

ESPACE ET GEOMETRIE EN TROISIEME

Ce document est une compilation des aménagements des programmes (BO 30 du 28 juillet 2018), des repères de progression et des attendus de fin d'année (note de service n° 2019-072 du 28-5-2019). Il vise à proposer une référence unique pour les enseignants de collège par thème et par année.

1.	Représenter l'espace	3
1.1	Repères de progression	3
1.2	Attendus de fin d'année	3
2.	Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	3
2.1	Repères de progression	4
2.2	Attendus de fin d'année	4

Programme :

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (caractérisation angulaire du parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre de raisonnements et démonstrations. De nouvelles transformations (symétries centrales, translations, rotations, homothéties) font l'objet d'une première approche, basée sur l'observation de leur effet sur des configurations planes, essentiellement à partir de manipulations concrètes (papier calque, papier pointé, quadrillage, etc.) ou virtuelles (logiciel de géométrie dynamique). L'objectif est d'installer des images mentales qui faciliteront ultérieurement l'analyse de figures géométriques ainsi que la définition ponctuelle des transformations étudiées.

Croisements entre enseignements

Si les mathématiques sont une science à part entière avec son propre langage et une démarche spécifique de preuve basée, non pas sur la confrontation au réel, mais sur la démonstration, elles sont également intimement liées aux autres disciplines. Elles fournissent en effet des outils de calcul et de représentation et des modèles qui permettent de traiter des situations issues de toutes les autres disciplines enseignées au cycle 4. De ce fait, les mathématiques ont également toute leur place dans les enseignements pratiques interdisciplinaires qui contribuent à faire percevoir aux élèves leur dimension créative, inductive et esthétique et à éprouver le plaisir de les pratiquer.

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

1. REPRESENTER L'ESPACE

Connaissances

- abscisse, ordonnée, altitude ;
- latitude, longitude ;

Compétences associées

- (se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle, sur une sphère ;
- reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme, cylindre, pyramide, cône, boule) ;
- construire et mettre en relation des représentations de ces solides (vues en perspective cavalière, de face, de dessus, sections planes, patrons, etc.) ;
- utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour représenter des solides.

1.1 REPERES DE PROGRESSION

Le repérage s'étend à la sphère (latitude, longitude). Un logiciel de géométrie est utilisé pour visualiser des solides et leurs sections planes. Les élèves produisent et mettent en relation différentes représentations des solides étudiés (patrons, représentation en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe).

1.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Il se repère sur une sphère (latitude, longitude).
- Il construit et met en relation différentes représentations des solides étudiés au cours du cycle (représentations en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe, patrons) et leurs sections planes.

Exemples de réussite :

- Il pointe Paris et Sidney sur un globe terrestre à partir de leurs latitudes et longitudes.
- Il reconnaît un grand cercle sur une sphère.
- Il trace des solides en perspective cavalière et fait apparaître des sections.

2. UTILISER LES NOTIONS DE GEOMETRIE PLANE POUR DEMONTRER

Connaissances

- caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants ;
- triangle :
 - somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ;
 - hauteurs et médiatrices ;
 - inégalité triangulaire ;
 - cas d'égalité des triangles ;
 - triangles semblables (une définition et une propriété caractéristique).
- parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique) ;
- le théorème de Thalès et sa réciproque (configurations des triangles emboîtés et du papillon) ;
- le théorème de Pythagore et sa réciproque ;
- lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.

Compétences associées

- mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique ;
- faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles ;
- comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure ;
- mobiliser les connaissances des figures, des configurations et des transformations au programme pour déterminer des grandeurs géométriques ;
- mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

Les définitions ponctuelles d'une rotation, d'une translation, d'une homothétie ne figurent pas au programme.

2.1 REPERES DE PROGRESSION

Figures et configurations

Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données. Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration du papillon sont énoncés et utilisés (démonstration possible, utilisant une symétrie centrale pour se ramener à la configuration étudiée en quatrième). Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles.

Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.

Transformations

Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par rotation et par homothétie (de rapport positif ou négatif). Le lien est fait entre angle et rotation, entre le théorème de Thalès et les homothéties.

Les élèves identifient des transformations dans des frises, des pavages, des rosaces.

Les définitions ponctuelles d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie ne figurent pas au programme.

Pour faire le lien entre les transformations et les configurations du programme, il est possible d'identifier (à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie) l'effet, sur un triangle donné, de l'enchaînement d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, voire d'une symétrie axiale et réciproquement, pour deux triangles semblables donnés, chercher des transformations transformant l'un en l'autre.

2.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

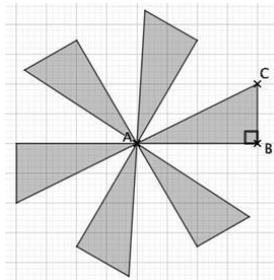
- À partir des connaissances suivantes :
 - le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration papillon ;
 - les triangles semblables : une définition et une propriété caractéristique ;
 - les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente,

Il transforme une figure par rotation et par homothétie et il comprend l'effet d'une rotation et d'une homothétie.

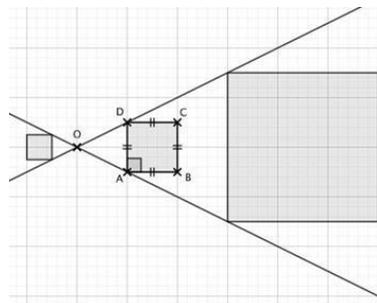
- Il identifie des rotations et des homothéties dans des frises, des pavages et des rosaces.
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie.

Exemples de réussite :

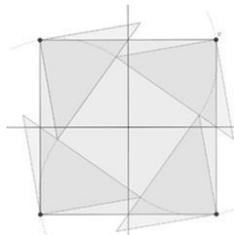
- Il réalise (à la main, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation) la figure suivante obtenue à partir du triangle ABC par des rotations successives de centre A et d'angle 60° .



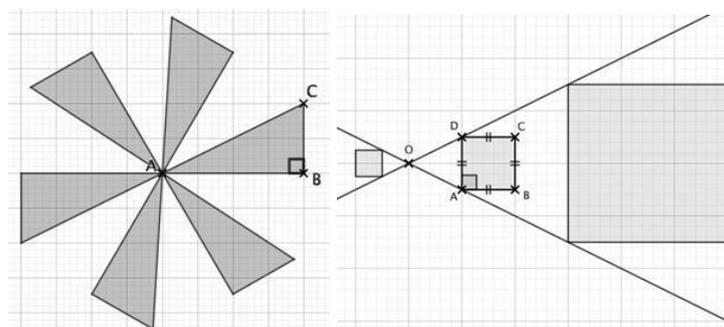
- Il justifie que la figure précédente est composée de 6 triangles rectangles.
- Il réalise (à la main, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation) la figure suivante à l'aide du quadrilatère ABCD et deux homothéties de centre O et de rapports 3 et $-0,5$.



- Il justifie la nature des trois quadrilatères en s'appuyant sur le codage et sur les propriétés de conservations des homothéties.
- Il décrit les transformations permettant de construire la rosace suivante :

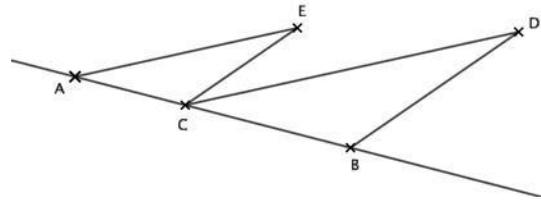


- Il détermine l'aire totale des figures construites ci-dessous connaissant les longueurs AB et BC pour la première et la longueur AB pour la seconde.



- En appliquant le théorème de Thalès, il effectue des calculs de longueurs.
- Il utilise les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des mesures d'angles.

- Sur la figure ci-contre :
le point C appartient au segment [AB] ;
 $AC = 3$; $AB = 7,5$; $BD = 5,4$ et $CD = 9$;
les droites (AE) et (CD) sont parallèles ;
les droites (CE) et (BD) sont parallèles.



- Démontrer que les angles \widehat{BCD} et \widehat{CAE} ont même mesure.
- Démontrer que les triangles ACE et CBD sont semblables.
- En déduire les longueurs des côtés du triangle ACE.