Notion de ratio
cycle 4 (à partir de la classe de 5e)
Tâches à prise d'initiative - éléments de correction

Ces indications ne constituent pas des corrections complètes ni à destination des élèves.

Exercice 20 (tâche à prise d'initiative) : jeu en réseau.
Un célèbre jeu en réseau indique pour le joueur le triple ratio du nombre des parties où il s'est retrouvé à égalité avec l'adversaire, pour le nombre de parties gagnées et pour le nombre de parties perdues.
Le joueur Arkéos a actuellement le ratio 12:101:126, le joueur Darknite a le ratio 17:35:68 et le joueur Samba a le ratio 8:63:69.
Quel est le joueur le mieux classé ?

Prise d'initiative : il faut d'abord prendre conscience que l'on doit choisir des critères de classement. Pour laisser cette possibilité aux élèves, le professeur ne l'évoquera pas de lui-même mais il répondra aux élèves qui soulèvent la question que c'est à eux de faire des choix.
Selon que l'on choisit de comparer d'abord les parties gagnées et les parties perdues, en utilisant éventuellement le nombre d'égalités pour départager, ou de comparer la somme des parties gagnées et des « matchs nuls » avec les parties perdues, etc., on utilisera différemment les ratios.

Exercice 21 (tâche à prise d'initiative avec différenciation) : le format d'écran.
On dit qu'un écran a pour format 16:9 quand la longueur et la hauteur sont dans ce ratio.
Version 1. Un site internet affiche :

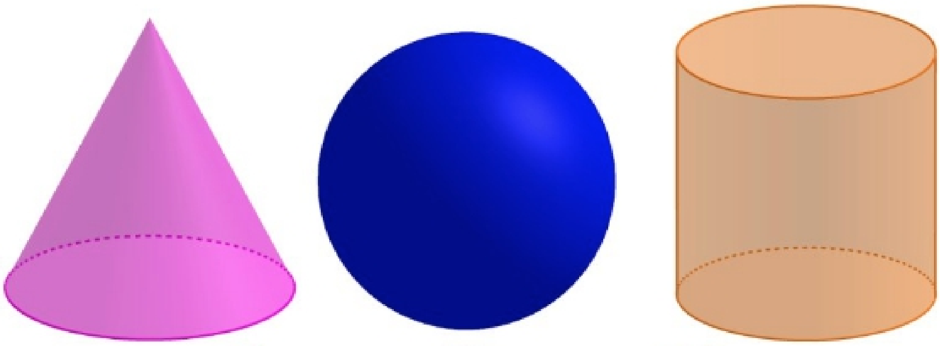
> Avec une diagonale de 3,30 m et un format de 16/9,
> la largeur est de 2,88 m
> la hauteur est de 1,62 m

Les informations données sont-elles exactes ?
Version 2 (plus difficile). Un magasin vend un téléviseur de format 16:9 dont la diagonale mesure 1,10m. Quelles sont les mesures de la hauteur et de la longueur de l'écran ?

Version 1. Il faut comprendre que les mots largeur et longueur s'utilisent ici indifféremment puisque l'écran n'est envisagé que comme surface plane, et la hauteur étant prise dans son sens de « dimension verticale ».
L'élève a deux étapes en charge : la vérification du ratio avec les valeurs 2,88 et 1,62 comme longueur et hauteur. Puis la vérification, grâce au théorème de Pythagore, de la valeur de la diagonale.

Version 2. L'élève peut procéder par tâtonnements, éventuellement avec un tableur dans lequel il calcule par exemple, grâce au théorème de Pythagore, la hauteur en fixant la longueur, puis en vérifiant que le ratio 16:9 est respecté. S'il est plus à l'aise encore, il pourra poser que la longueur est égale à $\frac{16}{9} \times h$ puis résoudre une équation de degré 2 obtenue grâce au théorème de Pythagore et utilisant la valeur de la diagonale.

Exercice 22 (tâche à prise d'initiative), *d'après une idée de V. Pantaloni*.
On considère un cône, une sphère et un cylindre qui ont le même diamètre, et pour lesquels les hauteurs du cône et du cylindre sont égales au diamètre.



Dans quel ratio sont leurs volumes ?
Remarque pour le professeur : on pourra laisser expérimenter et conjecturer les élèves avec des solides que l'on remplit d'eau.

Comme l'indique la remarque de fin de sujet, on pourra préparer le matériel adéquat pour laisser d'abord les élèves expérimenter et conjecturer.
Passons à la phase de calcul. Les trois solides ont le même rayon R et la même hauteur égale au diamètre soit à $2R$.

Volume du cône de rayon R et hauteur $2R$: $\frac{2}{3} \times \pi \times R^3$.

Volume de la sphère de rayon R : $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

Volume du cylindre de rayon R et hauteur $2R$: $2 \times \pi \times R^3$.
Le cylindre a donc un volume 3 fois plus grand que le cône, et la sphère a un volume 2 fois plus grand que le cône. Les volumes du cône, de la sphère et du cylindre sont donc dans le ratio 1:2:3.