m : 4 = 4,5 m et 23,2 m : 4 = 5,8 m.)*
- Quelle est la longueur du rayon d'un cercle de périmètre 62,8 dm ? (*Réponse : la longueur d'un cercle de rayon r étant donné par la formule 2 × Pi × r, il faut faire le calcul 62,8 : (2 × Pi) qui donne environ 10 dm*.)
- Un pack contient 6 bouteilles de 1,5 L de jus d'orange. Combien de gobelets de 20 cL, pleins à ras bord, peut-on espérer servir ? *(Réponse : 45 gobelets car 1,5 L = 150 cL et que la division euclidienne de 900 par 20 donne 45 comme quotient et zéro comme reste.)*
- Pour remplir 4 aquariums identiques, 128 dm^3 d'eau ont été nécessaires. Quelle quantité d'eau faudrait-il pour remplir 10 aquariums de même volume que les précédents ?

  (Réponse : 320 dm^3, puisqu'il faut 32 dm^3 par aquarium.)

Problèmes de comparaison du type « fois plus, fois moins »

- Myriam a dépensé 85,56 € en frais d'essence ce mois-ci. Flora a dépensé trois fois moins qu'elle ; à combien lui reviennent ses dépenses ? (*Réponse : 85,56 € : 3 = 28,52 €*.)

Problèmes de produit de mesures

- Selon l'INSEE, la Guadeloupe possède une superficie de 1 703 km^2 et une densité, en 2011, de population de 238 habitants par km^2. Quel est le nombre d'habitants en Guadeloupe en 2011 ?
  (Réponse : 1 703 km^2 × 238 hab/km^2 = 405 314 habitants.)
- Quelle est la longueur du côté d'un terrain carré d'aire 25 m^2 ? *(Réponse : 5 m.)*
- Yasmine roule à une vitesse constante de 20 km/h sur son vélo. Quelle distance, au dixième de kilomètre près, a-t-elle parcourue à la fin de son parcours d'une heure et quarante minutes ? *(Réponse : 33,3 km.)*