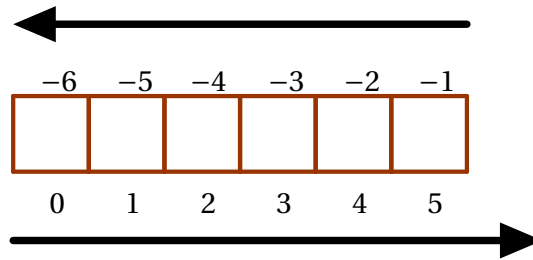


# Devoir à la maison : la suite de Fibonacci

## Rappels sur les listes



## La suite de Fibonacci

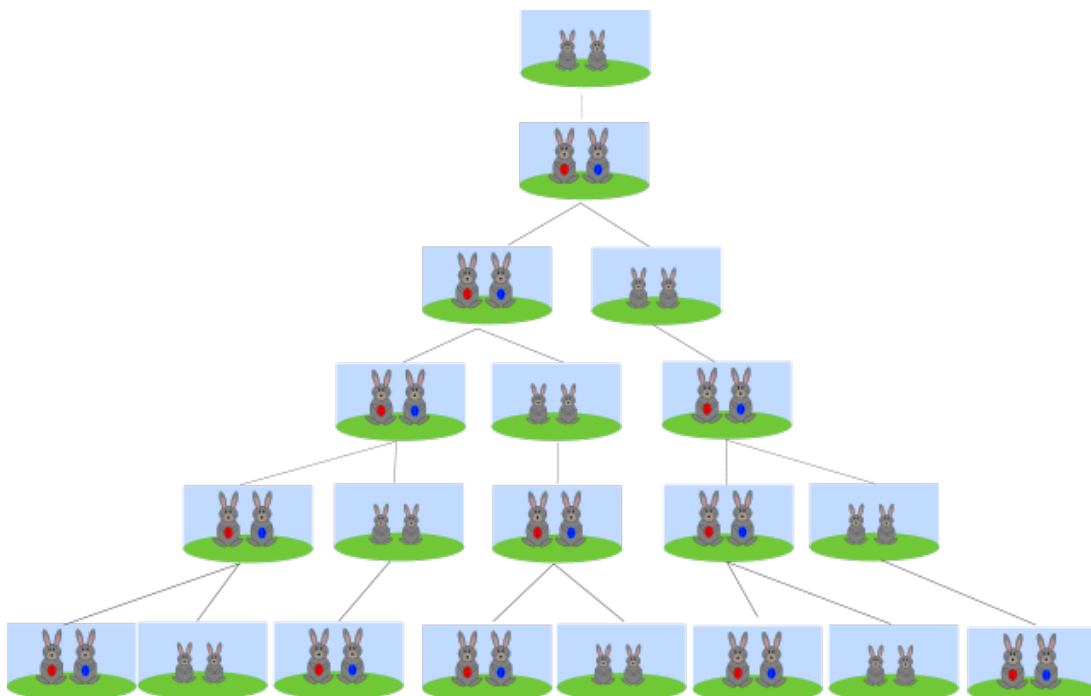
La suite de Fibonacci <sup>(1)</sup> modélise la croissance d'une population de lapins. Elle doit son nom au mathématicien italien Leonardo Fibonacci <sup>(2)</sup>.

Dans un problème récréatif, posé dans l'ouvrage Liber abaci publié en 1202, Fibonacci décrit la croissance d'une population de lapins :

Un homme met un couple de lapins, dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur. Combien de couples obtient-on en un an, si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple, à compter du troisième mois de son existence ? ».

Le schéma ci-dessous permet de mieux comprendre la situation : on remarque en particulier qu'un couple de lapins est en âge de procréer (en rouge et bleu), à partir de son second mois d'existence.

Il donne ainsi naissance à de nouveaux couples de lapins à partir de son troisième mois d'existence.



(1). [https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite\\_de\\_Fibonacci](https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Fibonacci)

(2). [https://fr.wikipedia.org/wiki/Leonardo\\_Fibonacci](https://fr.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci)

Appelons :

- $F_0$  le nombre de couples présents le mois 0,
- $F_1$  le nombre de couples présents le mois 1,
- $F_n$  le nombre de couples présents le mois  $n$ .

## Partie A : la liste des premiers termes

1. Déterminer les valeurs de  $F_0$  et  $F_1$ .
2. Déterminer l'expression de  $F_{n+2}$  en fonction de  $F_{n+1}$  et  $F_n$ . Justifier à l'aide d'une phrase en français.
3. Écrire une fonction "fibonacci(n)" renvoyant la liste des  $n + 1$  premiers termes de la suite de Fibonacci.
4. Utiliser cette fonction pour répondre au problème posé en introduction.

## Partie B : un algorithme de seuil

1. On souhaite désormais écrire une seconde fonction, "seuil(k)", faisant appel à la fonction de la question 3., et renvoyant le premier mois  $n$ , où le nombre de couples de lapins dépasse la valeur  $k$ .
2. En déduire le premier mois où le nombre de couples dépassera 500 000.

## Partie C : la suite des rapports

La suite des rapports successifs de la suite de Fibonacci est définie par :

$$\left( \frac{F_{n+1}}{F_n} \right)_{n \in \mathbb{N}}$$

L'objectif de cette partie est d'émettre une conjecture sur la limite éventuelle de la suite des rapports.

1. Écrire une fonction "rapport\_fibonacci(n)" renvoyant la liste des  $n$  premiers rapports de la suite.
2. Émettre une conjecture quant à la limite éventuelle de la suite des rapports.
3. Préciser le résultat proposé en utilisant les liens donnés en bas de page précédente (ou d'autres...).