Naissances

Niveau

Première

Énoncé

Dans une population où il naît 52 filles pour 48 garçons, on s'intéresse à la probabilité d'avoir le premier garçon à un rang donné sur une série de naissances successives. (le rang est égal à 0 s'il ne naît aucun garçon).

Prérequis

Utilisation de Xcas en mode de programmation élémentaire ; utilisation de sous programmes avec Xcas.

Objectifs

Explorer une situation qui relève de la loi géométrique tronquée ; dans un premier temps il s'agit de réaliser des simulations pour conjecturer la probabilité cherchée ; cette probabilité peut ensuite être calculée à l'aide d'un arbre pondéré.

Organisation pratique

Travail autonome en salle informatique ; la partie démonstration et le prolongement pouvant être traités soit en classe entière, soit à la maison.

Cette activité peut être prise à différents niveaux suivant les compétences des élèves en algorithmique : il semble intéressant de faire construire les deux premiers algorithmes par les élèves afin qu'ils s'approprient la situation ; par contre en ce qui concerne les listes, le professeur peut fournir aux élèves l'algorithme et leur demander de l'analyser et de l'utiliser.

Naissances

Fiche élève

Dans une population où il naît 52 filles pour 48 garçons, on s'intéresse à la probabilité d'avoir le premier garçon à un rang donné sur une série de naissances successives. (le rang est égal à 0 s'il ne naît aucun garçon)

1) Ouvrir le fichier « **naissances.xws** ». Compléter le programme **rangpremiergarc()** simulant 10 naissances successives et retournant le rang X du premier garçon.

2) Créer un deuxième programme nommé « **repete_naissances()** » appelant le programme précédent et calculant le nombre de fois où l'on obtient le premier garçon au rang 3 lors de 10 000 simulations de 10 naissances successives ainsi que la fréquence correspondante.

3) Conjecturer la probabilité d'obtenir le premier garçon au rang 3 sur 10 naissances successives.

4) Modifier les deux programmes afin de pouvoir choisir le nombre de naissances successives et le rang considéré.

5) On veut pouvoir faire afficher simultanément les fréquences d'obtention des différents rangs *k* possibles pour le premier garçon sur *n* naissances successives afin de pouvoir les comparer.
   Pour cela on utilise deux variables de type liste qui permettent de lister le nombre de fois où le premier garçon naît au rang *k*, et la fréquence correspondante, avec *k* variant de 0 à *n*.
   Méthode :

<table>
<tr><td>On déclare les variables R et F</td><td>local R, F;</td></tr>
<tr><td>On initialise les listes vides R et F (ceci a pour effet de donner à R et F le statut de liste)</td><td>R:=[];
F:=[];</td></tr>
<tr><td>On définit la taille de la liste et on crée ses différents éléments en les initialisant à 0</td><td>pour k de 0
jusque n faire
R[k] := 0;
F[k] := 0;
fpour</td></tr>
<tr><td colspan="2">On peut ensuite à l'aide d'une boucle pour effectuer les 10 000 simulations et modifier l'élément R[k] à chaque fois que le premier garçon naît au rang k.</td></tr>
<tr><td colspan="2">On peut ensuite à l'aide d'une boucle pour affecter à chacun des éléments F[k] de la liste le calcul de la fréquence d'obtention du rang k.</td></tr>
</table>

   Modifier l'algorithme afin de faire afficher simultanément les fréquences d'obtention des différents rangs *k* possibles.

6) À l'aide d'un arbre de probabilités, démontrer le résultat conjecturé dans le cas de familles ayant au maximum 3 enfants

7) Prolongement : dans une population, il naît 52 filles pour 48 garçons. Un certain nombre de familles décident d'avoir au maximum 3 enfants et de ne plus avoir d'enfant après la naissance d'un garçon. Comment la répartition des garçons dans la population serait-elle affectée si toutes les familles décidaient de suivre cette règle ?