

Enseignement scientifique

Atelier : La forme de la Terre

15 et 16 Mai 2019

Mélanie Perrin et Hélène Tanoh, IA-IPR



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE ET
DE LA JEUNESSE

Thème 3 : la Terre, un astre singulier

La forme de la Terre

L'environnement « plat » à notre échelle de perception cache la forme réelle de la Terre, dont la compréhension résulte d'une longue réflexion. Au-delà de la dimension historique et culturelle, la mise en œuvre de différentes méthodes de calcul de longueurs à la surface de la Terre permet de développer des compétences mathématiques de calcul et de représentation et invite à exercer un esprit critique sur les différents résultats obtenus, les approximations réalisées et les limites d'un modèle.

La forme de la Terre

Savoirs	Savoir-faire
<p>Dès l'Antiquité, des observations de différentes natures ont permis de conclure que la Terre était sphérique, alors même que, localement, elle apparaît plane dans la plupart des expériences quotidiennes.</p> <p>Historiquement, des méthodes géométriques ont permis de calculer la longueur d'un méridien (environ 40 000 km) à partir de mesures d'angles ou de longueurs : méthodes d'Ératosthène et de triangulation plane.</p>	<p>Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène.</p> <p>Calculer une longueur par la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain.</p> <p>Calculer le rayon de la Terre à partir de la longueur du méridien.</p>
<p>On repère un point à la surface de la Terre par deux coordonnées angulaires, sa latitude et sa longitude.</p> <p>Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est l'arc du grand cercle qui les relie.</p>	<p>Calculer la longueur d'un arc de méridien et d'un arc de parallèle.</p> <p>Comparer, à l'aide d'un système d'information géographique, les longueurs de différents chemins reliant deux points à la surface de la Terre.</p>

La forme de la Terre

Prérequis et limites

La connaissance de la loi des sinus ($a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$) n'est pas exigible. Elle est fournie pour mettre en œuvre le principe de triangulation plane (calcul d'une longueur à partir de la mesure d'une autre longueur et de deux angles).

On admet que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte.

Le repérage sur une sphère, déjà connu des élèves, est remobilisé.

Le calcul de la longueur entre deux points le long d'un grand cercle n'est pas exigible.

La forme de la Terre

Mesurer la Terre :

1. La mesure d'un méridien, évolution d'un modèle : d'Anaxagore à Ératosthène ;
2. Approche historique autour de la triangulation de Delambre et Méchain ;
3. Approche économique et environnementale : l'économie de carburant réalisée selon le choix de trajet lors d'un vol aérien.

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

L'histoire de la mesure du méridien terrestre par Ératosthène*

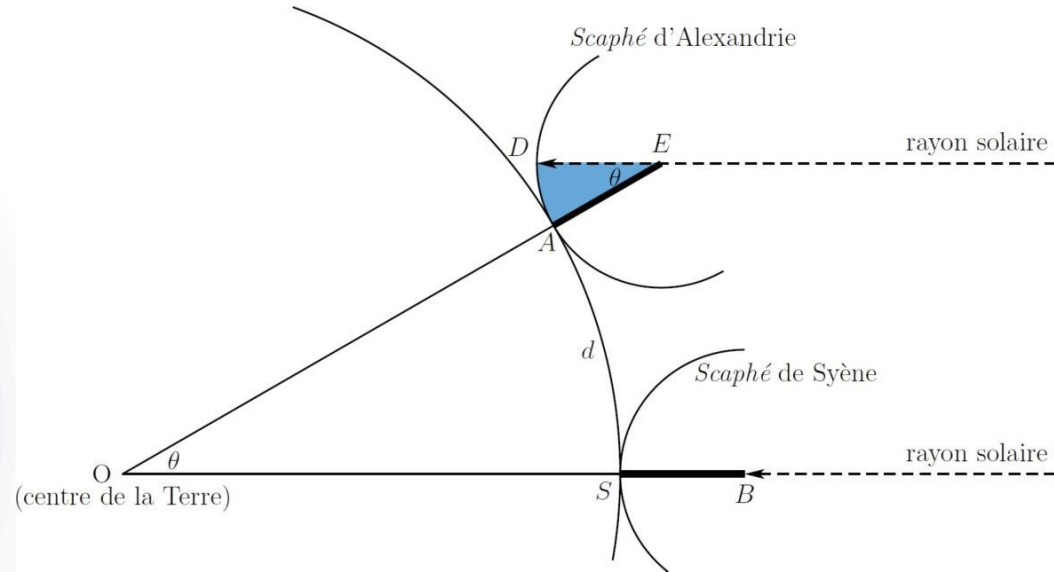
- Une étude historique intéressante
- Pour exposer la méthode d'Eratosthène, Cléomède commence par faire cinq hypothèses :
 - Syène (l'actuelle Assouan) et Alexandrie sont situées sur le même méridien ;
 - la distance entre Syène et Alexandrie est connue (5 000 stades) ;
 - les rayons envoyés par le Soleil arrivent sur Terre parallèles entre eux ;
 - les droites sécantes des parallèles forment des angles alternes égaux ;
 - les arcs de cercle qui reposent sur des angles égaux sont semblables.

* Contenu issu de l'article « Quelques éléments historiques et didactiques sur l'expérience d'Eratosthène » de Cécile de Hosson et Nicolas Decamp

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

Dispositif décrit par Cléomède :



<https://sciencetonante.wordpress.com/2011/10/03/la-mesure-de-la-circonference-de-la-terre-par-eratosthene/>

La forme de la Terre

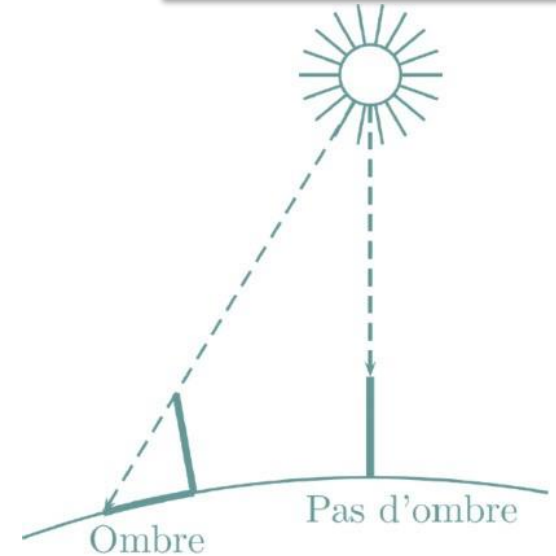
Deux inconvénients :

- Le passage de la divergence au parallélisme
- ⇒ Modélisation efficace : Anaxagore
- Nombreux anachronismes

Proposition :

- Étape 1 : Présentation d'un phénomène / d'un problème à résoudre
- Étape 2 : Propositions d'explication et confrontation
- Étape 3 : Étude historique
- Étape 4 : Modélisation et conceptualisation

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle



Dessin classique d'élèves à qui l'on demande d'expliquer pourquoi au solstice d'été deux gnomons ne projettent pas la même ombre en deux endroits différents de la Terre situés le long du même méridien.

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

L'histoire de la mesure du méridien terrestre par Delambre et Méchain

- **Raconter l'aventure scientifique menant à une première définition du mètre.**
 - Contexte de la Révolution, commande de l'Académie des Sciences, recherche d'une unité « universelle ».
 - Une longue expédition avec des appareils de mesure rudimentaires, des erreurs. Triangulation de Dunkerque à Barcelone.
 - Nouvelle définition du mètre.

La forme de la Terre

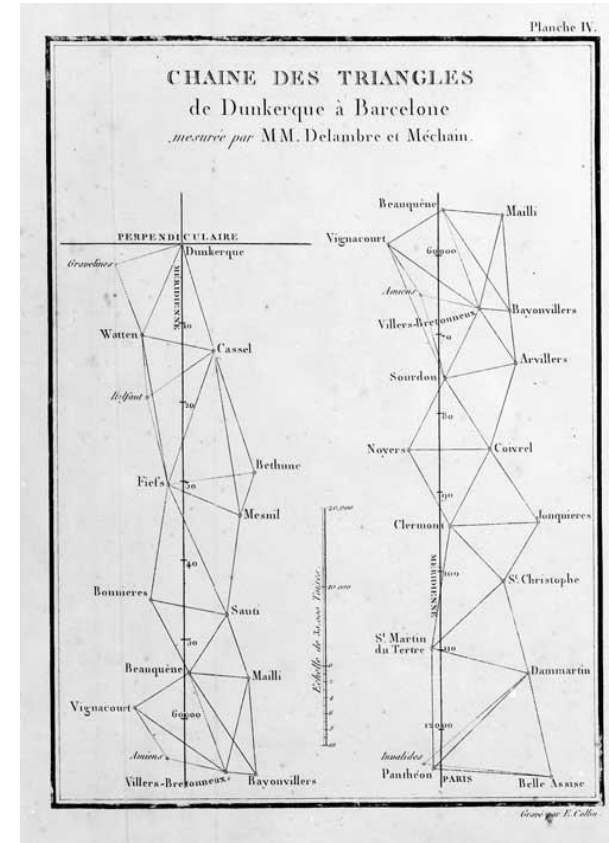
Triangulation par Delambre et Méchain

Chaine des triangles pour la triangulation de Dunkerque à Barcelone par

Delambre et Méchain.

Les sommets des triangles sont des tours, des clochers d'églises visibles les uns des autres.

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② **Triangulation**
- ③ Grand cercle

Triangulation : hypothèses simplificatrices du modèle

- Terre sphérique
- Projection des sommets des triangles
- Calculs de distance appliqué à la géométrie plane
(les triangles utilisés sont sphériques)

La forme de la Terre

Triangulation

- **Théorie et pratique**

- Formule des sinus
- TP avec des mesures sur le terrain
- Numérique : tableur & GGB

- ① Eratosthène
- ② **Triangulation**
- ③ Grand cercle

La forme de la Terre

- Expérimenter : mesurer une distance par triangulation dans un environnement connu.

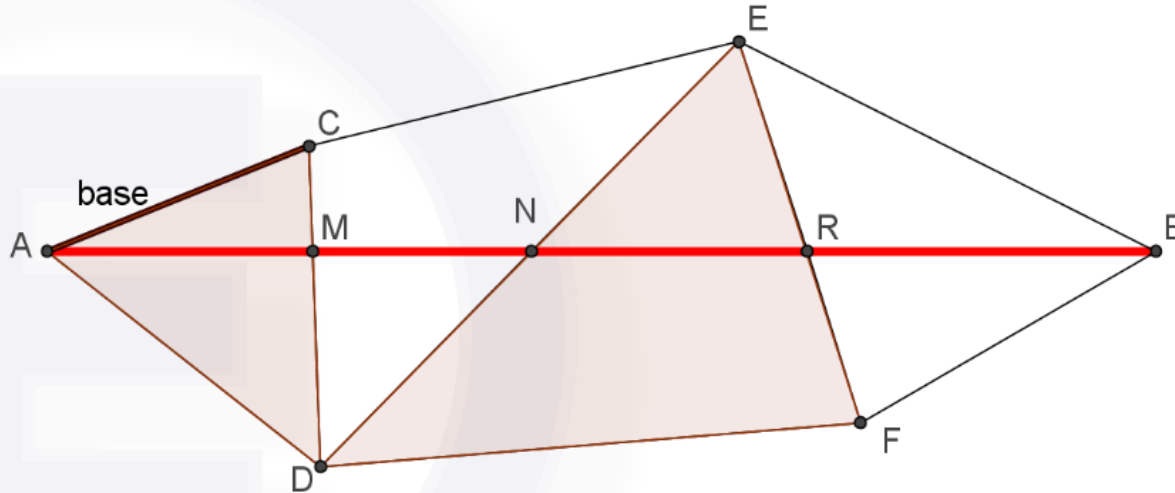
- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

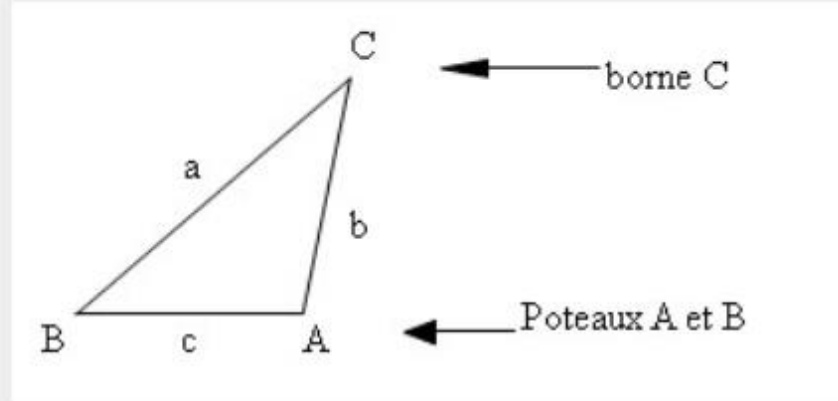
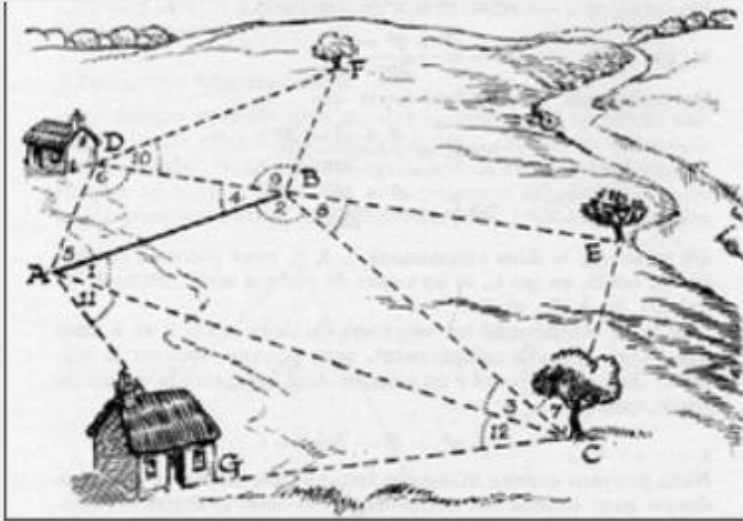
- Comprendre la triangulation et l'appliquer à des exemples



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

Arpentage avec utilisation de données réelles
d'après un document édité par l'Irem de la Réunion

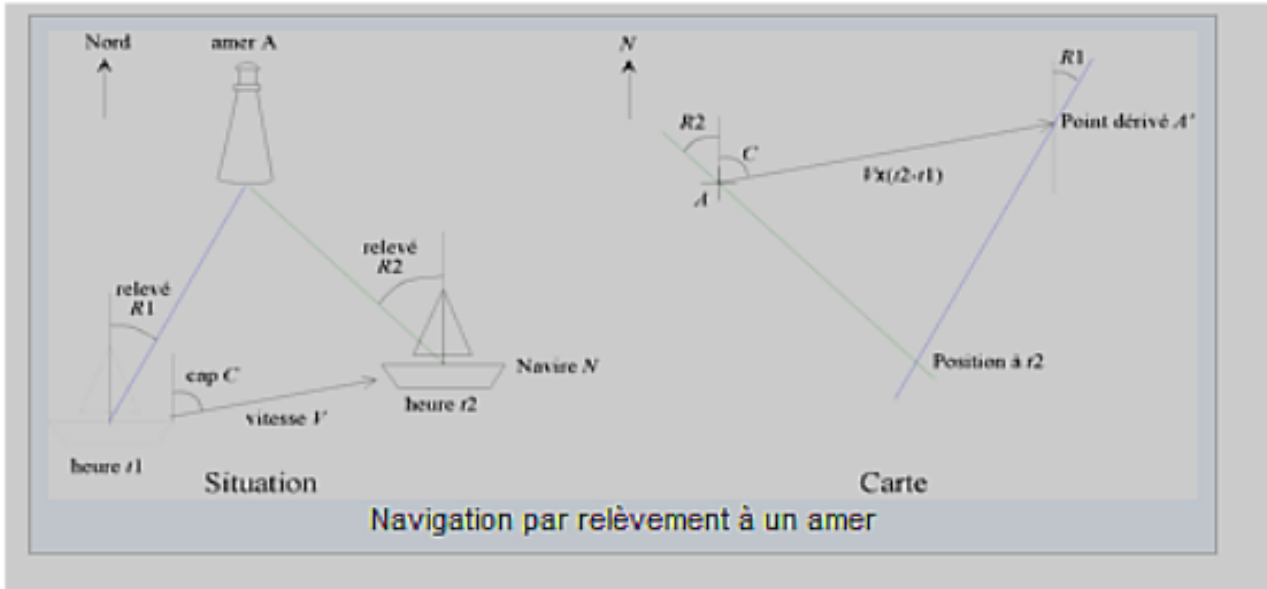


La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

Naviguer sur la mer

d'après un document édité par IDIrem de la Réunion



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

Activité : approche historique autour de la triangulation de Picard

34 *Mesure de la Terre,*
qui ne donnoient les minutes que de six
en six, ils n'ont pas laissé d'approcher de
la justesse autant qu'il étoit nécessaire,
pour faire voir qu'on ne s'étoit pas trompé
aux conclusions.

I. TRIANGLE ABC.
Pour connoître le côté AC.

CAB..... $54^{\circ}4'35''$.
ABC..... $95^{\circ}6'55''$.
ACB..... $30^{\circ}48'30''$.
AB..... 5663 Toises de mesure actuelle.
Donc AC..... 11012 Toises 5 pieds.
Et BC..... 8954 Toises.

II. TRIANGLE ADC.
Pour DC & AD.

DAC..... $77^{\circ}25'50''$.
ADC..... $55^{\circ}0'10''$.
ACD..... $47^{\circ}34'0''$.
AC..... 11012 Toises 5 pieds.
Donc DC..... 13121 Toises 3 pieds.
Et AD..... 9922 Toises 2 pieds.

III. TRIANGLE DEC.
Pour DE & CE.

DEC..... $74^{\circ}9'30''$.
DCE..... $40^{\circ}34'0''$.
CED..... $65^{\circ}16'30''$.
DC..... 13121 Toises 3 pieds.
Donc DE..... 8870 Toises 3 pieds.
Et CE..... 12389 Toises 3 pieds.

par M. l'Abbé Picard. 35.

IV. TRIANGLE DCF.
Pour DF.

DCF..... $113^{\circ}47'40''$.
DFC..... $33^{\circ}40'0''$.
FDC..... $32^{\circ}32'20''$.
DC..... 13121 Toises 3 pieds.
Donc DF..... 21658 Toises.

Notez que dans ce quatrième triangle, l'angle DFC a été augmenté de $10''$, qui manquoient à la somme des trois angles.

V. TRIANGLE DFG.
Pour DG & FG.

DFG..... $92^{\circ}5'10''$.
DGF..... $57^{\circ}34'0''$.
GDF..... $30^{\circ}20'40''$.
DF..... 21658 Toises.
Donc DG..... 25643 Toises.
Et FG..... 12963 Toises 3 pieds.

Ensuite de ces cinq triangles, il a été facile de conclure la distance GE entre Malvoisine & Marcueil, sans supposer aucune nouvelle Observation.

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

- Calculer
 - concepts mathématiques du cycle 4
 - la loi des sinus
 - la proportionnalité entre la longueur d'un arc et son angle au centre.
- Utiliser des logiciels pour soutenir, contrôler les calculs






GeoGebra



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ Grand cercle

● Références :

-  Un exposé très accessible par Michèle Audin sur [Image des Maths](#)
-  [La Méridienne](#) : roman de Denis Guedj
-  Scilabus youtu.be/wCvOmlmMd0E
-  **III** [Du système métrique décimal, ou mesure de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et Barcelone](#) sur [Gallica](#)
-  **III** metrologie-francaise.lne.fr/fr/metrologie/histoire-des-unites
- [Un mètre pour mesurer le monde ARTE\(2010\)](#)

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ **Grand cercle**

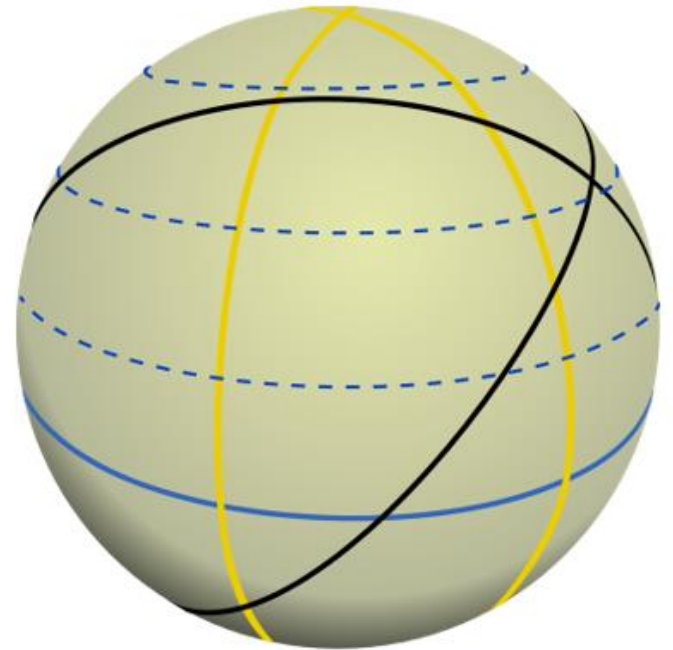
Objectif

Confronter les géodésiques

joignant deux points de la terre

Modélisation

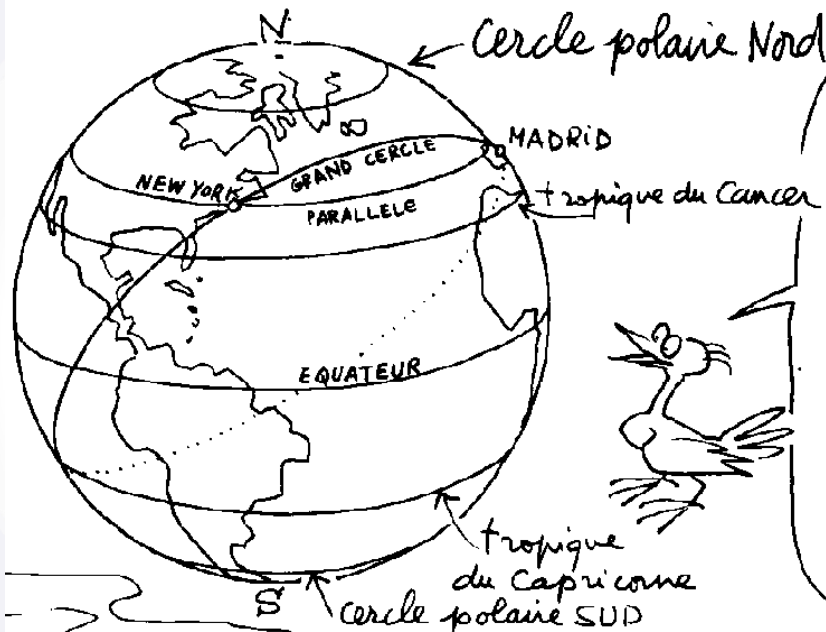
La terre est modélisée par une sphère



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ **Grand cercle**

Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est l'arc du grand cercle qui les relie.



Sur la planète TERRE les cercles polaires, les tropiques, sont des parallèles. Madrid et New-York sont sur le même. Mais il est bien connu que cet arc de parallèle qui les joint n'est pas le plus court chemin. Le plus court chemin, c'est le GRAND CERCLE !

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ **Grand cercle**

Manipuler : Découvrir le grand cercle



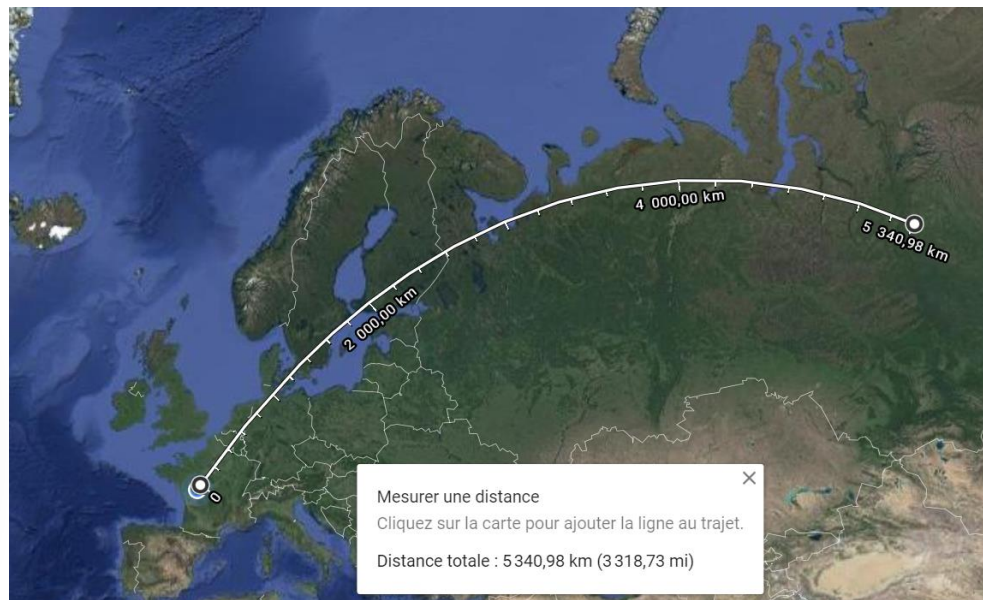
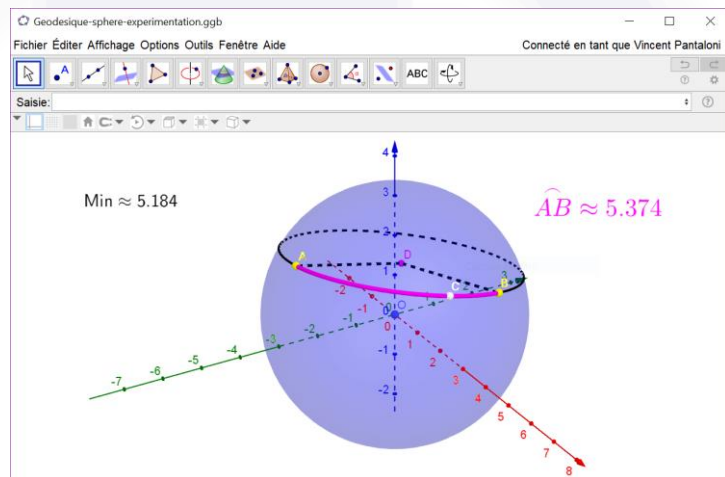
 *Le Géométricon* B.D. de Jean-Pierre PETIT sur savoir-sans-frontieres.com
savoir-sans-frontieres.com/JPP/telechargeables/Francais/geometricon.htm

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ **Grand cercle**

Représenter le plus court chemin entre deux points

Outils numériques



La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ **Grand cercle**

Calculer avec les outils de cycle 4

La distance entre deux points le long d'un parallèle

La distance entre deux points le long d'un méridien

Activité proposée : Vol Montréal- Bucarest




Trajet 1 : l'avion se déplace en passant par le pôle Nord : il suit successivement le méridien de Montréal puis celui de Bucarest.

Trajet 2 : l'avion se déplace le long du parallèle joignant Bucarest à Montréal

Trajet 3 : l'avion se déplace le long du cercle de centre le centre de la terre qui passe par Bucarest et Montréal

La forme de la Terre

- ① Eratosthène
- ② Triangulation
- ③ **Grand cercle**

- Références :
-  *Le Géométricon* B.D. de Jean-Pierre PETIT sur savoir-sans-frontieres.com
savoir-sans-frontieres.com/JPP/telechargeables/Francais/geometricon.htm
- Sur une projection de Mercator : ggbm.at/Qf32XWSA
- Comparaison de distances avec différents cercles ggbm.at/Gh58sVPx
- Doc de collège sur le grand cercle (très clair et utilisant Google map) :
 pi.ac3j.fr/plus-court-chemin-geodesiques/
- Doc sur la mesure du plus court chemin sur une sphère.
 msp.aclyon3.free.fr/spip/IMG/pdf/cheminlepluscourt_sphere.pdf
- Les cahiers Clairault : fiches pédagogiques du CLEA Octobre 2003
- Document EDUSCOL ressources math pour l'enseignement scientifique