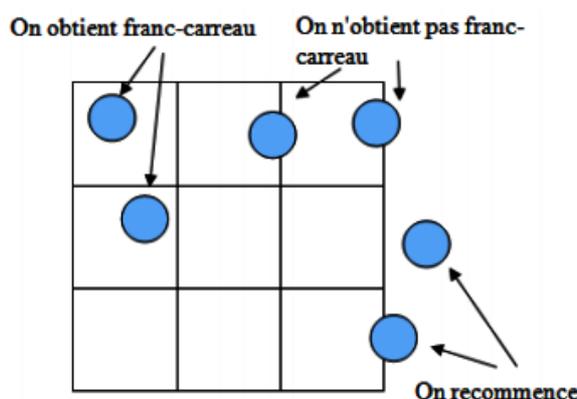


Cycle 4 - Le jeu de franc-carreau : statistiques et probabilités

Le jeu :

pour jouer à franc-carreau, on utilise un quadrillage type carrelage ou damier, et une pièce ou un palet plat et rond.

On lance la pièce sur le quadrillage, et on regarde comment elle s'est immobilisée : si elle ne touche qu'un seul carreau, on gagne et on dit qu'on a fait « franc-carreau ». Si elle chevauche une ligne du quadrillage (elle touche alors plusieurs carreaux) ou si elle est tangente à une de ces lignes, on perd. Si le centre de la pièce est à l'extérieur du quadrillage, on recommence.



Approche statistique.

- Il est important d'aborder la notion de conditions de lancer pour réaliser le hasard (un seul grand carreau et un lancer de près ne conviennent pas). On cherche ainsi à respecter une démarche scientifique correcte.
- On doit aussi aborder la question des objets utilisés : taille des carreaux, taille de la pièce. Les élèves doivent comprendre par eux-mêmes que la fréquence de franc-carreau (ou la probabilité plus tard) dépend de la taille de la pièce **par rapport** à celle du carreau.
- On choisit des dimensions de pièce et de carreaux « raisonnables », par exemple une pièce de 1,5 cm de diamètre pour des carreaux de 5cm de côté. Les lancers se font d'un peu loin.
- Avec 10 ou 20 lancers, chaque élève peut calculer sa fréquence du franc-carreau.
- On fait ensuite calculer la fréquence en cumulant tous les essais de la classe.
- Sur un grand nombre de lancers, la fréquence des franc-carreaux semble se stabiliser autour d'une valeur qui permet d'estimer, de **conjecturer**, la

- probabilité d'obtenir franc-carreau.
- Pour faire un grand nombre de lancers, on va utiliser ce que l'on appelle une **simulation** du jeu, que l'on peut réaliser avec un programme dans Scratch.
- La modélisation la plus simple avec Scratch reprend le jeu complet, soit un arrière-plan sur lequel un quadrillage est dessiné, et un lutin en forme de disque qui y est placé aléatoirement. S'il ne touche pas une ligne de quadrillage (en captant sa couleur), on compte un lancer « gagnant ». On comptabilise aussi les lancers « perdants » et on fait calculer la fréquence de franc-carreaux gagnants au fur et à mesure.

Approche probabiliste :

- la simulation dans Scratch (qui peut se faire aussi avec un tableur) peut aussi être faite sur une version limitée du jeu : on se réduit à un seul carreau.
- Pour programmer une simulation correcte, dont la lecture des résultats sera aisée, et pour pouvoir ensuite calculer la probabilité d'obtenir franc-carreau, on doit d'abord amener les élèves à comprendre par eux-mêmes que c'est la position du centre de la pièce qui est importante, en liant son diamètre et la distance au bord du carreau.
- La simulation doit donc faire apparaître les positions successives du centre de la pièce. Elle permet d'appréhender les grandeurs qui sont en jeu : le centre de la pièce dans les cas de franc-carreau va peu à peu recouvrir un carré de même centre que le carreau initial, mais dont la longueur est plus petite d'autant que le diamètre de la pièce.
- La probabilité de faire franc-carreau est donc égale au rapport de l'aire de ce petit carré sur l'aire du carreau. Soit, pour un carreau de côté c et une pièce de diamètre d : $(c-d)^2 / c^2$.
- On compare ensuite ce résultat avec la fréquence du franc-carreau dans la classe lors de la partie de travail statistique, et avec la fréquence des impacts à franc-carreau des simulations lancées sur un très grand nombre de fois (exemple : pour un carreau de 148 pixels de côté, et une pièce de 23 pixels de diamètre, on a obtenu une fréquence de franc-carreau de

$$\frac{50297}{50297 + 47650} \approx 0,5135 \quad ; \text{ la probabilité de franc-carreau étant de :}$$

$$\frac{125^2}{148^2} \approx 0,71$$

Ressources :

- document ressource pour le cycle 4 de l'Inspection Générale (Eduscol) : « Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités - Exemple de tâche intermédiaire : le jeu de franc-carreau ».
- Les dossiers de l'APMEP : <https://www.apmep.fr/Le-jeu-du-franc-carreau>
- Article de la revue MathémaTICE : <http://revue.sesamath.net/spip.php?article715>