

Trois énoncés classiques

❖ Aire d'un triangle

Dans un repère orthonormé (O,I,J) on a A(1 ; 2) et P(c ; 0) avec $c > 1$. La droite (AP) coupe l'axe des ordonnées au point Q.

- 1) a. Déterminer une équation de la droite (AP).
b. Exprimer en fonction de c les coordonnées du point Q.
c. Exprimer en fonction de c l'aire du triangle OPQ.
- 2) Déterminer c tel que l'aire du triangle OPQ soit égale à 5 cm^2 .
- 3) On considère la fonction f définie sur $]1 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.
 - a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
 - b. Établir le tableau de variations de f sur $]1 ; +\infty[$.
 - c. En déduire la valeur de c pour que l'aire du triangle OPQ soit minimale.

❖ En économie (Math'x 1^e S page 119)

Une entreprise fabrique et vend chaque jour un nombre x d'objets. Chaque objet est vendu 100 €.

Partie A : Coût de production unitaire

Le coût de production unitaire $U(x)$ exprimant le coût de production par objet produit est $U(x) = x - 10 + \frac{900}{x}$ pour $x \in I$ avec $I =]1 ; 100]$.

- 1) a. Étudier la fonction U sur I et tracer sa courbe représentative \mathcal{C} en prenant pour unités 1 cm pour 5 objets et 1 cm pour 10 €.
b. En déduire pour quelle production le coût unitaire est le plus bas. Déterminer alors le bénéfice de l'entreprise.
- 2) Déterminer graphiquement le nombre d'objets que l'on doit fabriquer et vendre pour avoir un coût de production unitaire inférieur ou égal à 80 €.

Partie B : Bénéfice

- 1) Montrer que le bénéfice global de l'entreprise est $B(x) = -x^2 + 110x - 900$.
- 2) a. Calculer $B'(x)$ et en déduire le sens de variations de B sur I .
b. En déduire pour quelle production le bénéfice est maximal. Quel est ce bénéfice ?

❖ Droites perpendiculaires

ABCD est un carré. M est un point du segment [AC] distinct de A et de C. P et Q sont les projetés orthogonaux de M respectivement sur [AD] et [DC].

- 1) Écrire le vecteur \overline{BQ} comme somme de deux vecteurs orthogonaux.
- 2) Écrire le vecteur \overline{CP} comme somme de deux vecteurs orthogonaux.
- 3) a) Que peut-on dire des longueurs CQ et DP ?
b) Calculer le produit scalaire $\overline{BQ} \cdot \overline{CP}$.
c) Que peut-on en conclure ?