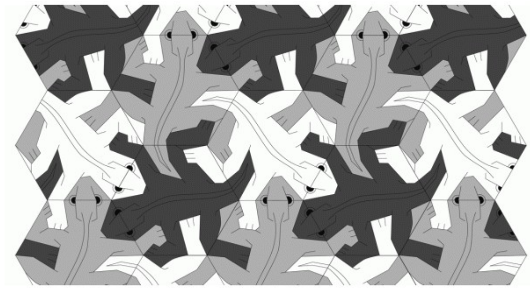
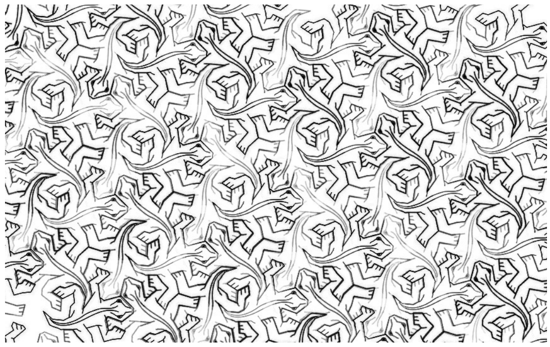
Liste 2 : les exercices de construction et analyse de figures

Les exercices 3 et 11 qui étaient proposés dans le document de stage ne correspondant pas à l'esprit du programme car ils nécessitaient de définir les nouvelles transformations de manière ponctuelles, ils n'ont pas été laissés sur ce document téléchargeable.

<u>Exercice 1 :</u> l'artiste néerlandais Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972) a mis en scène un pavage du plan par des reptiles.



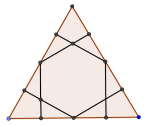


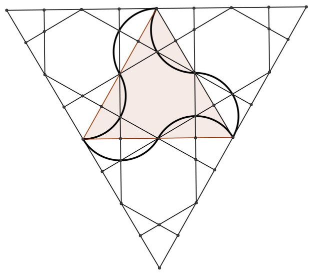
1°) Trouver deux centres de rotations qui permettent de passer d'un reptile à un autre, et déterminer leurs angles.
2°) Représenter deux translations différentes qui permettent de passer d'un reptile à un autre.

<u>Remarque :</u> *Il est évident que l'on proposerait les différents pavages dans des dimensions plus grandes. Cet exercice n'est pas simple pour beaucoup d'élèves, et on peut les aider en proposant l'usage de papier calque. Si malgré tout, certains d'entre eux étaient extrêmement rapides à analyser les pavages, il serait encore possible de différencier en proposant une figure dont tous les reptiles sont blancs.*

<u>Exercice 2 :</u> les zelliges de l'Alhambra
Sur une feuille blanche A4 :
1) Construire un triangle équilatéral de côté 8 cm.
2) A partir de chacun des trois côtés de ton premier triangle, construire trois autres triangles équilatéraux de côté 8 cm.
3) Poursuivre ce processus afin de remplir la feuille de triangles équilatéraux identiques collés les uns aux autres.

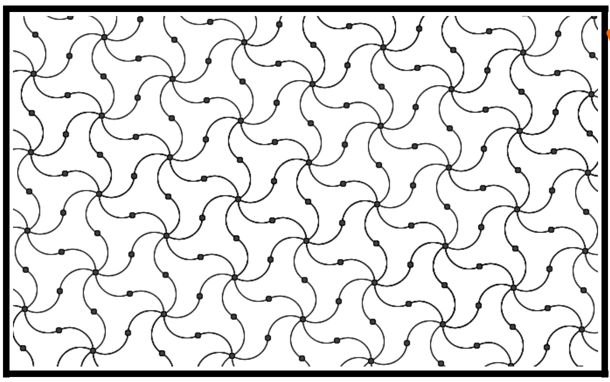
Pour chacun de ces triangles :
4) Partager en quatre segments de même longueur les côtés.
5) Relier ces points de la façon suivante
   On obtient <u>trois points d'intersection à l'intérieur de chaque</u> triangle.





6) Chacun de ces trois points est <u>le centre d'un arc de cercle passant par un sommet et le milieu d'un côté</u> comme ci-contre *(le professeur montre le tracé au tableau)* :

Construis le pavage suivant :



*Tu viens de réaliser le début d'un **zellige**.*

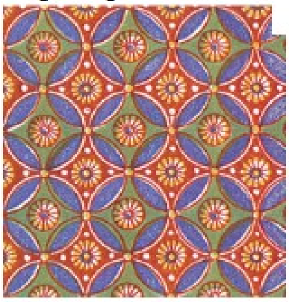
Le zellige (de l'arabe : زليج, petite pierre polie) est une mosaïque dont les éléments, appelés tesselles, sont des morceaux de carreaux de faïence colorés. Ces morceaux de terre cuite émaillée sont découpés un à un et assemblés sur un lit de mortier pour former un assemblage géométrique. Le zellige, utilisé principalement pour orner des murs ou des fontaines, est un composant caractéristique de l'architecture arabo-andalouse.

Remarques : *Cet exercice est très riche. La construction du pavage initial avec des triangles équilatéraux à la règle et au compas permet aux élèves les plus soigneux d'émettre des conjectures sur les alignements et parallélismes. En 4ème, on peut alors demander aux élèves les plus à l'aise de prouver ces conjectures, pendant que les autres continuent le travail sur le dessin des tesselles. La construction d'un tesselle est montrée en détail (éventuellement plusieurs fois) par le professeur. Chaque élève devra avoir construit au moins un tesselle et le pavage est créé sur un mur de la classe à partir de la juxtaposition des tesselles découpés et colorés de chacun. La dernière consigne sera donc adaptée et tournée vers l'analyse du pavage qui est donné aux élèves sous la forme de la consigne ci-dessus, ou de façon différenciée : pour aider certains élèves, on peut colorer un zellige sur deux (mise en évidence des symétries et translations) ou par groupe de six formant une « fleur » (mise en évidence des rotations). L'angle de la rotation apparaîtra plus facilement en faisant le lien entre le zellige et le pavage initial avec des triangles équilatéraux (dont on connaît les mesures des angles) dont on aura gardé une trace.*

Exercice 4 :

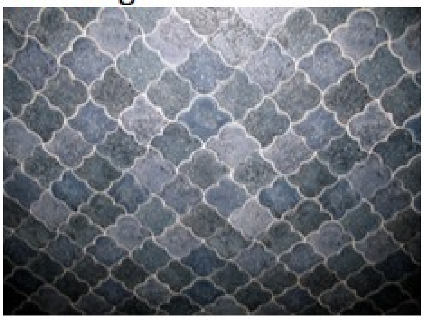
Pour chaque pavage, déterminer un motif pavant qui permet de le construire, et décrire les transformations réalisées sur chacun.

Papier peint



Azulejos (Carrelage mural décoratif)

Carrelage



Œuvre d'art

Remarque : *Le carrelage présenté ici en haut à droite est plus difficile que les autres (déformation par la perspective due à la photo, et carreaux sans centre de symétrie). Le dernier pavage n'est pas simple également car tout le monde ne voit pas les oiseaux bleus et blancs.*

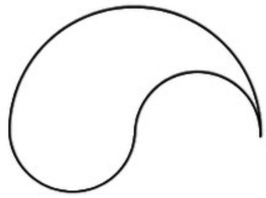
Exercice 5 : A partir du motif ci-contre, réaliser une frise de votre choix.
Il est possible de réaliser un motif plus complexe à partir de celui-ci puis élaborer une frise.

Remarque : *Cet exercice peut se prêter avantageusement à un devoir-maison différencié et ramassé par le professeur.*
On peut les laisser s'inspirer d'un exemple de production, dans ce cas on fait moins appel à leur imagination.
On peut également différencier sur les processus en changeant la consigne : niveau 1 : faire une translation de ce motif.
Niveau 2 : à partir de ce motif, faire son symétrique par rapport à un point puis une translation de la figure obtenue.
Niveau 3 : décrire l'ordre des transformations nécessaires pour obtenir un losange, le réaliser puis le reproduire par translation.

<u>Exercice 6 :</u> 1) Analyser la construction des symboles ci-dessous :

2) A quoi sont-ils associés dans la vie courante ?

3) Ouvrir le fichier *branche* avec Geogebra, puis faire la rosace en entier comme ci-dessus.



<u>Remarque :</u> *Attention les trois éléments de la figure 2 ne sont pas tous images l'un de l'autre par une rotation car les flèches sont vues par l'extérieur et par l'intérieur.*
La question 3) peut être facilement différenciée. Les élèves en difficulté n'auront qu'à construire la croix basque à partir de la branche donnée par le professeur. Les élèves d'un niveau intermédiaire pourront construire eux-mêmes la première branche puis finir la construction. Les plus à l'aise seraient amenés aussi à déformer cette branche en gardant le plus grand demi-cercle mais en fermant la figure par un petit demi-cercle et un moyen, de diamètres différents. Le logiciel aiderait à calculer le périmètre, à émettre une conjecture sur son invariance, et le calcul littéral permet de prouver cette invariance (cette figure est proche de celle du tricercle de Mohr).

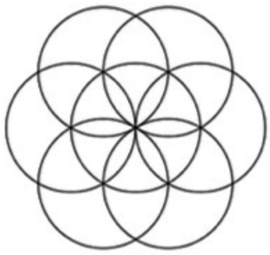
<u>Exercice 7 :</u> voici une rosace.

1) Par la rotation de centre T et d'angle 90° dans le sens anti-horaire, quel sera l'image du disque vert ?
2) Quelle rotation doit-on réaliser pour passer du disque rose au disque violet ?
3) Par la symétrie centrale de centre T, que devient le disque gris ?
4)Par quel rapport d'agrandissement passe-t-on du petit disque blanc au grand disque blanc ?
5) Donner les paramètres de l'homothétie qui permet de passer du petit disque blanc au grand disque blanc.

Pour aller plus loin : la surface du grand disque est-elle deux fois plus grande que la surface du petit disque ?

<u>Remarque</u> *: attention, le rapport d'agrandissement (question 4)) n'est pas aisé à déterminer. La figure peut être modifiée pour que le rapport soit 2 par exemple.*

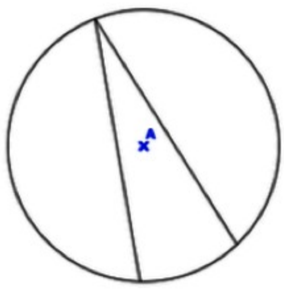
Exercice 8 : voici une rosace.



1) Cette figure a-t-elle un centre de symétrie ? Des axes de symétries ?
2) Elaborer un programme de construction de cette rosace.
3) Construire cette rosace dans Geogebra.

Remarque *: aux les élèves en difficulté à la question 2), on peut conseiller de réaliser d'abord la construction dans Geogebra (question 3) puis de faire ensuite la question 2). Certains peineront encore à décrire cette construction correctement, on peut alors leur conseiller de la « raconter » (langage courant) puis d'améliorer cet écrit avec sous les yeux des documents de type programme de construction pour y repérer le vocabulaire et le langage mathématique à exploiter.*
On peut également différencier le programme de construction avec des consignes différentes : point par point avec le vocabulaire de géométrie, avec les symétries axiales et enfin avec les rotations.

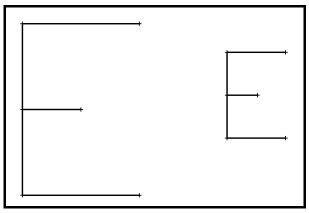
Exercice 9 : construction d'une rose des vents
1) Chercher ce qu'est une rose des vents et à quoi cela sert.
2) A partir du fichier « Rose des vents », construire les images successives du modèle par la rotation de centre A et d'angle 22,5° dans le sens horaire.
3) Combien de branches comporte la rose des vents ainsi construite ?



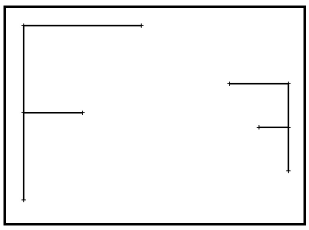
4) Voici une rose des vents, qui se trouve au Portugal, près du Monument des Découvertes, à Lisbonne. Est-elle identique à celle qui a été construite au 2) ? Pourquoi ?

Exercice 10 : Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Expliquer.

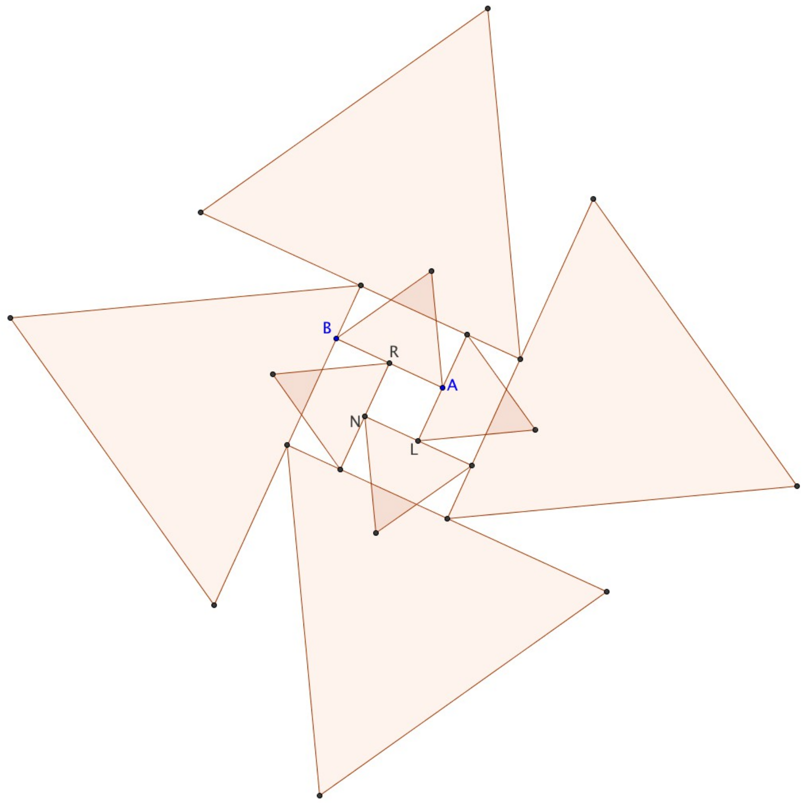
a) Les deux figures ci-contre sont homothétiques.



b) Les deux figures ci-contre sont homothétiques.



Exercice 12 : Triangles en folie



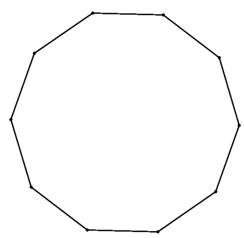
Voici une figure que le professeur a construite à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
RALN est un carré.
R est le milieu du segment [BA].
Tous les triangles sont équilatéraux.

Le professeur a réalisé cette figure à partir d'un seul petit triangle, en utilisant successivement plusieurs transformations.
Quelles transformations a-t-il utilisées ?

Remarque : *Le travail des élèves est facilité quand on donne le centre du carré RALN. Il est indispensable de donner ce centre et le segment [AB] pour faire construire la figure sur Geogebra.*

Exercice 13 :

1°) a) Dans Geogebra, en utilisant l'outil « Polygone régulier », construire un décagone.



Sur quelle figure semblent se trouver ses sommets ?
Quelle conjecture peut-on faire sur ses angles ?

b) Déterminer le centre du décagone régulier, et les mesures de ses angles.

2°) Dans Scratch, programmer la construction d'un décagone régulier.

Remarque : *En différenciation, on demandera aux élèves les plus rapides d'enrichir leur programme en laissant le choix à l'utilisateur du programme du nombre de côtés du polygone (utilisation d'une variable), et en augmentant le nombre de côtés, on peut approcher la figure du cercle.*