ESPACE ET GEOMETRIE EN QUATRIEME

Ce document est une compilation des aménagements des programmes (BO 30 du 28 juillet 2018), des repères de progression et des attendus de fin d'année (note de service n° 2019-072 du 28-5-2019). Il vise à proposer une référence unique pour les enseignants de collège par thème et par année.

Programme :

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (caractérisation angulaire du parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre de raisonnements et démonstrations. De nouvelles transformations (symétries centrales, translations, rotations, homothéties) font l'objet d'une première approche, basée sur l'observation de leur effet sur des configurations planes, essentiellement à partir de manipulations concrètes (papier calque, papier pointé, quadrillage, etc.) ou virtuelles (logiciel de géométrie dynamique). L'objectif est d'installer des images mentales qui faciliteront ultérieurement l'analyse de figures géométriques ainsi que la définition ponctuelle des transformations étudiées.

Croisements entre enseignements

Si les mathématiques sont une science à part entière avec son propre langage et une démarche spécifique de preuve basée, non pas sur la confrontation au réel, mais sur la démonstration, elles sont également intimement liées aux autres disciplines. Elles fournissent en effet des outils de calcul et de représentation et des modèles qui permettent de traiter des situations issues de toutes les autres disciplines enseignées au cycle 4. De ce fait, les mathématiques ont également toute leur place dans les enseignements pratiques interdisciplinaires qui contribuent à faire percevoir aux élèves leur dimension créative, inductive et esthétique et à éprouver le plaisir de les pratiquer.

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

1. REPRESENTER L'ESPACE

<u>Connaissances</u>

- abscisse, ordonnée, altitude ;

<u>Compétences associées</u>

- (se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle ;
- reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme, cylindre, pyramide, cône, boule) ;
- construire et mettre en relation des représentations de ces solides (vues en perspective cavalière ; patrons, etc.) ;
- utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour représenter des solides.

1.1 REPERES DE PROGRESSION

Le repérage se fait dans un pavé droit (abscisse, ordonnée, altitude). Les élèves produisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide ou d'un cône.

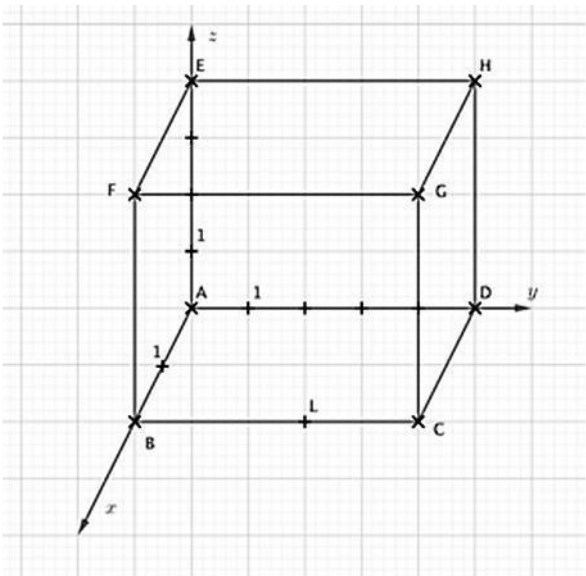
1.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- Il utilise le vocabulaire du repérage : abscisse, ordonnée, altitude.
- Il se repère dans un pavé droit.
- Il construit et met en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide, d'un cône de révolution.

Exemples de réussite :

- Dans un repère de l'espace, il lit les coordonnées d'un point et place un point de coordonnées données.
- Dans la figure ci-dessous, quelles sont les coordonnées des points A, H et L ?
  Place le point de coordonnées (2 ; 3 ; 4).



- Il représente un cône en perspective cavalière.
- Il réalise le patron d'une pyramide.

2. UTILISER LES NOTIONS DE GEOMETRIE PLANE POUR DEMONTRER

Connaissances

- caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants ;
- triangle :
- somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ;
- hauteurs et médiatrices ;
- inégalité triangulaire ;
- cas d'égalité des triangles ;

- parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique) ;
- le théorème de Thalès et sa réciproque (configurations des triangles emboîtés) ;
- le théorème de Pythagore et sa réciproque ;
- lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus

Compétences associées

- mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique ;
- faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles ;
- comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale),
- mobiliser les connaissances des figures, des configurations et des transformations au programme pour déterminer des grandeurs géométriques ;
- mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

2.1 REPERES DE PROGRESSION

Figures et configurations

Les cas d'égalité des triangles sont présentés et utilisés pour résoudre des problèmes. Le lien est fait avec la construction d'un triangle de mesures données (trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle). Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant.

Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction

Transformations

Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises ou des pavages ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme.

La définition ponctuelle d'une translation ne figure pas au programme. Toutefois, par commodité, la translation transformant le point A en le point B pourra être nommée « translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ », mais aucune connaissance n'est attendue sur l'objet « vecteur ».

2.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

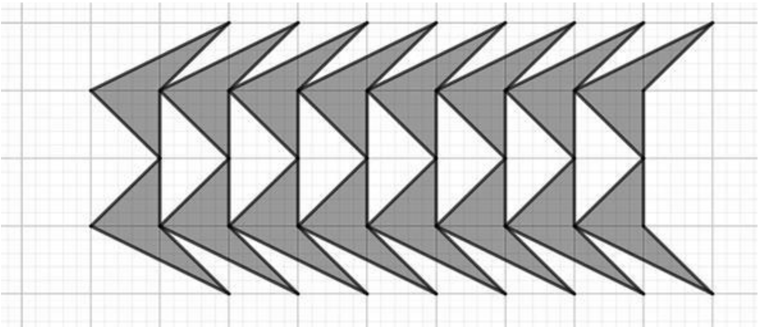
- À partir des connaissances suivantes :
  - les cas d'égalité des triangles ;
  - le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés ;
  - le théorème de Pythagore et sa réciproque ;

− le cosinus d'un angle d'un triangle rectangle ;
− effet d'une translation : conservation du parallélisme, des longueurs, des aires et des angles,
il met en œuvre et écrit un protocole de construction de figures.

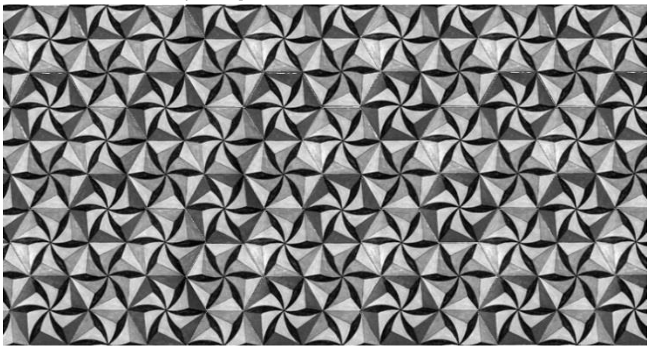
- Il transforme une figure par translation.
- Il identifie des translations dans des frises et des pavages.
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations et de la translation pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations et de la translation.

Exemples de réussite :

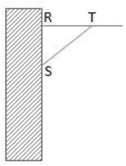
- Il construit à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique la figure suivante en utilisant des translations.



- Il identifie des translations dans le pavage suivant :



- Il sait calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs des deux autres côtés.
- Dans un triangle rectangle, il utilise le cosinus pour déterminer la mesure d'un angle.
- Un constructeur d'échelle recommande un angle entre le sol et l'échelle compris entre 65° et 75° pour assurer la sécurité physique de la personne l'utilisant. On pose contre un mur vertical (et perpendiculaire au sol) une échelle de 13 m de long et dont les pieds sont situés à 5 m de la base du mur. Quelle hauteur peut-on atteindre ? L'échelle, ainsi posée, respecte-t-elle la recommandation du constructeur ?
L'échelle permettra d'atteindre une hauteur de 12 m d'après le théorème de Pythagore et un calcul, à l'aide du cosinus, permet d'obtenir un angle d'environ 67°.
- Il démontre qu'un triangle est un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs de ses côtés.
- Alan a posé une étagère sur un mur vertical. On sait que RS = 42 cm, TR = 40 cm et ST = 58 cm. L'étagère est-elle horizontale ? (Justifie ta réponse.)



- Il démontre le parallélisme de deux droites en s'appuyant sur des rapports de longueurs.

- Il détermine la nature du quadrilatère ABCD sur la figure ci-contre, construite à l'aide de translations à partir du motif de droite :