

Les problèmes au lycée



ÉVALUATION

**Évaluer : une action qui
s'inscrit dans un cadre
officiel**

Ce qu'en disent les programmes de 2^{nde} ...



L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

- modéliser et s'engager dans une activité de recherche ;
- conduire un raisonnement, une démonstration ;
- pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique ;
- faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ;
- pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique) ;
- utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Ce qu'en disent les programmes de 2nde...



- Les élèves sont évalués en fonction des capacités attendues et selon des modes variés : travaux écrits, rédaction de travaux de recherche, comptes-rendus de travaux pratiques.
- L'évaluation doit être en phase avec les objectifs de formation rappelés au début de cette introduction

Ce qu'en disent les programmes du cycle terminal des filières générales et technologiques



Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :

- mettre en œuvre une recherche de façon autonome;
- mener des raisonnements;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Ce qu'en disent les programmes du cycle terminal des filières générales et technologiques



- Les modes d'évaluation prennent également des formes variées, en phase avec les objectifs poursuivis.
- En particulier, l'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes est à évaluer.

Les compétences mathématiques au lycée (DGESCO - IGEN)



La formation mathématique au lycée général et technologique vise deux objectifs :

- **L'acquisition de connaissances et de méthodes** nécessaires à chaque élève pour construire son avenir personnel, professionnel et citoyen, et préparer la poursuite d'études supérieures.
- **Le développement de compétences transversales** (autonomie, prise d'initiative, adaptabilité, créativité, rigueur...) et de compétences spécifiques aux mathématiques :

Chercher



- **Analyser** un problème.
- **Extraire, organiser et traiter** l'information utile.
- Observer, **s'engager dans une démarche**, expérimenter en utilisant éventuellement des **outils logiciels**, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, reformuler un problème, émettre une conjecture.
- **Valider, corriger** une démarche ou en adopter une nouvelle.

Modéliser



- **Traduire en langage mathématique** une situation réelle (à l'aide d'équations, de suites, de fonctions, de configurations géométriques, de graphes, de lois de probabilité, d'outils statistiques ...).
- Utiliser, comprendre, **élaborer une simulation numérique ou géométrique** prenant appui sur la modélisation et utilisant un logiciel.
- Valider ou invalider un modèle.

Représenter



- **Choisir un cadre** (numérique, algébrique, géométrique...) adapté pour traiter un problème ou pour représenter un objet mathématique.
- Passer d'un mode de représentation à un autre.
- **Changer de registre.**

Calculer



- **Effectuer un calcul** automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (**calculatrice, logiciel**).
- Mettre en œuvre des **algorithmes** simples.
- Exercer l'intelligence du calcul : **organiser** les différentes étapes d'un calcul complexe, choisir des transformations, effectuer des simplifications.
- **Contrôler** les calculs (au moyen d'ordres de grandeur, de considérations de signe ou d'encadrement).

Raisonner



- Utiliser les notions de la **logique élémentaire** (conditions nécessaires ou suffisantes, équivalences, connecteurs) pour bâtir un raisonnement.
- Différencier le statut des énoncés mis en jeu : définition, propriété, théorème démontré, théorème admis...
- **Utiliser différents types de raisonnement** (par analyse et synthèse, par équivalence, par disjonction de cas, par l'absurde, par contraposée, par récurrence...).
- Effectuer des inférences (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, **conduire une démonstration**, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision.

Communiquer



- Opérer la conversion entre le **langage naturel et le langage symbolique** formel.
- Développer une **argumentation** mathématique correcte à l'écrit ou à l'oral.
- **Critiquer** une démarche ou un résultat.
- **S'exprimer** avec clarté et précision **à l'oral et à l'écrit**.

Préparer l'évaluation



Plusieurs interrogations :



- Quel type d'évaluation et quel niveau de difficulté ?
- Quels critères et quelles modalités d'évaluation ?
- Quelle(s) posture(s) de l'enseignant durant l'évaluation ?

Quel type d'évaluation et quel niveau de difficulté ?



L'évaluation peut être menée dans tous les cadres de l'activité scolaire :

- Travaux dirigés en groupe ou en autonomie
- Travaux pratiques ou activités expérimentales
- Devoir surveillé
- Travaux de recherche en temps libre (ou devoir maison)

À la condition de s'assurer que :

- Les ressources qui seront à mobiliser ont été effectivement acquises par les élèves.
- Les élèves ont déjà été confrontés à des fins d'apprentissage à des situations de même niveau de complexité.
- La tâche demandée n'est pas plus difficile que d'autres situations abordées lors de l'apprentissage.

Quels critères et quelles modalités d'évaluation ?



-> Des réponses du côté de la physique-chimie*

Par nature, une résolution de problème ne peut pas être évaluée de manière «classique » et séquentielle ; une évaluation par compétences est à privilégier.

- 1/ Il est nécessaire de lister les capacités contextualisées (en lien direct avec la résolution de problème proposée) pour préciser la manière dont les compétences sont mobilisées...
- 2/ Pour l'évaluation, **un tableau détaillant les compétences attendues ainsi que les indicateurs de réussite précis et contextualisés correspondants doit être construit.** Quatre niveaux de réussite A, B, C et D permettent d'apprécier, l'acquisition par l'élève de chacune des compétences évaluées...
- 3/ Il doit toujours être possible, au cours de l'évaluation, de valoriser un élève qui s'engage dans l'exercice en mobilisant des connaissances et capacités en relation avec le problème sans pour autant parvenir à en finaliser la résolution; son travail doit alors être pris en considération.

* Recommandations pour la conception de l'épreuve écrite du Bac S (IGEN groupe Physique-chimie)

Exemple de tableau d'analyse a priori et inventaire des indicateurs de réussite

Chercher (pratiquer une lecture active de l'information, s'engager dans une démarche, reformuler le problème...)	
Modéliser / Représenter (Traduire en langage mathématique, choisir un cadre, élaborer une simulation...)	
Calculer / Raisonner (Appliquer des techniques de calcul, mettre en œuvre des algorithmes, utiliser des notions de logique élémentaire, mener une démonstration...)	
Communiquer (expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit, avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus)	

Un exemple de contrat ou grille d'évaluation



Compétences (pour le professeur)	Les différentes étapes de ma démarche (pour l'élève)	Niveau d'acquisition
Chercher	Je recherche, extrais et organise les données, l'information.	
	J'émets une conjecture, une hypothèse (construction de figures, différents essais, différents calculs, simulation, logique,).	
Modéliser, représenter	Je choisis une méthode de résolution (je résous à l'aide de la géométrie, de la géométrie repérée, de l'algèbre, des fonctions, de calculs numériques, de la logique, ...).	
Calculer, raisonner	J'exécute convenablement la méthode de résolution (calculs justes, utilisation des théorèmes adéquats, raisonnements justes,).	
	Je contrôle la vraisemblance de ma conjecture, de mon résultat. Je critique et valide.	
Communiquer	Je rends compte de ma démarche, de mon résultat (à l'écrit – à l'oral)	
		/ 10

Posture de l'enseignant durant l'évaluation



- La posture de l'enseignant varie selon le type d'évaluation proposée :
 - Relance de l'activité en cas de « panne »
 - Validations ponctuelles en cours de résolution
 - Différenciation...
- Le professeur peut décider de ne pas évaluer toutes les compétences
- L'évaluation peut être menée en continu (durant une activité de groupe par exemple) ou bien différée à la phase de restitution collective
- L'évaluation peut ne concerner qu'une partie des élèves de la classe ...

Examples



Évaluation d'un travail de groupe -Restitution écrite ou orale-



CONJUGUER LES COMPÉTENCES DES ÉLÈVES
POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES
COMPLEXES

Que valoriser lors de l'évaluation ?



- Valoriser les efforts de mise en recherche, le travail de groupe, l'attitude.
- Valoriser les efforts de conjecture.
- Valoriser toute prise d'initiative de modélisation/représentation.
- Valoriser la qualité de la communication (présentation orale de la conjecture puis de la démarche et présentation écrite de résultats - même partiels)

Exemple 1 : Un problème de tarif en 1^{re} S



Un cinéma a lancé une étude de marché dont les résultats sont les suivants :

Avec un tarif de base de 5€, on peut espérer 500 spectateurs par séance.

A chaque augmentation du tarif de base de 20 centimes, le nombre de spectateurs potentiel chute de 10 personnes.

- 1/ Montrer qu'il est impossible de générer une recette supérieure à 3000 €
- 2/ Déterminer un encadrement du tarif permettant de générer une recette supérieure à 2800 €

Exemples d'indicateurs de réussite pour la mise en œuvre de la résolution du problème 1 à l'écrit

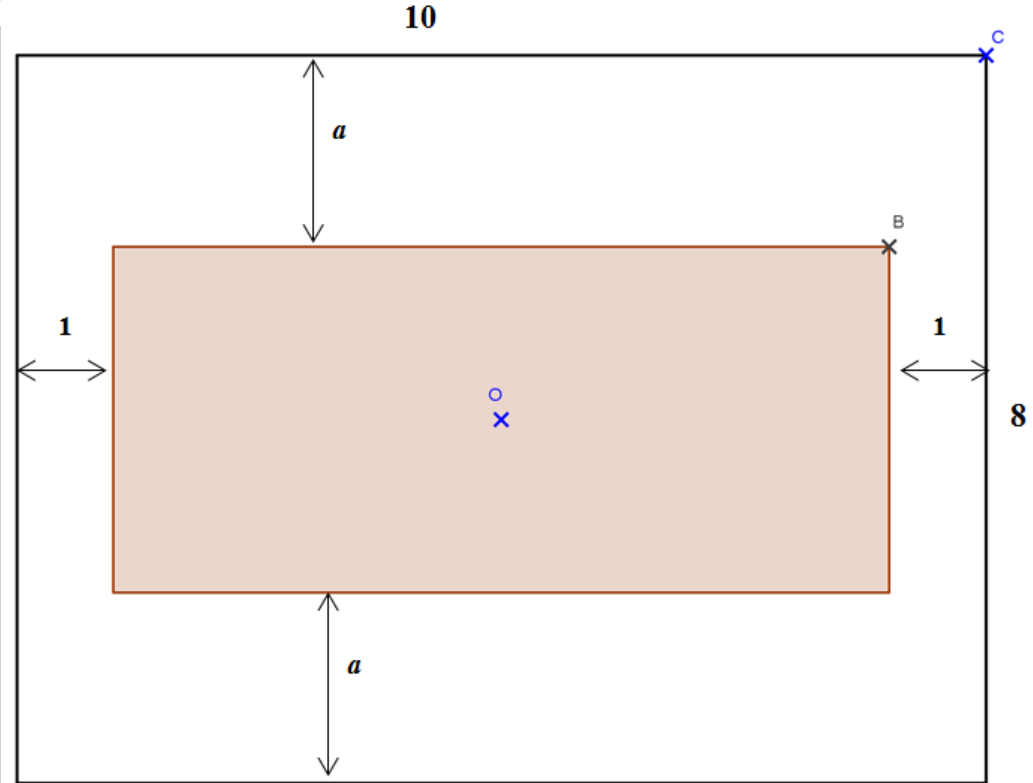
Chercher (pratiquer une lecture active de l'information, s'engager dans une démarche, reformuler le problème...)	<ul style="list-style-type: none">-L'augmentation de tarif est traduite par une addition prenant en compte le changement d'unité-La diminution de fréquentation est traduite par une soustraction-La recette est établie comme produit du tarif unitaire par le nombre de spectateurs
Modéliser / Représenter (Traduire en langage mathématique, choisir un cadre, élaborer une simulation...)	<ul style="list-style-type: none">-L'élève s'engage dans une procédure par essais à la main ou en utilisant un tableur- L'élève modélise la recette par une fonction du second degré (le problème est traduit en inéquation ou équation)
Calculer / Raisonner (Appliquer des techniques de calcul, mettre en œuvre des algorithmes, utiliser des notions de logique élémentaire, mener une démonstration...)	<ul style="list-style-type: none">-La feuille de calcul prend en compte des formules cohérentes-La recherche de l'extremum de la fonction du second degré est correctement menée-La résolution de l'inéquation par une étude de signe est correctement menée
Communiquer (expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit, avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus)	<ul style="list-style-type: none">-L'élève identifie des résultats incohérents (montant de la recette par exemple) dans le cas de procédures erronées.-Pour la question 2, la réponse donnée concerne bien le tarif.-La procédure automatisée est décrite et les données du tableau sont identifiées (titres de colonnes)-L'impossibilité de la question 1 est correctement justifiée-L'inconnue est identifiée en début de modélisation et les solutions de la question 2 sont données sous forme d'intervalle.

Exemple 2 : Un problème d'alignement en 2^{nde}



On considère un rectangle dont les côtés mesurent 8 cm et 10 cm.
On construit un second rectangle à l'intérieur du premier selon les indications de la figure ci-contre.
O est le centre commun des deux rectangles.

Pour quelle(s) valeur(s) de a les points O, B et C sont-ils alignés ?



- Appeler le professeur pour valider la conjecture.
- Appeler le professeur pour valider la méthode.
- Appeler le professeur pour une aide ou bien pour valider la mise en œuvre de la méthode ainsi que le résultat.



- Appropriation de l'énoncé abordable par tous les élèves, contexte géométrique simple.
- Mise en œuvre d'une conjecture facile – possibilité de réaliser différents essais.
- Des outils de preuve variés, dans différents cadres. Une preuve pour laquelle un travail de groupe se justifie.
- Une restitution orale des méthodes par différents groupes permet ici de montrer la diversité des raisonnements, des modélisations et des représentations en mathématiques.

Exemple de déroulement de la séance et posture de l'enseignant



- Phase de recherche (environ 40 minutes):
 - Appel du professeur pour valider la conjecture.
 - Appel du professeur pour valider la démarche.
 - Appel supplémentaire pour une aide ou bien valider le résultat.L'enseignant régule le travail des élèves.

Évaluation des écrits de chaque groupe

- Phase de restitution orale (15 minutes) :
3 groupes/élèves présentent brièvement leur démarche (utilisation d'un visualiseur bienvenue)

Évaluation des présentations orales de chaque élève

Exemple 3 :



84 • Contrat de maintenance

Pour faire réparer l'ascenseur du lycée, l'entreprise de maintenance propose trois offres.

Première offre : l'intendant paye 120 € chaque intervention.

Deuxième offre : chaque intervention coûte 50 € à condition de prendre un forfait annuel de 500 €.

Troisième offre : 1 200 € pour un nombre illimité d'interventions sur l'année.

Quelle offre l'intendant devrait-il choisir ?



Intérêt



- **Problème ouvert:**
 - Proposer un problème ouvert ou à prise d'initiative dans un devoir « à part », pendant lequel le professeur pourrait avoir une posture différente
- **Travailler la compétence « Chercher »**
 - Analyser un problème oralement, convaincre
 - Extraire et organiser l'information utile
 - Adopter une démarche de groupes
- **Travailler la compétence « Modéliser »**
- **Travailler la compétence « Représenter »**
- **Travailler la compétence « Communiquer »**

Déroulement



- Groupes hétérogènes constitués par le professeur
- Consigne aux groupes :
Un compte-rendu attendu par groupe, aucune autre consigne particulière, le problème étant suffisamment simple à s'approprier
- Le professeur aide les groupes à avancer dans leurs recherches, à expliciter leur démarche sans privilégier aucune méthode a priori

Prise en compte dans l'évaluation



- Les élèves sont informés que c'est la recherche qui est évaluée et pas uniquement le résultat.
- Une évaluation de type TPE peut être envisagée:
 - Une partie de la note peut être attribuée à chaque groupe sur la base de l'implication, de la qualité du travail durant la séance;
 - Une autre partie de la note et de l'évaluation des compétences doit prendre en compte la restitution écrite puis orale du travail.

Évaluation d'un travail en salle informatique



ÉVALUER UNE ÉPREUVE EXPÉRIMENTALE

Principe général de l'évaluation



- Travail individuel ou en binôme.
- Qu'évaluer ?
 - Prendre en compte les performances dans l'utilisation des outils TICE.
 - Prendre en compte la capacité de l'élève à tirer profit des aides logicielles données par le professeur.
 - Prendre en compte la capacité de l'élève à exploiter un logiciel pour formuler une conjecture.
 - Prendre en compte la capacité à formuler une méthode de résolution.
 - Prendre en compte la mise en œuvre de la résolution. Celle-ci peut, dans certains cas, se terminer à la maison.

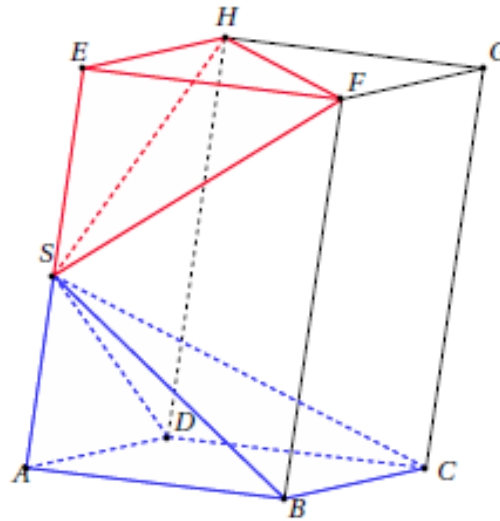
Exemple 4 : Un problème de volumes en 2^{nde}

On considère un pavé droit $ABCDEFGH$ tel que :

$$AB = 4; \quad BC = 3 \quad \text{et} \quad AE = 6.$$

Un point S choisi sur l'arête $[AE]$, permet de définir deux pyramides :

- $SABCD$ de sommet S , de hauteur SA , de volume V_1 ;
- $SEFH$ de sommet S , de hauteur SE , de volume V_2 .



1. Ouvrir le fichier pave.g3w et construire les deux pyramides.
2. Faire afficher la valeur de $x = AS$ ainsi que les volumes des deux pyramides.
Appeler le professeur pour vérification
3. Conjecturer la/les position(s) de S sur $[AE]$ pour que le volume de la pyramide $SEFH$ soit supérieur à celui de la pyramide $SABCD$.
Appeler le professeur pour vérification
4. Démontrer la conjecture.



- Utilisation simple du logiciel de géométrie 3D.

Convient pour une première évaluation TICE – qui ne demande pas à l'élève de stratégie pour la construction de la figure ni d'utilisation de fonctionnalités avancées du logiciel.

- Conjecture facile à formuler.
- Des outils de preuve variés, dans différents cadres (compensation aire de la base/hauteur – résolution d'une inéquation – calculs numériques de volume ...).

Exemple de grille d'évaluation modifiée pour la compétence chercher



Compétences (pour le professeur)	Les différentes étapes de ma démarche (pour l'élève)	Niveau d'acquisition
Chercher	Je sais ouvrir le fichier demandé et je sais le modifier pour construire les deux pyramides.	
	Je sais afficher la longueur AS ainsi que les volumes des deux pyramides.	
	Je sais formuler la conjecture demandée.	
Modéliser, représenter	Je choisis une méthode de résolution (je résous à l'aide de la géométrie, de la géométrie repérée, de l'algèbre, des fonctions, de calculs numériques, de la logique, ...).	
Calculer, raisonner	J'exécute convenablement la méthode de résolution (calculs justes, utilisation des théorèmes adéquats, raisonnements justes, ...).	
	Je contrôle la vraisemblance de ma conjecture, de mon résultat. Je critique et valide.	
Communiquer	Je rends compte de ma démarche, de mon résultat (à l'écrit – à l'oral)	
		/ 10

Exemple 5: Travail en autonomie en TSTMG

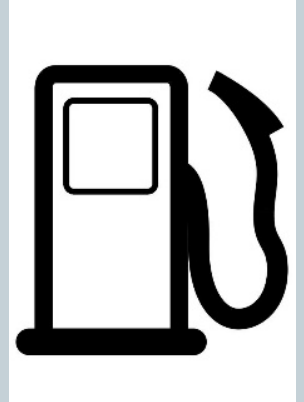


Frais d'essences et prime de déplacement

En 2000 un salarié, nouvellement recruté dans le secteur commercial, avait calculé que sa dépense annuelle en carburant pour ses déplacements professionnels s'élevait à 1200 € pour l'année. Depuis cette dépense n'a cessé d'augmenter et il estime cette augmentation à 4% par an.

Pour couvrir ces frais, le contrat de travail de ce salarié prévoit une prime annuelle de déplacement. En 2000, celle-ci s'élevait à 1400 € ; elle a augmenté depuis, régulièrement, de 50 € par an.

Le salarié envisage de renégocier son contrat de travail, qu'en pensez-vous ?



Deux exemples d'évaluation sur tableur



Exemple 6 (Terminale S)

On définit la suite u pour tout entier n , $n \geq 1$ par $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n k(k-1)$.

1. (a) A l'aide d'un tableur, afficher les 30 premiers termes de cette suite puis afficher une représentation graphique de ces valeurs.
(b) Quelle est l'allure du nuage de points obtenu ? Quelle conjecture peut-on faire ?

Appeler l'examineur pour vérification.

2. (a) A l'aide du tableur, afficher les 5 premiers termes et une représentation graphique de $v_n = 3u_n$.
(b) Proposer une expression de v_n en fonction de n et en déduire une expression de u_n en fonction de n .

Appeler l'examineur pour vérification.

- (c) Démontrer par récurrence que l'expression de u_n trouvée en 2.(b) est valable pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Exemple 7 (Terminale ES/STMG)

Une association humanitaire recherche une entreprise de forage pour creuser un puit, en plein désert, afin d'atteindre une nappe d'eau annoncée à 17 mètres de profondeur par un spécialiste. Les tarifs de l'entreprise, convertis en euros, sont les suivants : 100 € pour le premier mètre creusé, 140 € pour le suivant, et ainsi de suite en augmentant le prix de chaque nouveau mètre de 40 €.

Problème : Quel sera le cout de fabrication d'un puit de vingt mètres de profondeur ?

Partie A : calcul sur tableur

1. Reproduire et compléter la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D
1	Profondeur du puits en mètres	n	coût en euros du n -ième mètre creusé u_n	coût total en euros
2	1	1	100	100
3	2	2	140	240
4	3	3	180	420
5	4	4	220	
6	5	5		
7	6	6		
8	7	7		

Formule entrée en C6 :

Formule entrée en D5 :

2. Répondre au problème posé.

Appeler le professeur pour vérification

Partie B : sans l'aide du tableur

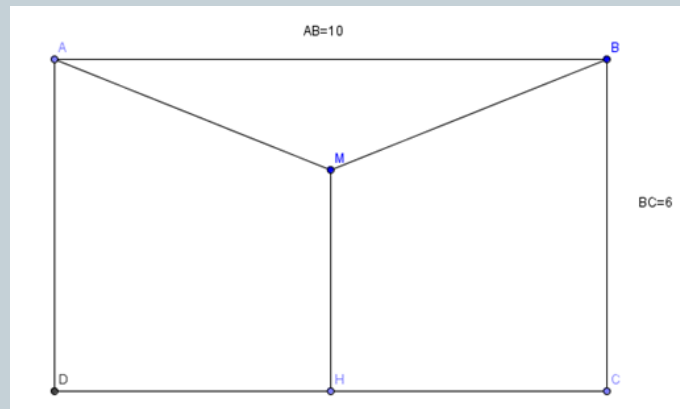
Retrouver le résultat sans l'aide du tableur.

Exemple 8 :



On décide de mettre en place un système de collecte des eaux de pluie sur la façade d'un hangar. Sur cette façade, de format rectangulaire, deux tuyaux obliques doivent récupérer les eaux de pluie pour les déverser dans un tuyau vertical aboutissant à un réservoir.

On donne ci-dessous le plan de cette façade ainsi que les dimensions, exprimées en mètre.



Sur ce plan : $[AM]$ et $[BM]$ représentent les deux premiers tuyaux.
 $[MH]$ représente le troisième tuyau. (MH) est la médiatrice de $[DC]$.

Le problème à résoudre consiste à trouver la position du point M sur la façade de ce hangar qui permet de minimiser la longueur des tuyaux à acheter et donc la dépense à effectuer.

1) Elaborer une démarche pour conjecturer la réponse au problème posé.

Appeler le professeur pour lui exposer la démarche et le résultat obtenu.

Déterminer une valeur approchée de la position optimale du point M.

2) Proposer une stratégie pour démontrer le résultat (décrire les phases et les outils envisagés)

Exposer au professeur la piste choisie pour démontrer le résultat mathématiquement.

Intérêt



- Utiliser des TICE variées:
 - Évaluer une activité en salle informatique (y compris éventuellement avec des élèves travaillant en binôme)
- Travailler la compétence « Représenter »
 - Utiliser la géométrie dynamique pour émettre une conjecture
- Travailler la compétence « Calculer »
 - Calculer des longueurs
 - Etudier un minimum: formalisation mathématique et /ou utilisation du calcul formel et/ou tabulation sur calculatrice ou tableur
- Travailler la compétence « Communiquer »
 - Expliquer sa démarche au professeur lors de ses passages

Déroulement



- Recherche par binôme en salle informatique
- Une phase conjecture et une phase démonstration avec validation de chaque phase par le professeur
- Possibilité de terminer pour la séance suivante
- Synthèse dans l'heure suivante s'appuyant sur les productions des élèves selon l'analyse de la séance par le professeur (lien avec la formation)

Prise en compte dans l'évaluation



- Analogie avec l'évaluation envisagée de l'épreuve pratique 2008 en terminale S
- Evaluation de l'usage des TICE pour résoudre un problème
- Evaluation en séance lors des phases d'appel du professeur
- Evaluation éventuelle des ressources numériques produites
- Evaluation qui ne repose pas nécessairement sur une copie écrite : la posture du professeur est celle d'une évaluation de type TP

Évaluation en « devoir sur table »



- **CHOISIR DES EXERCICES DE DIFFICULTÉ MODÉRÉE AFIN QU'UN NOMBRE SIGNIFICATIF D'ÉLÈVES PUISSE DÉMARRER LE PROBLÈME**
- **BIEN ANALYSER LES CONNAISSANCES ET LES COMPÉTENCES MISES EN JEU DANS CHAQUE EXERCICE**

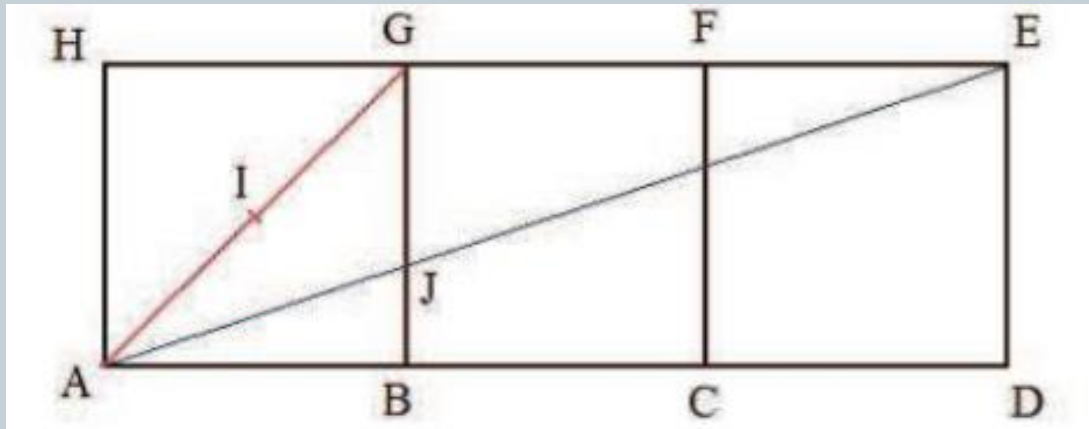
Exemple 9 : Un problème d'alignement en 1^{re} S



On donne 3 carrés ABGH, BCFG et CDEF.

I est le milieu de $[AG]$ et J est le point d'intersection de (AE) et (BG) .

Les points C, I et J sont ils alignés ?



Exemples d'indicateurs de réussite pour la mise en œuvre de la résolution du problème 9 à l'écrit

Chercher (pratiquer une lecture active de l'information, s'engager dans une démarche, reformuler le problème...)	<ul style="list-style-type: none">-L'élève identifie les propriétés caractérisant la figure (égalités vectorielles ou égalités de longueur et parallélisme)-L'alignement des points est associé à la colinéarité de vecteurs ou à l'appartenance d'un point à la droite formée par les deux autres
Modéliser / Représenter (Traduire en langage mathématique, choisir un cadre, élaborer une simulation...)	<ul style="list-style-type: none">-L'élève choisit un repère pour traiter le problème dans un cadre analytique (par exemple (A;B;H))- L'élève s'engage dans une décomposition vectorielle de deux vecteurs (par exemple IC et IJ) dans la même base
Calculer / Raisonner (Appliquer des techniques de calcul, mettre en œuvre des algorithmes, utiliser des notions de logique élémentaire, mener une démonstration...)	<ul style="list-style-type: none">-L'élève maîtrise les capacités utiles au traitement : calculer les coordonnées du milieu, utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur, déterminer une équation de droite, vérifier l'appartenance à une droite, tester la colinéarité de deux vecteurs, utiliser la relation de Chasles, calculer un coefficient...
Communiquer (expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit, avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus)	<ul style="list-style-type: none">-L'élève identifie le repère ou la base de décomposition choisie-L'élève justifie l'alignement ou le non alignement des points au regard de la procédure choisie-Dans le cas d'une procédure analytique, l'élève s'assure de la cohérence de ses résultats (coordonnées des points et des vecteurs)

Exemple 10 : Question ouverte 1^{re} ES/L



$$A = 0.521478963 - \frac{1}{0.521478963} \quad \text{et} \quad B = 0.523698741 - \frac{1}{0.523698741}$$

Tim prétend qu'il est capable de comparer très rapidement les nombres A et B sans utiliser sa calculatrice ni poser aucune opération. Comment fait-il ?

Deux exemples au baccalauréat



- Exemple 11 : ES / Métropole 2015

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 3x - 3x \ln(x).$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé et T la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.

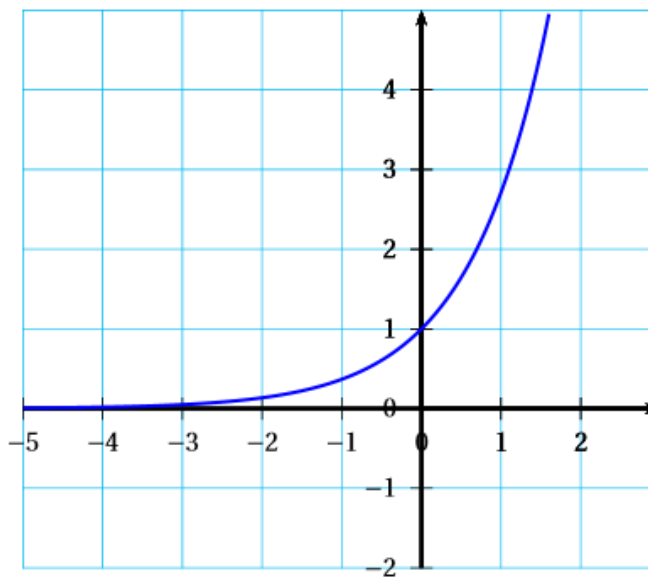
Quelle est la position relative de \mathcal{C}_f par rapport à T ?

Deux exemples au baccalauréat



- Exemple 12 :
S / Liban 2015

On considère la courbe \mathcal{C} d'équation $y = e^x$, tracée ci-dessous.



Pour tout réel m strictement positif, on note \mathcal{D}_m la droite d'équation $y = mx$.

1. Dans cette question, on choisit $m = e$.
Démontrer que la droite \mathcal{D}_e , d'équation $y = ex$, est tangente à la courbe \mathcal{C} en son point d'abscisse 1.
2. Conjecturer, selon les valeurs prises par le réel strictement positif m , le nombre de points d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D}_m .
3. Démontrer cette conjecture.

Intérêt



- Progressivité dans le degré d'ouverture
- Ouverture sur une question particulière:
 - Proposer une question ouverte ou à prise d'initiative dans un ou plusieurs exercices « traditionnels »
 - Proposer un exercice ouvert ou à prise d'initiative dans le cadre d'un devoir « traditionnel »
- Analogie avec les questions ouvertes de type BAC posées parallèlement à des questions plus classiques
- Des objectifs modestes (accessibles aux élèves) en évaluation

Prise en compte dans l'évaluation



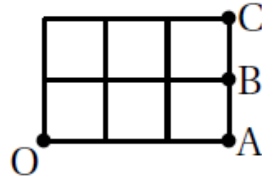
- « Toute tentative même infructueuse sera prise en compte... »
- Une progressivité dans le degré d'ouverture ou de prise d'initiative des problèmes proposés en formation
- Des objectifs modestes (accessibles aux élèves) en évaluation

Trois énoncés en seconde



Exemple 13 :

On considère le quadrillage suivant



Un robot part du point O en suivant les lignes du quadrillage. À chaque intersection, il décide, de manière équiprobable, soit de se diriger vers le haut, soit de se diriger vers la droite.

Il s'arrête lorsqu'il a atteint l'un des points A, B ou C.

Le robot a-t-il plus de chance d'arriver en C qu'en B ?

Niveau de difficulté 1 :

Compétence *chercher* : chaque élève peut se lancer dans une recherche, effectuer des essais, construire des chemins.

Compétence *communiquer* : chaque élève peut restituer un écrit, même partiel, à partir de constructions de chemins, de dénombrements,

Exemple 14 :

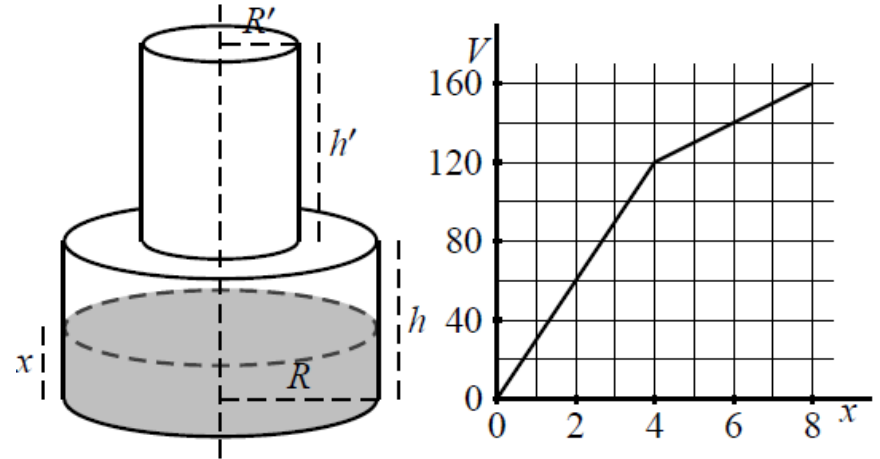
Une cuve de hauteur totale 8 mètres est formée d'un cylindre de rayon R et de hauteur h surmonté d'un second cylindre de rayon R' et de hauteur h' .

On note x la hauteur d'eau (en mètres) depuis la base et on a représenté ci-dessous le volume V d'eau (en mètres cube) dans la cuve en fonction de la hauteur d'eau.

Retrouver les hauteurs, volumes et rayons des deux cylindres, au centimètre près.

Rappel : le volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est donné par :

$$V = \pi R h$$



Niveau de difficulté 2 :

Compétence *chercher* : c'est surtout la capacité à *extraire, organiser et traiter l'information* qui est évaluée, en lien avec la compétence *représenter* : le *jeu de cadre* entre les informations géométriques et graphiques n'est pas évident pour les élèves.

Compétence *calculer* : deux calculs identiques et simples ici.

Exemple 15 :

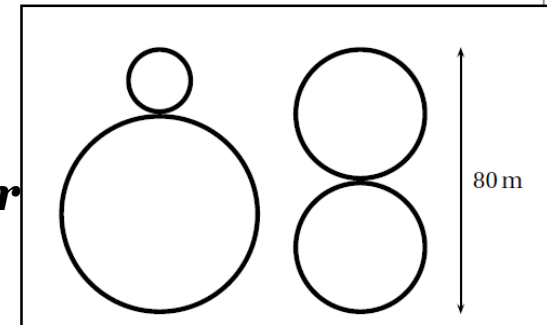
Gaëlle et Maeva souhaitent construire sur la plage un circuit de Karting en forme de **8**.

Elles disposent de 80 mètres de plage. Sur la figure ci-dessous, sont tracés leurs modèles

respectifs, constitués de deux cercles tangents : pour celui de Maeva , les deux cercles sont de même rayon tandis que pour celui de Gaëlle, les deux cercles sont de rayon distinct.

De ces deux circuits, lequel est le plus long ?

Rappel : le périmètre d'un cercle de rayon r est $P = 2\pi r$



Niveau de difficulté 3 :

Compétences *modéliser* et *chercher* : Chaque élève peut calculer la longueur du circuit de Maeva et effectuer des calculs-essais pour celui de Gaëlle dès lors que la modélisation du problème est correcte. Du reste, beaucoup d'élèves proposent des comparaisons qualitatives (le circuit le plus long est celui où il y a un cercle le plus grand ...) sans effectuer de calculs et sans entrer dans une modélisation.

Compétences *représenter/calculer/raisonner* : il s'agit ici de choisir un cadre algébrique pour le circuit de Gaëlle et afin de justifier que tous les circuits sont de même longueur.

Exemple 16 : 1^{re} / T S

L'épaisseur d'une feuille de papier est de 0,01 cm.

Pauline affirme « si l'on pouvait la plier en deux indéfiniment, l'épaisseur de la feuille de papier dépasserait *rapidement* la distance Terre – Lune. »

Qu'en pensez-vous ?

Compétence *modéliser* :

Même en terminale S, la traduction de la situation en langage mathématique pose problème à une partie non négligeable d'élèves (45% pour moi cette année): c'est un énoncé discriminant en ce sens.

Compétence *calculer* : calcul sur les écritures décimales, les puissances de 10 et les unités puis résolution d'une inéquation (instrumentale ou à la main).

Compétence *communiquer* ; la prise en charge de la modélisation exige une rédaction claire et précise. Le résultat défie l'intuition ici, et il est intéressant de lire les critiques des élèves sur leurs résultats.

Lune

La Lune est l'unique satellite naturel de la Terre. Suivant la désignation systématique des satellites, la Lune est appelée Terre I; cependant en pratique cette forme n'est pas utilisée. [Wikipédia](#)

Distance de la Terre : 384 400 km

Circonférence : 10 917 km

Gravité : 1,622 m/s²

Âge : 4,527 milliards d'années

Période orbitale : 27 jours

Orbites : [Terre](#)

Recherches associées

[Voir d'autres éléments \(plus de 10\)](#)



Soleil



Terre



Mars



Vénus



Saturne

En devoir surveillé : une ouverture progressive



Exemple 17 :

Monsieur Blanc propose à Monsieur Noir le jeu suivant : M. Blanc lance une pièce de monnaie non truquée. S'il obtient Pile, il gagne la partie. S'il obtient Face, il relance la pièce et s'il obtient Pile au deuxième lancer, M. Blanc gagne. Dans tous les autres cas de figure, c'est M. Noir qui remporte la partie.

Ce jeu est visiblement en faveur de M. Blanc mais ces deux personnes ne sont pas d'accord sur les chances de gagner de M. Blanc.

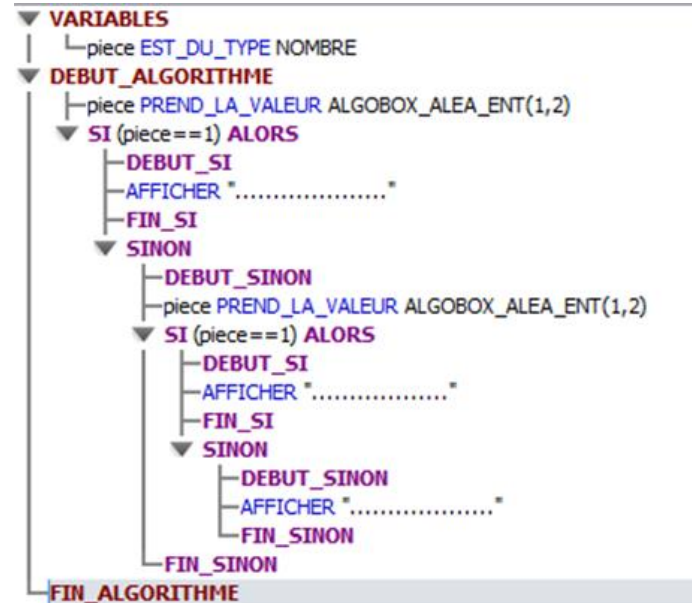
M. Blanc affirme avoir 2 chances sur trois de gagner car les combinaisons pour gagner sont Pile, Face-Pile et pour perdre Face-Face.

M. Noir affirme qu'il y a trois chances sur quatre pour que M. Blanc gagne.

Partie A : Algorithme de simulation

On donne le début de l'algorithme permettant de simuler ce jeu.

Compléter l'algorithme suivant de façon à ce qu'il affiche le message « Gagné ! » lorsque M. Blanc remporte la partie et « Perdu » sinon.



On a simulé ainsi un grand nombre de parties et on a obtenu les résultats suivants :

Nombre de parties simulées	10	50	1 000	10 000	20 000	50 000
Nombre de parties gagnées par M. BLANC	7	35	745	7 593	15 116	36 529

Peut-on émettre une conjecture concernant la personne qui a raison ?

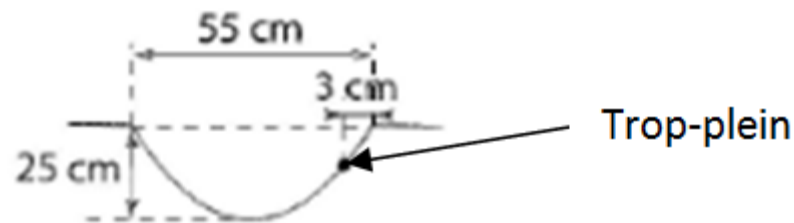
Partie B : Preuve de la conjecture

A l'aide d'un arbre de probabilités, calculer la probabilité que M. Blanc gagne, puis conclure quant à la personne qui a raison.

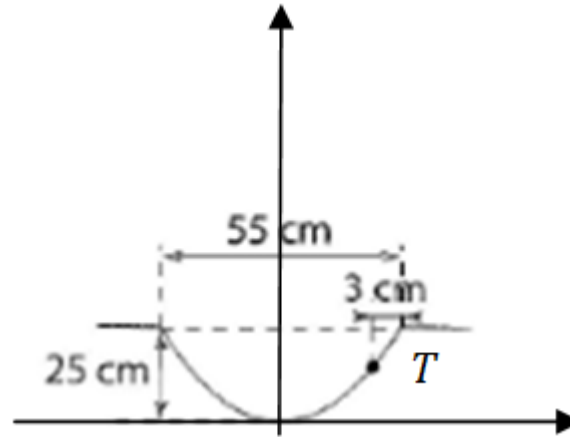
Exemple 18 :

Dans la salle de bain de Julie, la vasque en coupe de face a une forme de parabole. Sa profondeur est de 25 cm et 55 cm séparent le rebord gauche du rebord droit.

L'orifice du trop-plein se situe à 3 cm du rebord droit. Le but du problème est de déterminer quelle hauteur d'eau maximale Julie peut mettre dans la vasque sans que l'eau ne se déverse par le trop-plein.



On se place dans le repère représenté ci-dessous, l'origine du repère étant le sommet de la parabole et l'unité étant le centimètre sur les deux axes :



- 1) De quel type de fonction cette courbe est-elle la représentation graphique ? Dans la suite, on notera cette fonction f .
- 2) Donner les coordonnées de 3 points appartenant à cette courbe. (on ne demande pas de justification)
- 3) Par une méthode de votre choix, montrer que pour tout x entre $-27,5$ et $27,5$:

$$f(x) = \frac{4}{121} x^2.$$

- 4) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-27,5 ; 27,5]$
- 5) Quelle est l'abscisse du point représentant l'emplacement du trop-plein ? En déduire son ordonnée puis placer ces deux valeurs dans le tableau précédent.
- 6) Apporter une réponse au problème posé.

Évaluation en « devoir maison »



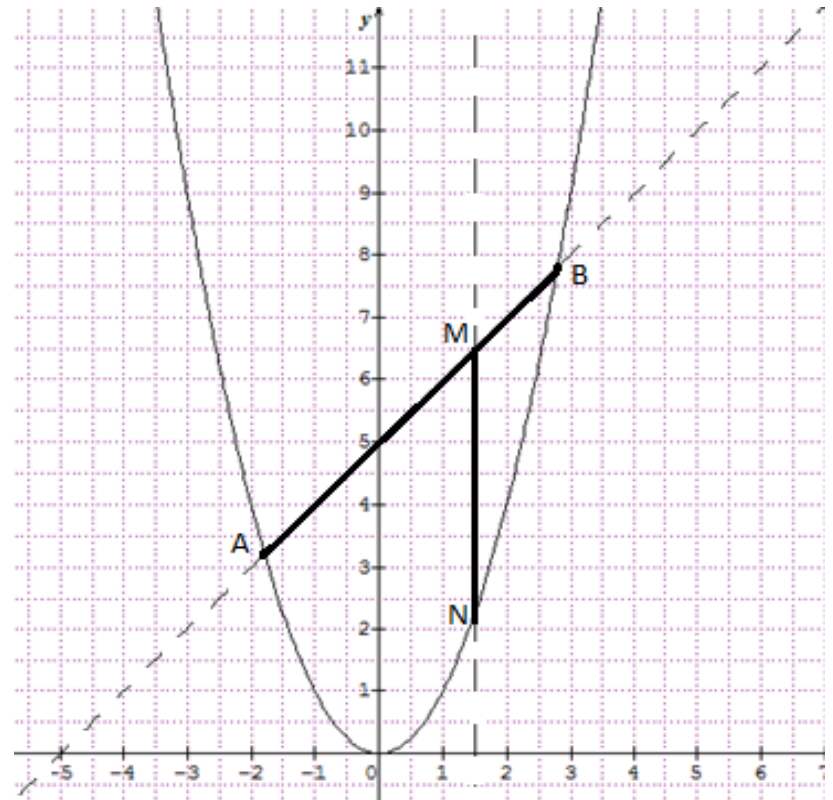
- **UN TEMPS D'APPROPRIATION OPTIMISÉ ET DES ALLERS-RETOURS POSSIBLES AVEC LE PROFESSEUR**
- **DES MODALITÉS « SIMPLES » DE DIFFÉRENCIATION**

Exemple 19 (1^{re} S) : Devoir maison différencié (après appropriation et contrat de recherche)



Le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ,
A et B sont deux points quelconques de la parabole P d'équation $y = x^2$.

Soit M un point du segment $[AB]$ et N le point de P de même abscisse que M, déterminer la position du point M pour laquelle la distance MN est maximale ?



Exemple 20



Quels sont les nombres entiers positifs qui peuvent s'écrire comme différence de deux carrés d'entiers ?

Vous décrierez toutes les étapes de votre démarche, les essais entrepris, même s'ils n'ont pas abouti, et le détail des calculs effectués. L'évaluation portera sur la recherche, la cohérence et l'esprit critique dont vous aurez fait preuve et non sur les résultats trouvés.

Intérêt



- Le problème est d'origine mathématique
- Travailler la compétence « Chercher »
 - Analyser un problème
 - Expérimenter par l'exemple ou avec un tableur
 - Émettre une conjecture
- Travailler la compétence « Calculer »
 - Caractériser des nombres impairs, des multiples de 4...
 - Effectuer ou automatiser des calculs
 - Transformer et simplifier un calcul

Intérêt



- **Travailler la compétence « Raisonner »**
 - Obtenir des résultats partiels par inductions ou déductions, conjectures à infirmer ou confirmer
 - Amorce du raisonnement par disjonction de cas
 - Amorce du raisonnement par analyse et synthèse
- **Travailler la compétence « Communiquer »**
 - Convertir le langage naturel en langage symbolique
 - Critiquer un résultat
 - S'exprimer clairement à l'écrit

Déroulement



- Devoir Maison
- Analyse des copies rendues
- Construction en classe d'un corrigé à partir du contenu des copies vidéoprojetées

Prise en compte dans l'évaluation



- Evaluer la qualité de l'investissement dans la recherche
- Evaluer la qualité de la « narration » écrite et valoriser l'esprit critique
- Prise en compte dans la notation:
 - Privilégier les deux critères ci-dessus par rapport à l'obtention de la bonne réponse
 - Plus généralement, l'évaluation de ces critères doit être prise en compte dans la moyenne trimestrielle