

# Un triangle dans un cube

## Niveau

Classe de 2<sup>de</sup> ou de 1<sup>e</sup>

## Prérequis

Notion de fonction de sens de variation et de minimum.

Fonctionnement de base de *GÉOSPACE*.

## Objectifs

Découvrir graphiquement les variations d'une fonction définie géométriquement ; conjecturer l'existence d'un minimum pour cette fonction.

Démontrer ensuite ces conjectures.

## Organisation pratique

Les élèves disposent d'une fiche indiquant le travail à effectuer ; ils ont accès à trois fichiers

*GÉOSPACE* qu'ils devront ouvrir successivement et placer en mosaïque.

Ils remettent en fin de séance une fiche complétée par leurs calculs et les réponses aux différentes questions

## Description

Fichiers fournis avec l'activité :

*VOLET1.G3W*

*VOLET2.G3W*

*VOLET3.G3W*

*VOLET2\_C.G3W* (version corrigée de *VOLET2.G3W*)

*VOLET3\_C.G3W* (version corrigée de *VOLET3.G3W*)

## Auteurs

Lycée Bertrand de Born - Périgueux- 2004

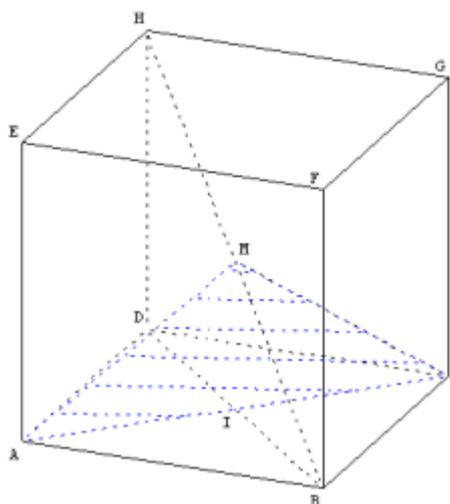
## Énoncé

ABCDEFGH est un cube d'arête  $2a = 4$ .

M est un point mobile du segment [HB] ; I est le centre de la face ABCD.

On note  $x$  la distance BM.

On cherche à étudier l'aire  $S$  du triangle AMC en fonction de la position du point M.



## A. Observation de la variation de l'aire

### Partie 1 : ouvrir le fichier « *VOLET1.G3W* »

- On va observer l'évolution de l'aire  $S$  du triangle AMN en fonction du déplacement du point M sur [HB] ; pour déplacer le point M, appuyer sur la touche **X**, puis utiliser les flèches directionnelles.
- Conjecturer le sens de variation de  $S$ .
- Calculer les valeurs particulières de  $S$  dans chacun des cas suivants :
  - M est en B
  - M est en H
- Vérifier ensuite à l'aide de l'imagiciel (attention : celui-ci ne donne qu'une valeur approchée de l'aire).

### Partie 2 : ouvrir le fichier « *VOLET2.G3W* »

Cette figure place le plan (xoy) de face ; on va y construire des points dans le repère orthonormé d'origine O associé à ce plan (repère visualisé par ses axes).

- Mettre les deux fenêtres en mosaïque par la commande : **FENÊTRE → MOSAÏQUE**.
- Le point P a pour coordonnées  $(x, S)$ . On veut obtenir la trace de ce point lorsque M se déplace sur le segment [HB] ; pour cela :
  - choisir l'objet qui doit laisser sa trace : **AFFICHER → SÉLECTION TRACE**...choisir le point P, puis cliquer sur **OK**.
  - Sélectionner le mode trace en cliquant sur l'icône .
  - Se placer sur la fenêtre « *VOLET1.G3W* » ; en déplaçant le point M à l'aide des flèches directionnelles le point P laisse sa trace dans la fenêtre « *VOLET2.G3W* ».
- Confronter la conjecture faite précédemment à l'observation de la trace du point P. Quel est le sens de variation de  $S$  ?
- Les coordonnées de P apparaissent dans la fenêtre « *VOLET2.G3W* » ; retrouver les résultats trouvés à la question 1.c.

## B. Recherche d'un minimum

On cherche maintenant à connaître la position du point M sur le segment [HB] pour laquelle l'aire du triangle AMC est minimale.

- Le triangle AMC étant de base [AC] de longueur constante, de quoi va dépendre l'aire de ce triangle ?
- Lorsque M varie sur le segment [HB], à quel plan fixe appartient [IM] ?

### Ouvrir le « *VOLET3.63W* »

Cette figure place le plan (xoy) de face ; on va y construire des points dans le repère orthonormé d'origine O associé à ce plan (repère visualisé par ses axes).

Cette figure contient les valeurs  $a$  et  $x$  qui définissent le cube et la position du point M dans la figure « *VOLET1.63W* » ; il est donc possible d'utiliser ces valeurs pour effectuer des constructions.

- Disposer les fenêtres en mosaïque par la commande : **FENÊTRE → MOSAÏQUE.**
- On veut construire dans cette figure le triangle BDH en vraie grandeur ; pour cela il faut placer les points B, D et H par leurs coordonnées dans le plan (xoy) afin qu'ils respectent les données de la figure « *VOLET1.63W* ». On utilisera la commande :  
**CRÉER → POINT → POINT REPÉRÉ → DANS UN PLAN** (on choisira le plan (xoy)).
- Construire le point M sur la demi-droite [BH] se trouvant à la distance  $x$  de B en utilisant la commande :  
**CRÉER → POINT → POINT REPÉRÉ → SUR UNE DEMI-DROITE.**
- Construire le milieu I du segment [BD] en utilisant la commande :  
**CRÉER → POINT → MILIEU.**
- Construire le segment [IM] en utilisant la commande :  
**CRÉER → LIGNE → SEGMENTS → DÉFINIS PAR 2 POINTS.**
- En déplaçant le point M à l'aide des flèches directionnelles dans la fenêtre « *VOLET1.63W* », observer simultanément les fenêtres « *VOLET2.63W* » et « *VOLET3.63W* » et conjecturer la position de M pour laquelle  $S$  est minimale.
- Démontrer cette conjecture.
- Calculer la valeur de  $x$  pour laquelle l'aire  $S$  est minimale ainsi que la valeur de cette aire.