Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Olympiades nationales de mathématiques 2019

Métropole-Europe-Afrique-Orient-Inde

Académie de Bordeaux

Mercredi 13 mars 2019 de 8 h à 12 h 10

Pause de 10 h à 10 h 10

L'épreuve se déroule en deux parties indépendantes et indissociables de deux heures chacune, **les énoncés des deux parties sont donc séparés et distribués séparément à des moments différents**. Les copies rédigées sont ramassées à l'issue de la première partie (« exercices nationaux »). Une pause de dix minutes est prévue, avant la seconde partie (« exercices académiques »).

Les calculatrices sont autorisées selon la législation en vigueur. Le mode examen n'est pas exigé.

Il est conseillé aux candidats qui ne pourraient formuler une réponse complète à une question d'exposer le bilan des initiatives qu'ils ont pu prendre.

Si le candidat souhaite quitter la salle de composition avant la fin de l'épreuve, il doit rendre les énoncés.

1re Partie – 8 h à 10 h
Exercices nationaux

Les candidats traitent **deux exercices.** Ceux de la série S traitent les exercices numéros 1 (*Triangles à côtés entiers*) et 2 (*Premières fois*), les autres traitent les exercices numéros 1 (*Triangles à côtés entiers*) et 3 (*AGADADAGA*).

Exercice national numéro 1 (à traiter par tous les candidats)

Triangles à côtés entiers

On dit qu'un triangle est un triangle entier si les longueurs de ses 3 côtés sont des entiers naturels non nuls.
On rappelle la propriété dite de l'« inégalité triangulaire », caractéristique de tout triangle non aplati : la longueur de chacun des côtés est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

1. *a.* Parmi les triplets (x, y, z) suivants, indiquer lequel représente les longueurs des côtés d'un triangle entier non aplati, puis comment tracer ce triangle et avec quels outils :

(4, 4, 5) ; (3, 6, 9) ; (2, 2, 6)

b. Quelles sont les valeurs possibles de l'entier z si $(15, 19, z)$ désigne les longueurs des trois côtés d'un triangle entier non aplati rangées par ordre croissant (soit : $z \geq 19$) ?

c. Étant donné trois entiers naturels non nuls x, y et z tels que $x \leq y \leq z$, pourquoi suffit-il d'ajouter une seule condition (à préciser) pour que le triplet (x, y, z) désigne les longueurs des côtés d'un triangle entier non aplati ?

2. Soit p un entier naturel non nul. On note E_p l'ensemble des triplets d'entiers naturels *rangés par ordre croissant* $x \leq y \leq z$ et désignant les côtés d'un triangle entier non aplati dont le périmètre est égal à p.
Ainsi obtiendrait-on $E_9 = \{(1, 4, 4), (2, 3, 4), (3, 3, 3)\}$.
a. Si le triplet (x, y, z) appartient à E_{18}, quelles sont les valeurs maximale et minimale pour z ?
b. Donner la composition de E_{18} et représenter dans un repère orthonormé l'ensemble points de coordonnées (x, y) pour lesquels il existe un entier naturel z tel que $(x, y, z) \in E_{18}$. Vérifier que ces points se situent à l'intérieur ou sur les bords d'un triangle dont les sommets ont des coordonnées entières.

3. *a.* Justifier que si $(x, y, z) \in E_p$ alors $(x + 1, y + 1, z + 1) \in E_{p+3}$.

b. Soit $(x, y, z) \in E_{p+3}$. Déterminer une condition sur x, y et z pour que $(x - 1, y - 1, z - 1) \in E_p$.

c. En déduire que si p est impair alors E_p et E_{p+3} ont le même nombre d'éléments.

4. Étude de $E_{2\,019}$.
a. $E_{2\,019}$ contient-il un triplet (x, y, z) correspondant à un triangle équilatéral ?
b. $E_{2\,019}$ contient-il des triplets (x, y, z) correspondant à des triangles isocèles non équilatéraux ? Si oui combien ?
c. Montrer que si $E_{2\,019}$ contient un triplet (x, y, z) correspondant à un triangle rectangle alors
$2\,019^2 = 4\,038(x + y) - 2xy$.
En déduire que $E_{2\,019}$ ne contient pas de triangle rectangle.

5. Dans cette question on se propose de dénombrer $E_{2\,019}$.

a. Soit $(x, y, z) \in E_{2\,022}$. On rappelle que $x \leq y \leq z$. Établir que $x + y \geq 1\,012$ et $x + 2y \leq 2\,022$.

b. Réciproquement, montrer que si $x \leq y$, $x + y \geq 1\,012$ et $x + 2y \leq 2\,022$ alors

$$(x, y, 2\,022 - x - y) \in E_{2\,022}.$$

c. Pourquoi, dans un repère orthonormé, l'ensemble des points à coordonnées entières positives (x, y) telles que $x \leq y$, $x + y \geq 1\,012$ et $x + 2y \leq 2\,022$ constitue-t-il l'ensemble des points à coordonnées entières d'un triangle qui est rectangle ? En déterminer l'aire $\mathcal{A}$ ainsi que le nombre de points à coordonnées entières situés sur ses côtés.

d. On admet le théorème de Pick : « Si un polygone $\boldsymbol{P}$ est tel que tous ses sommets sont à coordonnées entières dans un repère orthonormé alors son aire $\mathcal{A}$ est donnée par la formule $\mathcal{A} = i + \frac{j}{2} - 1$ où i désigne le nombre de points à coordonnées entières situés à l'intérieur de $\boldsymbol{P}$ et j le nombre de ceux situés sur les côtés de $\boldsymbol{P}$. »

En déduire le nombre de triplets de $E_{2\,022}$ puis celui de $E_{2\,019}$.

6. Une solution algorithmique.
De manière générale, concevoir un programme (à retranscrire sur la copie) permettant d'énumérer et de dénombrer E_p. Le tester sur E_{18} et sur $E_{2\,019}$.

Exercice national numéro 2 (à traiter par les candidats de la série S)

Premières fois

On note $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels. Un nombre premier est un entier naturel qui a exactement 2 diviseurs entiers naturels distincts : 1 et lui-même. Par exemple : 2, 3 et 5 sont premiers alors que 0, 1 et 6 ne le sont pas. On rappelle le théorème de décomposition *en produit de facteurs premiers :*
Pour tout entier naturel $n \geq 2$, il existe un unique entier naturel k, une unique liste de nombres premiers distincts rangés dans l'ordre croissant $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k)$ et une unique liste d'entiers naturels non nuls $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_k)$ tels que :

$$n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times p_3^{\alpha_3} \times \dots \times p_k^{\alpha_k}$$

On écrit, par exemple, $72 = 2^3 \times 3^2$ (ici $k = 2$), ou $32 = 2^5$ (dans ce dernier exemple, $k = 1$). La décomposition en produit de facteurs premiers d'un nombre premier p s'écrit simplement $p = p^1$.

Une fonction agissant sur les nombres entiers naturels

On souhaite si possible déterminer une fonction $\Delta\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ possédant les propriétés suivantes :
Propriété (1) : $\Delta(0) = \Delta(1) = 0$;
Propriété (2) : Pour tout nombre premier p, $\Delta(p) = 1$;
Propriété (3) : Pour tous entiers naturels a et b : $\Delta(a \times b) = \Delta(a) \times b + a \times \Delta(b)$.

On suppose en questions **1**, **2** et **3** qu'une telle fonction Δ existe.
1. Soit p un nombre premier. Les propriétés précédentes permettent-elles d'exprimer $\Delta(p^2)$? $\Delta(p^3)$? Un entier naturel n étant donné, quelle est l'image par Δ de p^n ?
2. ***a.*** Soit p et q des nombres premiers distincts, m et n des entiers naturels supérieurs ou égaux à 1. Les propriétés précédentes permettent-elles d'exprimer $\Delta(p^m \times q^n)$?
b. Le nombre $\Delta(10^n)$ est-il un multiple de 7 pour $n \geq 1$?
3. À tout nombre entier $n \geq 2$, dont la décomposition en produit de facteurs premiers s'écrit :

$$n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times p_3^{\alpha_3} \times \dots \times p_k^{\alpha_k}$$

on associe les quotients q_1 de n par p_1, q_2 de n par p_2,... , q_k quotient de n par p_k. Montrer qu'alors :

$$\Delta(n) = \alpha_1 \times q_1 + \alpha_2 \times q_2 + \alpha_3 \times q_3 + \dots + \alpha_k \times q_k$$

4. Vérifier que l'expression ainsi obtenue satisfait les propriétés (2) et (3) ci-dessus. Cette expression, alliée à la convention portée dans la propriété (1), définit donc une unique fonction Δ convenable.

Étude de quelques images d'entiers par la fonction Δ.
5. ***a.*** Calculer $\Delta(12), \Delta(56), \Delta(1\,001)$.
b. Quelles sont les solutions de l'équation $\Delta(x) = 0$?
c. Quelles sont les solutions de l'équation $\Delta(x) = 1$?
d. Tout entier naturel m a-t-il au moins un antécédent par Δ ?
e. Est-il vrai que, pour tout entier naturel n, $\Delta(n) \leq n$?
6. ***a.*** Montrer que si p et q sont des nombres premiers alors $\Delta(p \times q) = p + q$.
b. Est-il vrai que pour tous entiers naturels a et b : $\Delta(a \times b) = \Delta(a) + \Delta(b)$?
7. ***a.*** Est-il vrai que pour tous entiers naturels a et b : $\Delta(a + b) = \Delta(a) + \Delta(b)$?
b. Soient a et b deux entiers naturels tels que $\Delta(a + b) = \Delta(a) + \Delta(b)$ et un entier naturel quelconque k. Montrer que : $\Delta(ka + kb) = \Delta(ka) + \Delta(kb)$.

Les points fixes de la fonction Δ
8. ***a.*** Soit p un nombre premier. Soit m un entier naturel. On suppose que m est un multiple de p^p. Montrer que dans ce cas, $\Delta(m)$ est aussi un multiple de p^p.
b. Soit n un entier naturel et p un nombre premier. Soit α l'exposant de p dans la décomposition en produit de facteurs premiers de n. On suppose que $\alpha \geq 1$. Montrer que si $\alpha < p$, alors $\alpha - 1$ est l'exposant de p dans la décomposition en produit de facteurs premiers de $\Delta(n)$.
9. Résoudre l'équation $\Delta(x) = x$.

Exercice national numéro 3 (à traiter par les candidats des <u>séries autres que la série S</u>)

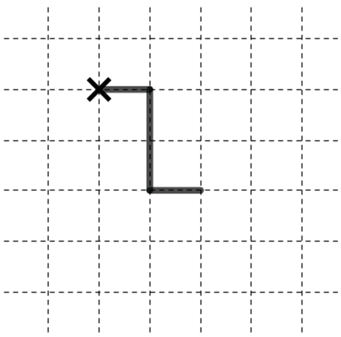
AGADADAGA

Dans cet exercice, on appellera *mot* toute suite de lettres formée des lettres A, D et G. Par exemple : ADD, A, AAADG sont des *mots*.
Astrid possède un logiciel qui fonctionne de la manière suivante : un utilisateur entre un *mot* et, après un clic sur EXÉCUTER, chaque lettre A du *mot* (s'il y en a) est remplacée par le *mot* AGADADAGA. Ceci donne un nouveau *mot*.
Par exemple, si l'utilisateur rentre le *mot* AGA, on obtient le *mot* AGADADAGAGAGADADAGA. Un deuxième clic sur EXÉCUTER réitère la transformation décrite ci-dessus au nouveau *mot*, et ainsi de suite.

1. Quels sont les mots qui restent inchangés quand on clique sur EXÉCUTER ?

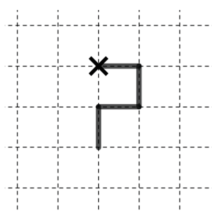
Traitement de texte
Astrid rentre le *mot* A.
2. Quel *mot* obtient-elle après avoir cliqué deux fois sur EXÉCUTER ?
3. Combien de clics au minimum faut-il pour obtenir un *mot* contenant un milliard de A ?
4. Après 20 clics, combien le mot obtenu contient-il de lettres D ?

Motif
Astrid souhaite maintenant dessiner un motif sur une feuille de papier quadrillé, en utilisant le dernier mot obtenu par le logiciel. Pour cela, elle lit de gauche à droite chaque lettre de ce mot et trace une ligne brisée sans lever le stylo en suivant les consignes suivantes :

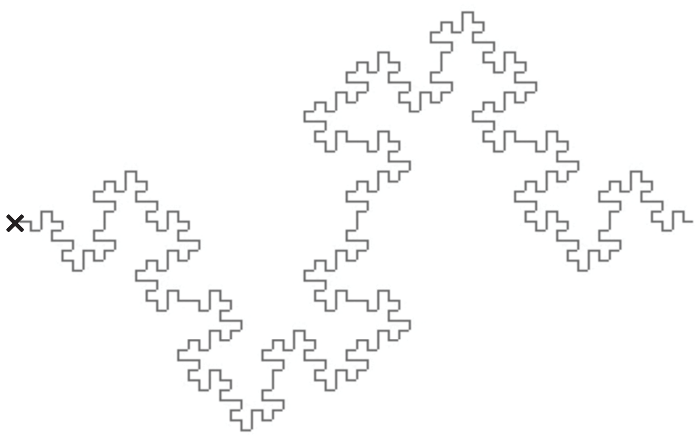


- Le point de départ de la ligne est une croix située sur un nœud du quadrillage ;
- si la lettre lue est A, elle trace horizontalement et de gauche à droite un segment de longueur un carreau ;
- si la lettre lue est G, elle tourne la feuille d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre ;
- si la lettre lue est D, elle tourne la feuille d'un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ;
- quand toutes les lettres sont lues, elle remet la feuille dans la position initiale pour regarder le motif obtenu.

Par exemple, le motif obtenu à partir du *mot* ADAAGA est représenté à gauche.



5. Astrid a réalisé le motif de droite. Quel *mot* avait-elle obtenu ?
6. Astrid entre le *mot* A et clique deux fois sur EXÉCUTER. Dessiner le motif obtenu.
7. Astrid reprogramme le logiciel et remplace le mot AGADADAGA par un autre mot dont elle ne se souvient plus. Elle rentre le mot A et obtient le motif ci-dessous après avoir cliqué trois fois sur EXÉCUTER. Quel est le mot oublié par Astrid ?



8. On s'intéresse dans cette question uniquement aux motifs obtenus à partir de *mots* qui commencent par la lettre A, et se poursuivent en juxtaposant des séquences GA ou DA. On appelle *largeur* du motif le nombre de carreaux compris entre les points les plus à gauche et à droite du motif obtenu. Par exemple, la largeur du motif obtenu à partir du *mot* ADAGAGA est 2.
a. Quelle est la largeur du motif obtenu à partir du *mot* AGAGADA ?
b. Un *mot* conforme à l'hypothèse du **8.** comporte dix lettres D et dix lettres G. Déterminer toutes les largeurs possibles du motif obtenu.

Olympiades nationales de mathématiques 2019

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Académie de Bordeaux

Mercredi 13 mars 2019 de 8 h à 12 h 10

Pause de 10 h à 10 h 10

L'épreuve se déroule en deux parties indépendantes et indissociables de deux heures chacune, **les énoncés des deux parties sont donc séparés et distribués séparément à des moments différents**. Les copies rédigées sont ramassées à l'issue de la première partie (« exercices nationaux »). Une pause de dix minutes est prévue, avant la seconde partie (« exercices académiques »).

Les calculatrices sont autorisées selon la législation en vigueur. Le mode examen n'est pas exigé.

Il est conseillé aux candidats qui ne pourraient formuler une réponse complète à une question d'exposer le bilan des initiatives qu'ils ont pu prendre.

Si le candidat souhaite quitter la salle de composition avant la fin de l'épreuve, il doit rendre les énoncés.

2^e^ Partie – 10 h 10 à 12 h 10
Exercices académiques

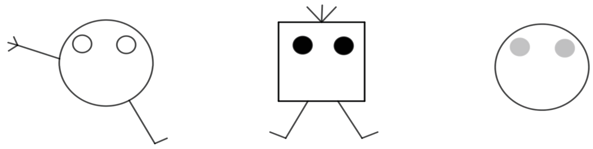
Les candidats traitent **deux exercices.** Ceux de la série S traitent les exercices numéros 1 (*Logique et génétique*) et 2 (*Les noirs entourent les gris*), ceux des autres séries traitent les exercices numéros 1 (*Logique et génétique*) et 3 (*Les triplets pythagoriciens*).

Exercice académique numéro 1 (à traiter par tous les candidats)

Logique et génétique

Dans ce jeu, les personnages créés sont de forme ronde ou carrée, sont chauves ou pas, ont des yeux noirs, gris ou blancs. Pour les bras, 4 cas sont possibles (pas de bras, uniquement le bras droit, uniquement le bras gauche, ou les 2 bras). Il en est de même pour les jambes.

Sur le schéma ci-contre, le premier personnage est rond, chauve, a les yeux blancs, le bras droit et la jambe gauche.
Le 2e personnage est carré, chevelu, a les yeux noirs, n'a pas de bras et a deux jambes.



Le 3e personnage est rond, chauve, a les yeux gris et n'a ni bras, ni jambe.

1. Combien peut-on créer de personnages différents dans ce jeu ?

2. Ces personnages sont créés à partir d'un logiciel qui remplit un tableau comprenant 2 colonnes de 5 cases, chaque case contenant soit un 1, soit un 0 avec la même probabilité $\frac{1}{2}$. Ce tableau est appelé la carte génétique du personnage.

a. Combien de cartes génétiques différentes peut-on remplir ?

La première ligne de 2 cases correspond à la forme, la 2e aux cheveux, la 3e aux yeux, la 4e aux bras et la 5e aux jambes.
Pour que la forme du corps soit carrée il faut et il suffit que les deux cases de la première ligne contiennent des zéros. Dans les autres cas la forme du corps est ronde. On dit que la forme ronde est dominante.
Il en est de même à la 2e ligne où le caractère chauve est dominant.
Pour le caractère des yeux, (1,1) donne des yeux noirs, (1,0) ou (0,1) donne des yeux gris et (0,0) donne des yeux blancs.
Pour les bras (1,1) donne 2 bras, (1,0) donne le bras gauche, (0,1) donne le bras droit et (0,0) donne aucun bras. Il en est de même pour les jambes.

1	0
0	0
1	1
0	1
1	0
A	

0	1
1	0
0	1
0	0
1	1
B	

b. Dessiner les deux personnages A et B correspondant aux cartes ci-contre.

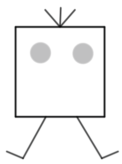
c. Donner une carte différente de celle de A et donnant cependant un jumeau de A c'est-à-dire un personnage visuellement identique à A.

d. Un personnage étant créé au hasard, quelle est la probabilité que ce soit un jumeau de A ? de B ?

3. Dans ce jeu, pour construire d'autres personnages, on peut connecter un couple (X, Y) de personnages déjà construits. La carte génétique du personnage Z issu de la connexion (X, Y) est obtenue de la manière suivante : la colonne de gauche est obtenue à partir de la carte de X en choisissant, pour chacun des cinq caractères, au hasard (avec la probabilité $\frac{1}{2}$) le contenu de l'une des deux cases correspondant à ce caractère. Il en est de même pour la colonne de droite à partir de la carte de Y.

a. La connexion (X, Y) donne-t-elle toujours le même résultat que la connexion (Y, X) ?

b. X et Y sont ronds, X a des cheveux, Y est chauve, X a les yeux gris, Y les a noirs et ils ont chacun un bras et une jambe. Le personnage Z issu de la connexion (X, Y) est représenté ci-contre.
Reproduire et compléter les cartes génétiques des trois personnages X, Y et Z.



0	
	0
	0
0	
	1
X	

	1
	0
0	
1	
Y	

Z	

c. Soit P un personnage issu de la connexion de deux personnages de forme ronde créés par le logiciel. Quelle est la probabilité que le personnage P soit de forme carrée ?

Exercice académique numéro 2 (à traiter par les candidats de la série S)

Les noirs entourent les gris

Sur un quadrillage, un carré gris peut être entouré de 4 carrés noirs (fig 1), un bloc de deux carrés gris peut être entouré par 6 carrés noirs (fig 2), un bloc de trois carrés gris peut être entouré par 7 ou 8 carrés noirs (fig 3 et fig 4), etc.

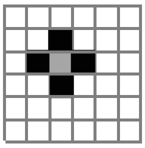


Fig 1

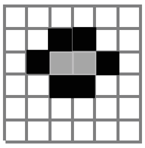


Fig 2

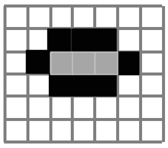


Fig 3

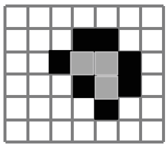


Fig 4

On recherche le nombre maximal de carrés gris entourés par 2019 carrés noirs.
Pour tout entier $n \geq 4$, on désigne par a_n le nombre maximal de carrés gris entourés par n carrés noirs.

1. ***a.*** Déterminer a_4, a_5 et a_6. On justifiera chaque réponse.

b. Combien faut-il au minimum de carrés noirs pour entourer 4 carrés gris ?
En déduire que $a_7 = 3$.

2. Soient n et p deux entiers strictement supérieur à 1. On note C une configuration formée de n carrés noirs qui entourent un bloc B de taille p c'est-à-dire formé de p carrés gris.
On considère les motifs suivants :

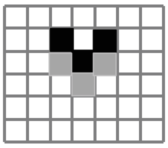


Fig 5

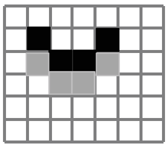


Fig 6

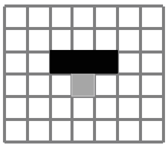


Fig 7

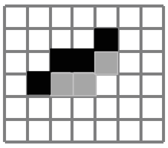


Fig 8

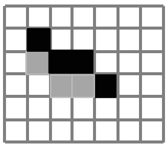


Fig 9

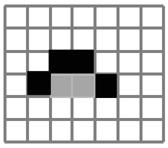
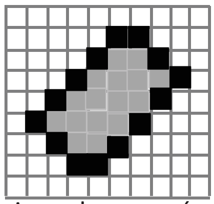


Fig 10

a. Justifier que si la configuration C contient l'un des motifs des figures 5, 6, 7, 8 ou 9 alors on peut augmenter la taille du bloc B sans modifier le nombre de carrés noirs.

b. Expliquer pourquoi il en est également ainsi si la configuration C contient deux fois le motif de la figure 10 ? En déduire que si $p = a_n$, la configuration C contient au plus deux séries de deux carrés noirs accolés horizontalement.

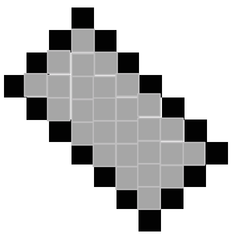
c. Justifier que dans la configuration représentée la figure ci-contre, on peut augmenter le nombre de carrés gris sans modifier le nombre de carrés noirs.
En est-il toujours ainsi pour une configuration C qui contient deux séries de deux carrés noirs accolés horizontalement ?



3. Soient a et b deux entiers strictement positifs. On considère deux types de configurations de n carrés noirs de côté 1 notées $C_1(a,b)$ et $C_2(a,b)$.

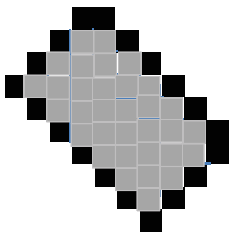
Configuration $C_1(a,b)$

Les n carrés noirs sont placés de façon que leurs centres sont situés sur les côtés d'un rectangle de côtés $a\sqrt{2}$ et $b\sqrt{2}$ comme indiqué sur la figure ci-contre.



Configuration $C_2(a,b)$

Les n carrés noirs sont placés de façon que leurs centres sont situés sur les côtés d'un polygone dont les côtés successifs ont pour mesure 1, $a\sqrt{2}$, $b\sqrt{2}$, $a\sqrt{2}$, 1 et $(b-1)\sqrt{2}$ si $b > 1$, comme indiqué sur la figure ci-contre.



a. Soit p le nombre de carrés gris entourés par les n carrés noirs dans la configuration $C_1(a,b)$.
Justifier que $n = 2a + 2b$ et démontrer que $p = ab + (a-1)(b-1)$

b. Soit q le nombre de carrés gris entourés par les n carrés noirs dans la configuration $C_2(a,b)$.
Justifier qu'en supprimant un carré noir, on peut se ramener à la configuration $C_1(a,b)$.
En déduire que $n = 2a + 2b + 1$ et $q = a(n - 2 - 2a)$.

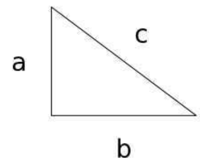
4. On admet que si n est un entier impair alors le nombre maximum a_n de carrés gris est obtenu avec une configuration $C_2(a,b)$ où a et b sont deux entiers strictement positifs.
Calculer a_{2019}.
(On pourra s'intéresser aux variations de la fonction définie sur R par $f(x) = -2x^2 + 2017x$).

Exercice académique numéro 3 (à traiter par <u>les candidats des séries autres que S</u>)

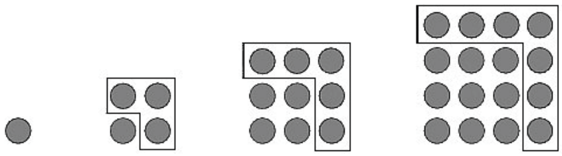
Les triplets pythagoriciens

Etant donnés trois entiers naturels non nuls tels que $a < b < c$, on dit que le triplet (a, b, c) est un triplet pythagoricien si et seulement si $a^2 + b^2 = c^2$.

Rechercher un triplet pythagoricien revient donc à rechercher les dimensions d'un triangle rectangle dont les longueurs des côtés sont des entiers naturels.



<u>Partie A</u>



1. En observant les figures ci-dessus, et en conjecturant, recopier et compléter le tableau suivant.

Nombre de points sur un côté	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de points total	1	4					
Nombres de points rajoutés		3					

Que peut-on remarquer sur la dernière ligne du tableau ?

2. On considère un carré dont le côté est formé de n points où n est un entier naturel non nul.

a. Démontrer que : $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$.

b. Donner deux entiers consécutifs dont la différence des carrés est égale à 49.

En déduire un triplet pythagoricien.

c. Donner un triplet pythagoricien dont le premier entier est 35.

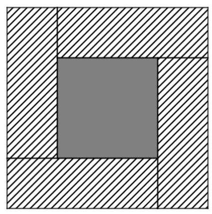
3. ***a***. Démontrer qu'il existe une infinité de triplets pythagoriciens comportant deux entiers consécutifs.

b. Écrire un algorithme qui affiche un triplet pythagoricien commençant par un entier impair du choix de l'utilisateur.

<u>Partie B</u>

On rappelle qu'un entier naturel n est un carré parfait si et seulement si il existe un entier naturel m tel que $n = m^2$.

Sur la figure ci-contre, les rectangles hachurés ont pour dimensions x et y où x et y sont deux entiers naturels non nuls tels que $x < y$.



1. a. Exprimer l'aire du carré grisé, l'aire du grand carré et l'aire de la zone hachurée en fonction de x et y.

b. Démontrer que si x et y sont des carrés parfaits alors $4xy$ est aussi un carré parfait.

c. En déduire l'expression d'un triplet pythagoricien en fonction de x et y lorsque x et y sont des carrés parfaits.

2. Fabriquer quatre triplets pythagoriciens à l'aide de cette méthode.