

ESPACE ET GEOMETRIE EN CINQUIEME

Ce document est une compilation des aménagements des programmes (BO 30 du 28 juillet 2018), des repères de progression et des attendus de fin d'année (note de service n° 2019-072 du 28-5-2019). Il vise à proposer une référence unique pour les enseignants de collège par thème et par année.

1.	Représenter l'espace	3
1.1	Repères de progression	3
1.2	Attendus de fin d'année	3
2.	Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	4
2.1	Repères de progression	4
2.2	Attendus de fin d'année	5

Programme :

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (caractérisation angulaire du parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre de raisonnements et démonstrations. De nouvelles transformations (symétries centrales, translations, rotations, homothéties) font l'objet d'une première approche, basée sur l'observation de leur effet sur des configurations planes, essentiellement à partir de manipulations concrètes (papier calque, papier pointé, quadrillage, etc.) ou virtuelles (logiciel de géométrie dynamique). L'objectif est d'installer des images mentales qui faciliteront ultérieurement l'analyse de figures géométriques ainsi que la définition ponctuelle des transformations étudiées.

Croisements entre enseignements

Si les mathématiques sont une science à part entière avec son propre langage et une démarche spécifique de preuve basée, non pas sur la confrontation au réel, mais sur la démonstration, elles sont également intimement liées aux autres disciplines. Elles fournissent en effet des outils de calcul et de représentation et des modèles qui permettent de traiter des situations issues de toutes les autres disciplines enseignées au cycle 4. De ce fait, les mathématiques ont également toute leur place dans les enseignements pratiques interdisciplinaires qui contribuent à faire percevoir aux élèves leur dimension créative, inductive et esthétique et à éprouver le plaisir de les pratiquer.

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

1. REPRESENTER L'ESPACE

Connaissances

- abscisse, ordonnée,

Compétences associées

- (se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal,
- reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme, cylindre, pyramide, cône, boule) ;
- construire et mettre en relation des représentations de ces solides (vues en perspective cavalière, patrons, etc.) ;
- utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour représenter des solides.

1.1 REPERES DE PROGRESSION

Le repérage se fait sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Dans la continuité de ce qui a été travaillé au cycle 3, la reconnaissance de solides (pavé droit, cube, cylindre, pyramide, cône, boule) s'effectue à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière ou sur un logiciel de géométrie dynamique.

Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit ou d'un cylindre.

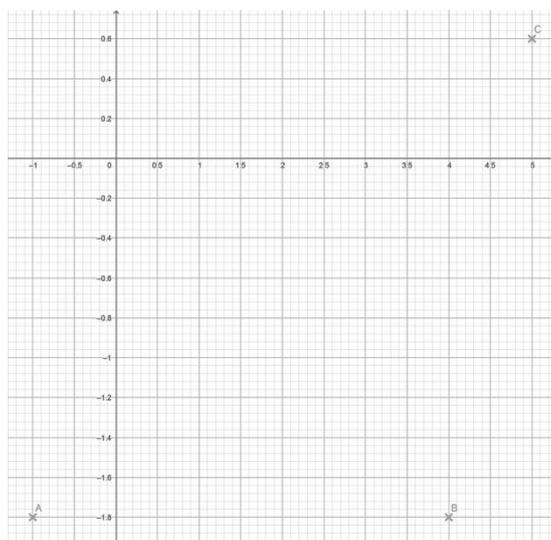
1.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

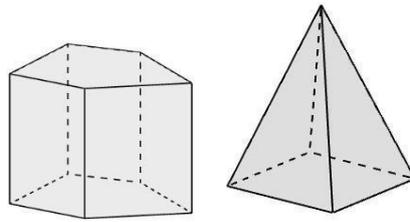
- Il se repère sur une droite graduée et dans le plan muni d'un repère orthogonal.
- Il reconnaît des solides (pavé droit, cube, cylindre, prisme droit, pyramide, cône, boule) à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière.
- Il construit et met en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit, d'un cylindre.

Exemples de réussite :

- Il place des points ayant pour coordonnées des nombres relatifs dans un repère orthogonal.
- Donne les coordonnées des points A, B et C placés dans le repère orthogonal suivant. Quelles seraient les coordonnées du point D si on souhaite que ABCD soit un parallélogramme ?



- Nomme les solides représentés par les figures suivantes :



- Il identifie les solides dans des objets du quotidien :



- Il construit la représentation en perspective cavalière d'un cylindre.
- Il construit le patron d'un pavé droit.

2. UTILISER LES NOTIONS DE GEOMETRIE PLANE POUR DEMONTRER

Connaissances

- caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants ;
- triangle :
 - somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ;
 - hauteurs et médiatrices ;
 - inégalité triangulaire ;
- parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique) ;

Compétences associées

- mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique ;
- comprendre les effets d'une symétrie (axiale et centrale) ;
- mobiliser les connaissances des figures, des configurations et des transformations au programme pour déterminer des grandeurs géométriques ;
- mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

2.1 REPERES DE PROGRESSION

Figures et configurations

La caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants) est énoncée. La valeur de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée et est utilisée. L'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées.

Le parallélogramme est défini à partir de l'une de ses propriétés : parallélisme des couples de côtés opposés ou intersection des diagonales. L'autre propriété est démontrée et devient une propriété caractéristique. Il est alors

montré que les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur grâce aux propriétés de la symétrie.

Les propriétés relatives aux côtés et aux diagonales d'un parallélogramme sont mises en œuvre pour effectuer des constructions et mener des raisonnements.

Les élèves consolident le travail sur les codages de figures : interprétation d'une figure codée ou réalisation d'un codage.

Les élèves découvrent de nouvelles droites remarquables du triangle : les hauteurs. Ils poursuivent le travail engagé au cycle 3 sur la médiatrice dans le cadre de résolution de problèmes. Ils peuvent par exemple être amenés à démontrer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Transformations

Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par symétrie centrale. Cela permet de découvrir les propriétés de la symétrie centrale (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles) qui sont ensuite admises et utilisées. Le lien est fait entre la symétrie centrale et le parallélogramme.

Les élèves identifient des symétries axiales ou centrales dans des frises, des pavages, des rosaces

2.2 ATTENDUS DE FIN D'ANNEE

Ce que sait faire l'élève :

- À partir des connaissances suivantes :
 - le codage des figures ;
 - les caractérisations angulaires du parallélisme (angles alternes internes, angles correspondants) ;
 - la somme des angles d'un triangle ;
 - l'inégalité triangulaire ;
 - une définition et une propriété caractéristique du parallélogramme ;
 - la définition de la médiatrice ;
 - la définition des hauteurs d'un triangle,

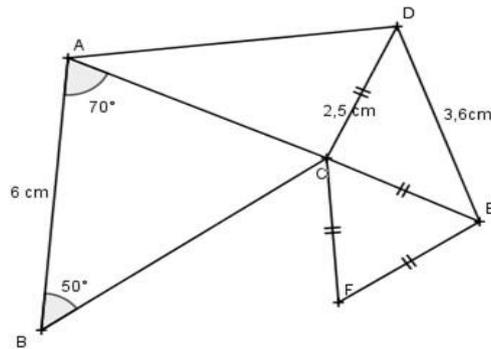
Il met en œuvre et écrit un protocole de construction de triangles, de parallélogrammes et d'un assemblage de figures.

- Il transforme une figure par symétrie centrale.
- Il comprend l'effet des symétries (axiale et centrale) sur des figures : conservation du parallélisme, des longueurs et des angles.
- Il identifie des symétries dans des frises, des pavages, des rosaces.
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations et des symétries pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations et des symétries.

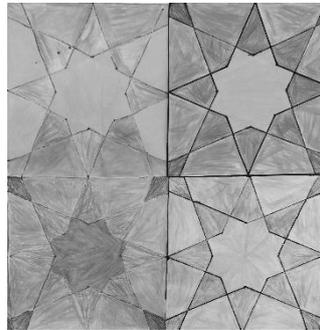
Exemples de réussite :

- Il trace des triangles et des parallélogrammes donnés sous forme de figure à main levée ou d'un texte.
- Trace un triangle ABC isocèle en B tel que $AB = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 130^\circ$.
- Trace un parallélogramme GRIS tel que $GS = 2$ cm, $SI = 5$ cm et \widehat{GSI} mesure 50° .

- Il trace en vraie grandeur la figure ci-dessous et explique son protocole de construction.



- Il construit les images par une symétrie centrale de segments, de droites, de cercles, de triangles ou d'assemblages de ces figures.
- Il construit en justifiant la démarche et en utilisant plusieurs méthodes le symétrique d'une droite, d'un segment, d'un cercle, d'un triangle par rapport à un point ou à une droite.
- Identifie des symétries dans le pavage dont on a représenté une portion ci-dessous :



- Il identifie des symétries dans la frise dont on a représenté une portion ci-dessous :



- Il détermine l'aire de la portion de frise suivante connaissant l'aire du motif élémentaire « goutte ».



- Dans la configuration suivante, démontre que ABCD est un parallélogramme.

