

Dichotomie

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 2$.
- 2) On considère l'algorithme suivant :

Variables : a, b, m
 a prend la valeur 1
 b prend la valeur 2
 Tant que $b - a > 0,1$
 m prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
 Si $m^2 - 2 > 0$ alors
 b prend la valeur m
 Sinon
 a prend la valeur m
 Fin si
 Fin Tant que
 Afficher a
 Afficher b

- a) Compléter le tableau suivant donnant les différentes étapes de l'algorithme :

	m	a	b	$b - a$
Initialisation		1	2	
Étape 1				
Étape 2				

- b) Que fait cet algorithme ?
 - c) Modifier l'algorithme de manière à pouvoir choisir l'amplitude de l'encadrement obtenu.
 Programmer cet algorithme à l'aide d'un logiciel ou de la calculatrice et le tester.
 - d) On veut maintenant obtenir un encadrement de la solution négative de l'équation $x^2 = 2$.
 Pour cela on donne à a et b les valeurs respectives -2 et -1 . L'algorithme fonctionne-t-il ?
 Pourquoi ?
 - e) Modifier la condition de l'instruction « si ... alors » de manière à ce que l'algorithme donne la réponse correcte.
- 3) a) Conjecturer à l'aide de la calculatrice le nombre de solutions de l'équation $x^3 = 3x + 1$.
 b) Modifier l'algorithme précédent de manière à obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution positive de cette équation, puis de chacune des solutions conjecturées.
 - 4) Prolongement : écrire un algorithme permettant de trouver le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = 0$ sur un intervalle donné.