**Triplets pythagoriciens**

1. Un triangle rectangle peut-il avoir comme dimensions 12 cm, 35 cm et 37 cm ?
2. Existent-ils des triplets de nombres entiers naturels consécutifs qui soient des triplets pythagoriciens ?
   1. Recherche sur internet :

Qu’est-ce qu’un triplet pythagoricien ?

* 1. Une conjecture :

A l’aide du logiciel de programmation Python, émettre une conjecture.

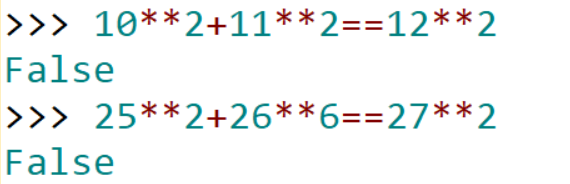
* 1. Une démonstration :

Démontrer cette conjecture.

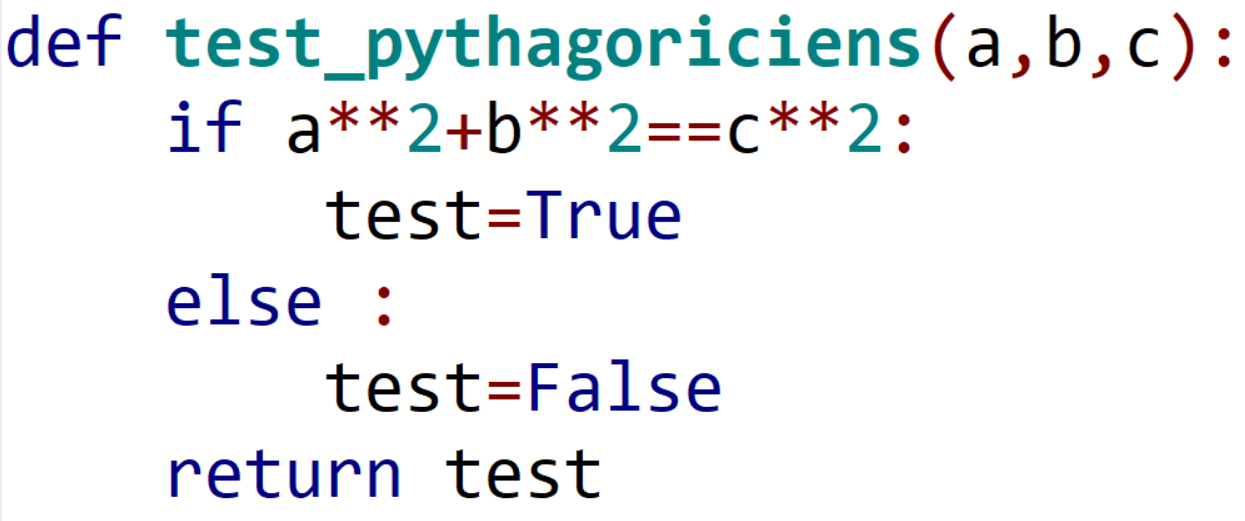
**Eléments de correction et programme(s) codé(s) en Python**

Mise en œuvre de la recherche par les élèves :

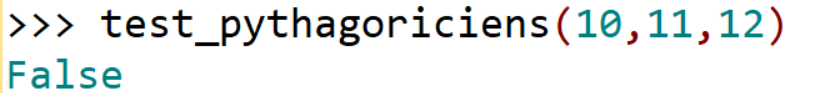
Tout d’abord, les élèves peuvent être amenés à faire des tests dans la console.

.

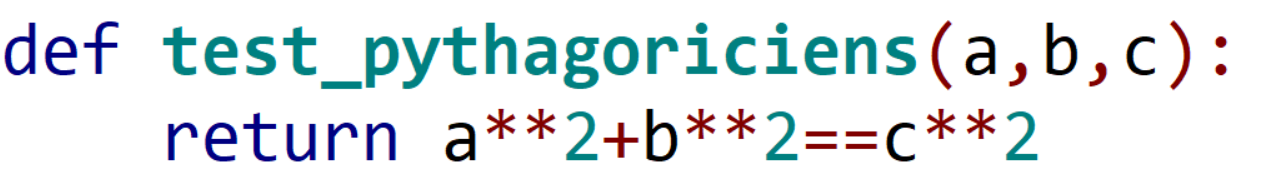
Pour plus d’efficacité, les élèves créent alors une fonction test\_pythagoriciens qui prend en entrée trois entiers consécutifs donnés, qui teste si ce sont des triplets pythagoriciens et qui renvoie un booléen (les tests dans la console donnent toute leur légitimité à cet emploi des booléens).



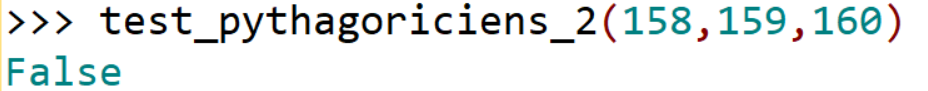
On appelle cette fonction dans la console :



On arrivera à une version simplifiée de l’écriture de cette fonction :

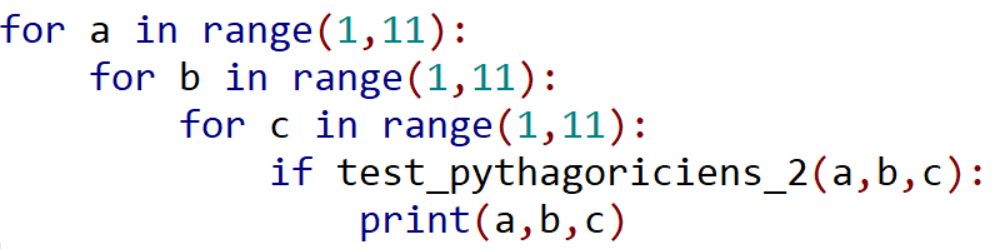


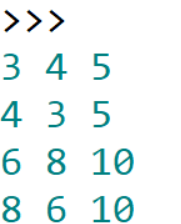
Ce script est l’occasion de travailler sur la signification du « return » qui renvoie un résultat ; dans ce cas, il renvoie le résultat d’un test donc un booléen, True ou False.



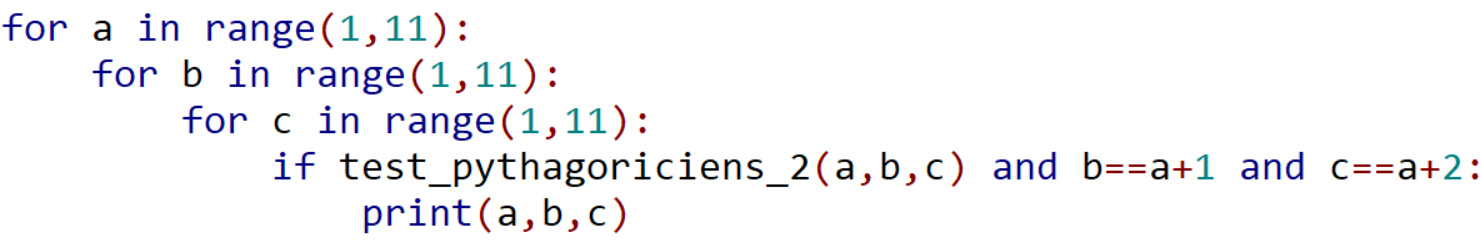
Les élèves vont chercher à automatiser la recherche.

Le script suivant ne tient pas compte du fait que a, b, c doivent être consécutifs. Les élèves s’en rendent compte lors de l’exécution.

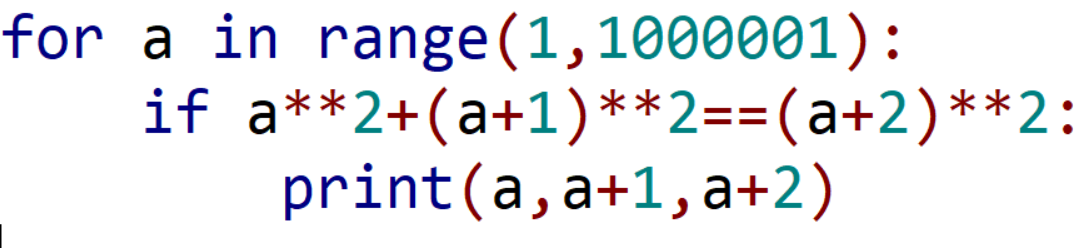




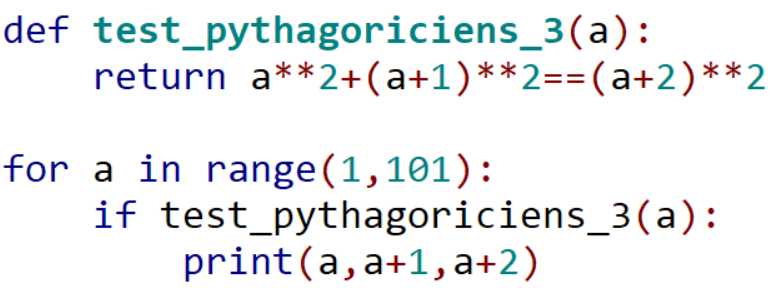
Le programme est alors modifié ainsi :



Modification du programme afin de réduire le nombre de calculs :



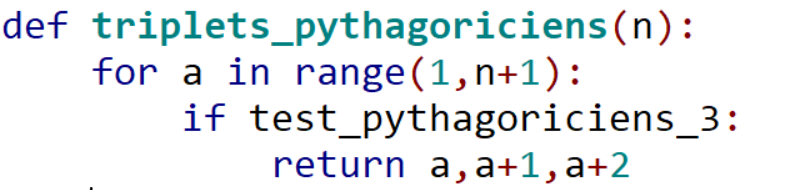
ou en définissant une fonction au préalable :



La différence de vitesse d’exécution est notable entre les 2 scripts précédents ; on pourra éventuellement parler du nombre de calculs faits par l’ordinateur dans les 2 cas (complexité temporelle).

Remarque : afficher tous les triplets pythagoriciens solutions à l’aide d’une fonction

Considérons cette fonction :

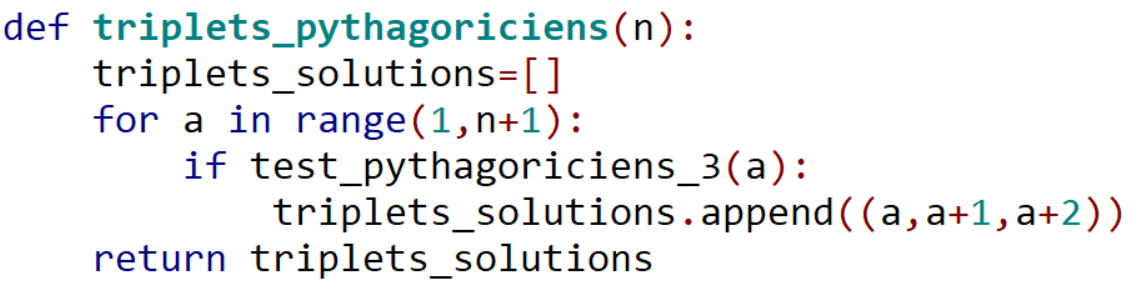


La fonction écrite ci-dessus n’est pas pertinente ici ; en effet, le « return » s’arrête dès qu’un résultat est trouvé donc à 3, 4, 5 le script de la fonction s’arrête, les autres triplets d’entiers consécutifs ne sont pas testés.

Pour s’en convaincre, il suffit de tester ce script qui devrait afficher tous les triplets d’entiers, pas forcément consécutifs, satisfaisant l’égalité de Pythagore.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Affiche    au lieu des résultats attendus :  car le script s’arrête dès que le return a pu renvoyer un résultat. |

Pour que soient affichés et testés tous les triplets pythagoriciens, il faudrait recourir aux listes dans l’écriture de la fonction comme ci-dessous.



Conjecture : les élèves conjecturent que 3, 4, 5 est le seul triplet que répond à la question.

Démonstration :

On montre que la seule solution de l’équation est 4 à l’aide des identités remarquables et des équations produit nul.